所得分析と産業連関分析との関係（その2）：産業別，所得階級に分類された局面での関連性

Vol. 24 No. 2　　Journal of Hokkaido University of Education (Section I B)　　January, 1974

所得分析と産業連関分析との関係

その２—産業別，所得階級別に分類された局面での関連性

荒　木　秀　弥
北海道教育大学函館分校社会学経済学教室

Hideya ARAKI : The Relation between Income Analysis and Inter-industry Analysis
—No. 2—

1. はじめに

前稿で，われわれは，所得分析と産業連関分析との関係を，最も良く理解し易い形で把えるために，両過程をマクロ的局面という同一ディメンジョンに置いて，所得形成と産出高形成の両過程が，各段階ごとに期を追って，互いにどのように影響し合いながら進行して行くかを，各期ごとの諸変数の値を計算することによって，みて来た．

本小論では，これとは全く逆に，産業部門，所得部門，消費係数等を複数個に分けて，それら部門相互間で，産出高形成と，所得形成との両過程が，どのように干渉し影響し合いながら進行して行くかを，分析の対象とする．

以下の分析の中で，前回のマクロ的分析では表面に現われなかったいろいろな関係が，明らかになる．その中でも特に注目したいのは，所得階級間の所得分配と，それぞれの所得部門の消費性向との違いが，産出高形成のみならず，所得形成にも影響を与えているという事実である．

しかしながら，この小論での論述の目的は，あくまで産出高形成と所得形成との両過程の関連性を明らかにすることにある．従って，所得分配と消費性向との影響の分析はここでは明確に行なうことができなかった．それは残された問題として，今後の研究にゆだねることにしたい．

2. 一般的形態

まず，最も一般的な形で論を進めるため，産業部門をｎ個の産業に，所得部門をｒ個の所得階級に分け，そして消費支出需要は，他の外生的支出需要から区別して，それぞれの所得階級の所得の函数として，ｒ個の所得部門からのｎ個の財への消費需要に分ける．更にその他の外生的需要は，従来通り一本にまとめて列ベクトルで表示する．即ち従来の産業連関分析と異なるのは，初発的支出としての役割を演ずるものが，消費支出を含めた最終需要全体ではなくて，今回はそのうちの外生的支出需要のみとなり，消費支出需要は，階級別所得の従属変数として内生的に決定される変数となっていることである．従って消費支出需要は，従来と異なり，同じ最終需要を構成する要素でありながらも，分析の際には被乗数の側から乗数の側にまわるという，特殊な性質を持たされたわけである．

さて，このような形での一般的産業連関表は，第1表のようになる．

（第1表）

		産業部門	消費需要	その他の外生支出	総産出高
		1.　2.　…………　j　…………　n	1.　2.　…………　k　…………　r		
産業部門	1.	x_{11}　x_{12} ………… x_{1j} ………… x_{1n}	c_{11}　c_{12} ………… c_{1k} ………… c_{1r}	f_1	X_1
	2.	x_{21}　x_{22} ………… x_{2j} ………… x_{2n}	c_{21}　c_{22} ………… c_{2k} ………… c_{2r}	f_2	X_2
	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
	i	x_{i1}　x_{i2} ………… x_{ij} ………… x_{in}	c_{i1}　c_{i2} ………… c_{ik} ………… c_{ir}	f_i	X_i
	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
	n	x_{n1}　x_{n2} ………… x_{nj} ………… x_{nn}	c_{n1}　c_{n2} ………… c_{nk} ………… c_{nr}	f_n	X_n
付加価値	1.	V_{11}　V_{12} ………… V_{1j} ………… V_{1n}			
	2.	V_{21}　V_{22} ………… V_{2j} ………… V_{2n}			
	⋮	⋮			
	k	V_{k1}　V_{k2} ………… V_{kj} ………… V_{kn}			
	⋮	⋮			
	r	V_{r1}　V_{r2} ………… V_{rj} ………… V_{rn}			
計		X_1　X_2 ………… X_j ………… X_n			

第1表に使われている記号の意味は次のようになる．

X_i～i 産業産出高（i＝1，2……n）

X_{ij}～j 産業の生産のために必要な原材料として用いられる i 産業生産物の投入高（i，j＝1，2……n）

V_{kj}～j 産業の生産によって稼得された k 所得階級の所得 $\begin{pmatrix} k=1, 2\cdots\cdots r \\ j=1, 2\cdots\cdots n \end{pmatrix}$

C_{ik}～k 所得階級の所得からの i 財への消費支出需要 $\begin{pmatrix} i=1, 2\cdots\cdots n \\ k=1, 2\cdots\cdots r \end{pmatrix}$

f_i～i 財への外生的支出需要（i＝1，2……n）

この第1表の各変数を用いて，一般的な総産出高の需要供給均等の連立方程式は，次のように算出される．

$$\left\{\begin{array}{l} x_{11}+x_{12}+\cdots\cdots x_{1j}+\cdots\cdots x_{1n}+c_{11}+c_{12}+\cdots\cdots c_{1k}+\cdots\cdots c_{1r}+f_1=X_1 \\ x_{21}+x_{22}+\cdots\cdots x_{2j}+\cdots\cdots x_{2n}+c_{21}+c_{22}+\cdots\cdots c_{2k}+\cdots\cdots c_{2r}+f_2=X_2 \\ \vdots \\ x_{i1}+x_{i2}+\cdots\cdots x_{ij}+\cdots\cdots x_{in}+c_{i1}+c_{i2}+\cdots\cdots c_{ik}+\cdots\cdots c_{ir}+f_i=X_i \\ \vdots \\ x_{n1}+x_{n2}+\cdots\cdots x_{nj}+\cdots\cdots x_{nn}+c_{n1}+c_{n2}+\cdots\cdots c_{nk}+\cdots\cdots c_{nr}+f_n=X_n \end{array}\right. \qquad ①$$

一般的にまとめれば，

$$\sum_{j=1}^{n} x_{ij}+\sum_{k=1}^{r} c_{ik}+f_i=X_i \quad (i=1,\ 2\cdots\cdots n)$$

となる．

次に，諸係数を下記のようにする．

$$\text{投入係数}\sim a_{ij}=\frac{x_{ij}}{X_j} \quad (i,\ j=1,\ 2\cdots\cdots n)$$

投入係数は，ｊ産業部門の生産のために原材料として投入されるｉ財の，ｊ部門産出高に対する比．いいかえれば，ｊ財１単位の生産のために必要なｉ財の投入高．

所得階級別，産業別

付加価値率～$v_{kj}=\dfrac{V_{kj}}{X_j}$ $(k=1,\ 2\cdots\cdots r,\ j=1,\ 2,\cdots\cdots n)$

ｊ産業生産によって稼得されたｋ所得部門所得の，ｊ産業産出高に対する比．

品目別，所得階級別

消費係数 ～ $c_{ik}=\dfrac{C_{ik}}{V_k}\begin{pmatrix} i=1,\ 2,\cdots\cdots n \\ k=1,\ 2,\cdots\cdots r \end{pmatrix}$，　（ここで $V_k=\sum_{j=1}^{n}V_{kj}$ $(k=1,2\ \cdots\cdots r)$ である．）

ｋ所得部門所得から第ｉ財へ向けられた消費支出の，ｋ所得部門所得に対する比．

これらの諸係数を計算して一表にまとめれば第２表のようになる．

（第２表）

	投入係数							消費係数						
	1.	2.	……	j	……	n		1.	2.	……	k	……	r
1.	a_{11}	a_{21}	……	a_{1j}	……	a_{1n}		c_{11}	c_{12}	……	c_{1k}	……	c_{1r}
2.	a_{12}	a_{22}	……	a_{2j}	……	a_{2n}		c_{21}	c_{22}	……	c_{2k}	……	c_{2r}
⋮	⋮	⋮		⋮		⋮		⋮	⋮		⋮		⋮
i	a_{i1}	a_{i2}	……	a_{ij}	……	a_{in}		c_{i1}	c_{i2}	……	c_{ik}	……	c_{ir}
⋮	⋮	⋮		⋮		⋮		⋮	⋮		⋮		⋮
n	a_{n1}	a_{n2}	……	a_{nj}	……	a_{nn}		c_{n1}	c_{n2}	……	c_{nk}	……	c_{nr}
付加価値率 1.	v_{11}	v_{12}	……	v_{1j}	……	v_{1n}							
2.	v_{21}	v_{22}	……	v_{2j}	……	v_{2n}							
⋮	⋮	⋮		⋮		⋮							
k	v_{k1}	v_{k2}	……	v_{kj}	……	v_{kn}							
⋮	⋮	⋮		⋮		⋮							
r	v_{r1}	v_{r2}	……	v_{rj}	……	v_{rn}							

従って，これらの係数を前の①式に代入して書き直せば次のようになる．

$$\begin{cases} a_{11}X_1+a_{12}X_2+\cdots\cdots a_{1j}X_j+\cdots\cdots a_{1n}X_n+c_{11}V_1+c_{12}V_2+\cdots\cdots c_{1k}V_k+\cdots\cdots c_{1r}V_r+f_1=X_1 \\ a_{21}X_1+a_{22}X_2+\cdots\cdots a_{2j}X_j+\cdots\cdots a_{2n}X_n+c_{21}V_1+c_{22}V_2+\cdots\cdots c_{2k}V_k+\cdots\cdots c_{2r}V_r+f_2=X_2 \\ \vdots \\ a_{i1}X_1+a_{i2}X_2+\cdots\cdots a_{ij}X_j+\cdots\cdots a_{in}X_n+c_{i1}V_1+c_{i2}V_2+\cdots\cdots c_{ik}V_k+\cdots\cdots c_{ir}V_r+f_i=X_i \\ \vdots \\ a_{n1}X_1+a_{n2}X_2+\cdots\cdots a_{nj}X_j+\cdots\cdots a_{nn}X_n+c_{n1}V_1+c_{n2}V_2+\cdots\cdots c_{nk}V_k+\cdots\cdots c_{nr}V_r+f_n=X_n \end{cases}$$

一般的にまとめて表示すれば，

$$\sum_{j=1}^{n}a_{ij}X_j+\sum_{k=1}^{r}c_{ik}V_k+f_i=X_i\ \ (i=1,\ 2\cdots\cdots n)$$

となる．

このｎ個の連立方程式に対するｎ個の未知数の解を求めることが，産業別必要産出高を計算することになり，それが産業連関分析の一つの主要目的である．

3.　2部門分割による論述

以後，論を進めるに当り，上記の基本原理を保ちながら，しかも出来る限り理解を容易にするため，部門数を最少必要限度にしぼることにする．すなわち，産業部門を2個，所得部門を2個（賃金所得部門と利潤所得部門）とし，従って内生的消費支出も，2所得部門から2財へとする．原理はn個の産業部門，r個の所得部門の場合と全く変わらない．

さて，2部門分割の場合の産業連関表，及びその数値例をまとめて第3表とする．

（第3表）

		産業部門 1.	産業部門 2.	消費需要 c_w	消費需要 c_p	外生的支出 f	総産出高 x
1.		x_{11} 10	x_{12} 30	c_{11} 20	c_{12} 10	f_1 30	X_1 100
2.		x_{21} 30	x_{22} 10	c_{21} 30	c_{22} 10	f_2 20	X_2 100
付加価値	賃金	W_1 50	W_2 10				W 60
	利潤	P_1 10	P_2 50				P 60
計		X_1 100	X_2 100	c_w 50	c_p 20	f 50	

第3表の産業連関表から，前出の一般式の場合と同様に，総産出高の需要供給均等の連立方程式を導くと，次のようになる．

$$\begin{cases} x_{11}+x_{12}+c_{11}+c_{12}+f_1=X_1 \\ x_{21}+x_{22}+c_{21}+c_{22}+f_2=X_2 \end{cases} \quad ② \quad \begin{cases} 10+30+20+10+30=100 \\ 30+10+30+10+20=100 \end{cases}$$

更に，前回にならって，投入係数，付加価値率，消費係数等を次のように算出し，その数値例と共に一表にまとめれば，第4表のようになる．

投入係数～ $a_{ij}=\dfrac{x_{ij}}{x_j}$ (i, j=1, 2)

付加価値率～ $v_{kj}=\dfrac{v_{kj}}{x_j}$ (k, j=1, 2)

消費係数～ $c_{ik}=\dfrac{c_{ik}}{V_k}$ (i, k=1, 2)

（但し V_k の $k=1$ は賃金所得 $W(=W_1+W_2)$ とし，$k=2$ は利潤所得 $P(=P_1+P_2)$ とする．）

（第4表）

	投入係数 1.	投入係数 2.	消費係数 c_w	消費係数 c_p
1.	$a_{11}=\frac{x_{11}}{X_1}=\frac{1}{10}$,	$a_{12}=\frac{x_{12}}{X_2}=\frac{3}{10}$	$c_{11}=\frac{c_{11}}{W}=\frac{2}{6}$,	$c_{12}=\frac{c_{12}}{P}=\frac{1}{6}$
2.	$a_{21}=\frac{x_{21}}{X_1}=\frac{3}{10}$,	$a_{22}=\frac{x_{22}}{X_2}=\frac{1}{10}$	$c_{21}=\frac{c_{21}}{W}=\frac{3}{6}$,	$c_{22}=\frac{c_{22}}{P}=\frac{1}{6}$
付加価値率	$v_{11}=\frac{W_1}{X_1}=\frac{5}{10}$,	$v_{12}=\frac{W_2}{X_2}=\frac{1}{10}$		
	$v_{21}=\frac{P_1}{X_1}=\frac{1}{10}$,	$v_{22}=\frac{P_2}{X_2}=\frac{5}{10}$		

そして，それぞれの諸係数を要素とする行列を次のように定める．

$$\text{投入係数行列} \sim A=\begin{bmatrix} a_{11}, & a_{12} \\ a_{21}, & a_{22} \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} \frac{1}{10}, & \frac{3}{10} \\ \frac{3}{10}, & \frac{1}{10} \end{bmatrix}$$

$$\text{付加価値率行列} \sim V=\begin{bmatrix} v_{11}, & v_{12} \\ v_{21}, & v_{22} \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} \frac{5}{10}, & \frac{1}{10} \\ \frac{1}{10}, & \frac{5}{10} \end{bmatrix}$$

$$\text{消費係数行列} \sim C=\begin{bmatrix} c_{11}, & c_{12} \\ c_{21}, & c_{22} \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} \frac{2}{6}, & \frac{1}{6} \\ \frac{3}{6}, & \frac{1}{6} \end{bmatrix}$$

なおこのほかに従来のレオンチェフ逆行列 $B=[I-A]^{-1}$ は，

$$B=\begin{bmatrix} b_{11}, & b_{12} \\ b_{21}, & b_{22} \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} \frac{1-a_{22}}{\varDelta}, & \frac{a_{12}}{\varDelta} \\ \frac{a_{21}}{\varDelta}, & \frac{1-a_{11}}{\varDelta} \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} \frac{15}{12}, & \frac{5}{12} \\ \frac{5}{12}, & \frac{15}{12} \end{bmatrix}$$

$$(\varDelta=(1-a_{11})(1-a_{22})-a_{12}a_{21}\fallingdotseq 0)$$

とし，更に次の消費支出行列Dを付け加える．

$$D=\begin{bmatrix} c_{11}, & c_{12} \\ c_{21}, & c_{22} \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 20, & 10 \\ 30, & 10 \end{bmatrix}$$

前例にならって，これら諸係数の値を第②式に代入すれば，次のようになる．

$$\begin{cases} a_{11}X_1+a_{12}X_2+c_{11}W+c_{12}P+f_1=X_1 \\ a_{21}X_1+a_{22}X_2+c_{21}W+c_{22}P+f_2=X_2 \end{cases} \quad ②'$$

$$\begin{cases} \frac{1}{10}\times 100+\frac{3}{10}\times 100+\frac{2}{6}\times 60+\frac{1}{6}\times 60+30=100 \\ \frac{3}{10}\times 100+\frac{1}{10}\times 100+\frac{3}{6}\times 60+\frac{1}{6}\times 60+20=100 \end{cases}$$

ここで，

$$\begin{cases} \text{賃金所得 } W=W_1+W_2 \\ \text{利潤所得 } P=P_1+P_2 \end{cases} \qquad \begin{cases} 60=50+10 \\ 60=10+50 \end{cases}$$

であり，また付加価値率の定義から

$$W_1=v_{11}X_1\left(\frac{W_1}{X_1}\cdot X_1\right), \quad W_2=v_{12}X_2\left(\frac{W_2}{X_2}\cdot X_2\right)$$

$$R_1=v_{21}X_1\left(\frac{P_1}{X_1}\cdot X_1\right), \quad P_2=v_{22}X_2\left(\frac{P_2}{X_2}\cdot X_2\right)$$

である．従って，

$$\begin{cases} W=W_1+W_2=v_{11}X_1+v_{12}X_2 \\ P=P_1+P_2=v_{21}X_1+v_{22}X_2 \end{cases} \qquad \begin{cases} 60=50+10=\frac{5}{10}\times 100+\frac{1}{10}\times 100 \\ 60=10+50=\frac{1}{10}\times 100+\frac{5}{10}\times 100 \end{cases}$$

となる．この値を第②′式に代入して

$$\begin{cases} a_{11}X_1+a_{12}X_2+c_{11}(v_{11}X_1+v_{12}X_2)+c_{12}(v_{21}X_1+v_{22}X_2)+f_1=X_1 \\ a_{21}X_1+a_{22}X_2+c_{21}(v_{11}X_1+v_{12}X_2)+c_{22}(v_{21}X_1+v_{22}X_2)+f_2=X_2 \end{cases} \quad ②''$$

$$\begin{cases} \frac{1}{10}\times 100+\frac{3}{10}\times 100+\frac{2}{6}\left(\frac{5}{10}\times 100+\frac{1}{10}\times 100\right)+\frac{1}{6}\left(\frac{1}{10}\times 100+\frac{5}{10}\times 100\right)+30=100 \\ \frac{3}{10}\times 100+\frac{1}{10}\times 100+\frac{3}{6}\left(\frac{5}{10}\times 100+\frac{1}{10}\times 100\right)+\frac{1}{6}\left(\frac{1}{10}\times 100+\frac{5}{10}\times 100\right)+20=100 \end{cases}$$

となる．ここで次のように，たいへん重要な意味をもつ変換を行なう．すなわち，②″ 式の中の消費支出を一度分解して，X_1，X_2 の係数として再編成し直す．

$$②'' =\begin{cases} a_{11}X_1+a_{12}X_2+c_{11}v_{11}X_1+c_{11}v_{12}X_2+c_{12}v_{21}X_1+c_{12}v_{22}X_2+f_1=X_1 \\ a_{21}X_1+a_{22}X_2+c_{21}v_{11}X_4+c_{21}v_{12}X_2+c_{22}v_{21}X_1+c_{22}v_{22}X_2+f_2=X_2 \end{cases}$$

$$=\begin{cases} a_{11}X_1+a_{12}X_2+(c_{11}v_{11}+c_{12}v_{21})X_1+(c_{11}v_{12}+c_{12}v_{22})X_2+f_1=X_1 \\ a_{21}X_1+a_{22}X_2+(c_{21}v_{11}+c_{22}v_{21})X_1+(c_{21}v_{12}+c_{22}v_{22})X_2+f_2=X_2 \end{cases} \quad ③$$

$$\begin{cases} \frac{1}{10}\times 100+\frac{3}{10}\times 100+\left(\frac{2}{6}\times\frac{5}{10}+\frac{1}{6}\times\frac{1}{10}\right)\times 100+\left(\frac{2}{6}\times\frac{1}{10}+\frac{1}{6}\times\frac{5}{10}\right)\times 100+30=100 \\ \frac{3}{10}\times 100+\frac{1}{10}\times 100+\left(\frac{3}{6}\times\frac{5}{10}+\frac{1}{6}\times\frac{1}{10}\right)\times 100+\left(\frac{3}{6}\times\frac{1}{10}+\frac{1}{6}\times\frac{5}{10}\right)\times 100+20=100 \end{cases}$$

この最後の③式を行列表示すれば，

$$\begin{bmatrix} a_{11}, & a_{12} \\ a_{21}, & a_{22} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \end{bmatrix}+\begin{bmatrix} c_{11}, & c_{12} \\ c_{21}, & c_{22} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} v_{11}, & v_{12} \\ v_{21}, & v_{22} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \end{bmatrix}+\begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \end{bmatrix} \quad ③'$$

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{10}, & \frac{3}{10} \\ \frac{3}{10}, & \frac{1}{10} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 100 \\ 100 \end{bmatrix}+\begin{bmatrix} \frac{2}{6}, & \frac{1}{6} \\ \frac{3}{6}, & \frac{1}{6} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \frac{5}{10}, & \frac{1}{10} \\ \frac{1}{10}, & \frac{5}{10} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 100 \\ 100 \end{bmatrix}+\begin{bmatrix} 30 \\ 20 \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 100 \\ 100 \end{bmatrix}$$

記号化すれば，

$$AX+CVX+f=X \quad ③''$$

この ③″ 式を変更して，

$$(I-A-CV)X=f \quad ④$$

これが求める産出高形成と所得形成の基本方程式となる．従って求める解は次のようになる．

$$X=(I-A-CV)^{-1}f \quad ④'$$

$$\begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 1-a_{11}-(c_{11}v_{11}+c_{12}v_{21}), & -a_{12}-(c_{11}v_{12}+c_{12}v_{22}) \\ -a_{21}-(c_{21}v_{11}+c_{22}v_{21}), & 1-a_{22}-(c_{21}v_{12}+c_{22}v_{22}) \end{bmatrix}^{-1}\begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \end{bmatrix} \quad ④''$$

$$\begin{bmatrix} 100 \\ 100 \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 1-\frac{1}{10}-\left(\frac{2}{6}\times\frac{5}{10}+\frac{1}{6}\times\frac{1}{10}\right), & -\frac{3}{10}-\left(\frac{2}{6}\times\frac{1}{10}+\frac{1}{6}\times\frac{5}{10}\right) \\ -\frac{3}{10}-\left(\frac{3}{6}\times\frac{5}{10}+\frac{1}{6}\times\frac{1}{10}\right), & 1-\frac{1}{10}-\left(\frac{3}{6}\times\frac{1}{10}+\frac{1}{6}\times\frac{5}{10}\right) \end{bmatrix}^{-1}\begin{bmatrix} 30 \\ 20 \end{bmatrix}$$

$$=\begin{bmatrix} 1-\frac{17}{60}, & -\frac{25}{60} \\ -\frac{34}{60}, & 1-\frac{14}{60} \end{bmatrix}^{-1}\begin{bmatrix} 30 \\ 20 \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} \frac{43}{60}, & -\frac{25}{60} \\ -\frac{34}{60}, & \frac{46}{60} \end{bmatrix}^{-1}\begin{bmatrix} 30 \\ 20 \end{bmatrix}$$

$$=\begin{bmatrix} \frac{230}{94}, & \frac{125}{94} \\ \frac{170}{94}, & \frac{215}{94} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 30 \\ 20 \end{bmatrix}$$

すなわち，外生的支出 f に逆行列 $(I-A-CV)^{-1}$ を乗ずることによって，原材料（中間需要）A と消費支出需要 CV とに対する生産を考慮に入れた，総産出高 X が決定されることになる．

4.　逆行列乗数 $(I-A-CV)^{-1}$ の意味

所得形成の過程を含んだ産出高形成の逆行列は，前述の通り $(I-A-CV)^{-1}$ となるが，ここで

は，両過程の関連性をよく理解するために，この逆行列を更に詳しく検討分析してみよう．

（1） そのためにまず，この逆行列と，従来のレオンチェフ逆行列 $B=(I-A)^{-1}$ との相違から述べよう．

レオンチェフ逆行列を使って，最終需要から総産出高を求める式は，

$$X=BF=(I-A)^{-1}F$$

となるが，この場合の被乗数である最終需要Fは，前出の外生的支出需要fに消費支出需要Dを加えたもの，すなわち，

$$F=\begin{bmatrix}F_1\\F_2\end{bmatrix}=Di+f=\begin{bmatrix}c_{11}+c_{12}+f_1\\c_{21}+c_{22}+f_2\end{bmatrix}\ (i=\{1,\ 1,\cdots\cdots1\},\ \text{n 次の列ベクトル})$$

$$F=\begin{bmatrix}60\\60\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}20+10+30\\30+10+20\end{bmatrix}$$

である．これに対して，本節の逆行列 $(I-A-CV)^{-1}$ を乗ずる対象となる被乗数は，外生的支出需要fのみである．

$$f=\begin{bmatrix}f_1\\f_2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}30\\20\end{bmatrix}$$

このような，被乗数の側における両者の間の相違は，乗数の側における差によって相殺される．すなわち，レオンチェフ逆行列乗数の値は，

$$B=\begin{bmatrix}b_{11}, & b_{12}\\b_{21}, & b_{22}\end{bmatrix}=(I-A)^{-1}=\begin{bmatrix}\frac{1-a_{22}}{\varDelta}, & \frac{a_{12}}{\varDelta}\\ \frac{a_{21}}{\varDelta}, & \frac{1-a_{11}}{\varDelta}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\frac{15}{12}, & \frac{5}{12}\\ \frac{5}{12}, & \frac{15}{12}\end{bmatrix}$$

$$(\varDelta=(1-a_{11})(1-a_{22})-a_{12}a_{21}\fallingdotseq 0)$$

となるが，他方，逆行列乗数 $(I-A-CV)^{-1}$ を計算した値は，

$$\begin{bmatrix}\frac{43}{60}, & -\frac{25}{60}\\ -\frac{34}{60}, & \frac{46}{60}\end{bmatrix}^{-1}=\frac{1}{\frac{47}{150}}\begin{bmatrix}\frac{46}{60}, & \frac{25}{60}\\ \frac{34}{60}, & \frac{43}{60}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\frac{230}{94}, & \frac{125}{94}\\ \frac{170}{94}, & \frac{215}{94}\end{bmatrix}$$

となって，レオンチェフ逆行列乗数Bより相当大きな値を示している．従って，求める総産出高はそれぞれ次のように算出される．

$$X=[I-A]^{-1}F\sim\begin{bmatrix}100\\100\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\frac{15}{12}, & \frac{5}{12}\\ \frac{5}{12}, & \frac{15}{12}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}60\\60\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\frac{900+300}{12}\\ \frac{300+900}{12}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\frac{1200}{12}\\ \frac{1200}{12}\end{bmatrix}$$

$$X=[I-A-CV]^{-1}f\sim\begin{bmatrix}100\\100\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\frac{230}{94}, & \frac{125}{94}\\ \frac{170}{94}, & \frac{215}{94}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}30\\20\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\frac{6900+2500}{94}\\ \frac{5100+4300}{94}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\frac{9400}{94}\\ \frac{9400}{94}\end{bmatrix}$$

（2） 次に，この逆行列 $(I-A-CV)^{-1}$ の意味を一層明らかにするために，この乗数の各変数への波及の姿を，時の経過と共に各段階ごとに変数の値を算出することによって，この乗数が形成されて行く様子を観察してみよう．各変数の右肩のカッコを付けた添字は，それぞれの段階数を表わすものとする．

（第1段階）

①外生的支出 f ～頭初に，生産を誘発する初発的刺激として，まず外部から外生的支出（主として投資）

$$f=\begin{bmatrix}f_1\\f_2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}30\\20\end{bmatrix}$$

が与えられる．この値は，その後各段階を通じて，最初の水準を維持するものとする．

②総産出高 $X^{(1)}$～各企業は，この外生的支出需要をみたすために，第1段階においては，取り敢えず，この分の生産を行なう．従って，

$$X^{(1)}=\begin{bmatrix}x_1{}^{(1)}\\x_2{}^{(1)}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}f_1\\f_2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}30\\20\end{bmatrix}$$

③原材料投入高 $U^{(1)}$～第1段階における $X^{(1)}$ の生産のために必要となる原材料の投入高 $U^{(1)}$ は，投入係数行列Aを第1段階の産出高 $X^{(1)}$ に乗じて算出される．

$$U^{(1)}=AX^{(1)}=Af=\begin{bmatrix}a_{11}, & a_{12}\\a_{21}, & a_{22}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}f_1\\f_2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}a_{11}f_1+a_{12}f_2\\a_{21}f_1+a_{22}f_2\end{bmatrix}$$

$$=\begin{bmatrix}\frac{1}{10}, & \frac{3}{10}\\\frac{3}{10}, & \frac{1}{10}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}30\\20\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\frac{30+60}{10}\\\frac{90+20}{10}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}9\\11\end{bmatrix}$$

④付加価値 $V^{(1)}$＝分配国民所得 $Y^{(1)}$～第1段階における付加価値，すなわち，所得は，その期の産出高 $X^{(1)}$ に付加価値率Vを乗じて算出される．

$$V^{(1)}=Y^{(1)}=VX^{(1)}=Vf=\begin{bmatrix}v_{11}, & v_{12}\\v_{21}, & v_{22}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}f_1\\f_2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}v_{11}f_1+v_{12}f_2\\v_{21}f_1+v_{22}f_2\end{bmatrix}$$

$$=\begin{bmatrix}\frac{5}{10}, & \frac{1}{10}\\\frac{1}{10}, & \frac{5}{10}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}30\\20\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\frac{150+20}{10}\\\frac{30+100}{10}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}17\\13\end{bmatrix}$$

このようにして算出された列ベクトルの上の数字は賃金所得を，下の数字は利潤所得を表わす．

⑤消費支出 $C^{(1)}$～第1段階の消費支出 $C^{(1)}$ は，その期の所得 $Y^{(1)}$（付加価値 $V^{(1)}$）に消費係数Cを乗じて計算される．

$$C^{(1)}=CY^{(1)}=CVf=\begin{bmatrix}c_{11}, & c_{12}\\c_{21}, & c_{22}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}v_{11}, & v_{21}\\v_{21}, & v_{22}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}f_1\\f_2\end{bmatrix}$$

$$=\begin{bmatrix}c_{11}v_{11}+c_{12}v_{21}, & c_{11}v_{12}+c_{12}v_{22}\\c_{21}v_{11}+c_{22}v_{21}, & c_{21}v_{12}+c_{22}v_{22}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}f_1\\f_2\end{bmatrix}$$

$$=\begin{bmatrix}(c_{11}v_{11}+c_{12}v_{21})f_1+(c_{11}v_{12}+c_{12}v_{22})f_2\\(c_{21}v_{11}+c_{22}v_{21})f_1+(c_{21}v_{12}+c_{22}v_{22})f_2\end{bmatrix}$$

$$=\begin{bmatrix}\frac{2}{6}\times\frac{5}{10}+\frac{1}{6}\times\frac{1}{10}, & \frac{1}{6}\times\frac{1}{10}+\frac{1}{6}\times\frac{5}{10}\\\frac{3}{6}\times\frac{5}{10}+\frac{1}{6}\times\frac{1}{10}, & \frac{3}{6}\times\frac{1}{10}+\frac{1}{6}\times\frac{5}{10}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}30\\20\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\frac{11}{60}, & \frac{7}{60}\\\frac{16}{60}, & \frac{8}{60}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}30\\20\end{bmatrix}$$

$$=\begin{bmatrix}\left(\frac{2}{6}\times\frac{5}{10}+\frac{1}{6}\times\frac{1}{10}\right)\times30+\left(\frac{2}{6}\times\frac{1}{10}+\frac{1}{6}\times\frac{5}{10}\right)\times20\\\left(\frac{3}{6}\times\frac{5}{10}+\frac{1}{6}\times\frac{1}{10}\right)\times30+\left(\frac{3}{6}\times\frac{1}{10}+\frac{1}{6}\times\frac{5}{10}\right)\times20\end{bmatrix}$$

$$=\begin{bmatrix}\frac{330+140}{60}\\\frac{480+160}{60}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\frac{470}{60}\\\frac{640}{60}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\frac{47}{6}\\\frac{64}{6}\end{bmatrix}$$

これで第1段階における波及の結果としての，諸変数の値の算出を終り，次いで第2段階に入る．

（第２段階）

②総産出高 $X^{(2)}$～第１段階においては，各企業は，取り敢えず外生的支出需要 f に見合うだけの生産を行なったが，第２段階においては，その第１段階の生産$X^{(1)}$ のために投入された原材料 $U^{(1)}$ と，第１段階における所得 $Y^{(1)}$ から派生した消費支出需要 $C^{(1)}$ との，二つの需要に応ずる分の生産を行なわなければならない．すなわち，

$$
\begin{aligned}
X^{(2)} &= U^{(1)}+C^{(1)}=Af+CVf=(A+CV)f \\
&= \left\{\begin{bmatrix} a_{11}, & a_{12} \\ a_{21}, & a_{22} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} c_{11}v_{11}+c_{12}v_{21}, & c_{11}v_{12}+c_{12}v_{22} \\ c_{21}v_{11}+c_{22}v_{21}, & c_{21}v_{12}+c_{22}v_{22} \end{bmatrix}\right\} \begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \end{bmatrix} \\
&= \begin{bmatrix} a_{11}+(c_{11}v_{11}+c_{12}v_{21}), & a_{12}+(c_{11}v_{12}+c_{12}v_{22}) \\ a_{21}+(c_{21}v_{11}+c_{22}v_{21}), & a_{22}+(c_{21}v_{12}+c_{22}v_{22}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \end{bmatrix} \\
&= \begin{bmatrix} (a_{11}+c_{11}v_{11}+c_{12}v_{21})f_1+(a_{12}+c_{11}v_{12}+c_{12}v_{22})f_2 \\ (a_{21}+c_{21}v_{11}+c_{22}v_{21})f_1+(a_{22}+c_{21}v_{12}+c_{22}v_{22})f_2 \end{bmatrix} \\
&= \begin{bmatrix} \frac{1}{10}+\left(\frac{2}{6}\times\frac{5}{10}+\frac{1}{6}\times\frac{1}{10}\right), & \frac{3}{10}+\left(\frac{2}{6}\times\frac{1}{10}+\frac{1}{6}\times\frac{5}{10}\right) \\ \frac{3}{10}+\left(\frac{3}{6}\times\frac{5}{10}+\frac{1}{6}\times\frac{1}{10}\right), & \frac{1}{10}+\left(\frac{3}{6}\times\frac{1}{10}+\frac{1}{6}\times\frac{5}{10}\right) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 30 \\ 20 \end{bmatrix} \\
&= \begin{bmatrix} \frac{17}{60}, & \frac{25}{60} \\ \frac{34}{60}, & \frac{14}{60} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 30 \\ 20 \end{bmatrix} \\
&= \begin{bmatrix} \frac{6+11}{60}\times 30+\frac{18+7}{60}\times 20 \\ \frac{18+16}{60}\times 30+\frac{6+8}{60}\times 20 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{51}{6}+\frac{50}{6} \\ \frac{102}{6}+\frac{28}{6} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{101}{6} \\ \frac{130}{6} \end{bmatrix}
\end{aligned}
$$

③原材料投入高 $U^{(2)}$～第２段階の原材料投入高 $U^{(2)}$ は，第２段階の総産出高 $X^{(2)}$ に投入係数Aを乗じて算出される．

$$
\begin{aligned}
U^{(2)} &= AX^{(2)}=A(A+CV)f \\
&= \begin{bmatrix} a_{11}, & a_{12} \\ a_{21}, & a_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_{11}+c_{11}v_{11}+c_{12}v_{21}, & a_{12}+c_{11}v_{12}+c_{12}v_{22} \\ a_{21}+c_{21}v_{11}+c_{22}v_{21}, & a_{22}+c_{21}v_{12}+c_{22}v_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \end{bmatrix} \\
&= \begin{bmatrix} \frac{1}{10}, & \frac{3}{10} \\ \frac{3}{10}, & \frac{1}{10} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{17}{60}, & \frac{25}{60} \\ \frac{34}{60}, & \frac{14}{60} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 30 \\ 20 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{10}, & \frac{3}{10} \\ \frac{3}{10}, & \frac{1}{10} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{101}{6} \\ \frac{130}{6} \end{bmatrix} \\
&= \begin{bmatrix} \frac{101+390}{60} \\ \frac{303+130}{60} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{491}{60} \\ \frac{433}{60} \end{bmatrix}
\end{aligned}
$$

④付加価値 $V^{(2)}$＝所得 $Y^{(2)}$

$$
\begin{aligned}
V^{(2)} &= Y^{(2)}=VX^{(2)}=V(A+CV)f \\
&= \begin{bmatrix} v_{11}, & v_{12} \\ v_{21}, & v_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_{11}+c_{11}v_{11}+c_{12}v_{21}, & a_{12}+c_{11}v_{12}+c_{12}v_{22} \\ a_{21}+c_{21}v_{11}+c_{22}v_{21}, & a_{22}+c_{21}v_{12}+c_{22}v_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \end{bmatrix} \\
&= \begin{bmatrix} \frac{5}{10}, & \frac{1}{10} \\ \frac{1}{10}, & \frac{5}{10} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{17}{60}, & \frac{25}{60} \\ \frac{34}{60}, & \frac{14}{60} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 30 \\ 20 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{5}{10}, & \frac{1}{10} \\ \frac{1}{10}, & \frac{5}{10} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{101}{6} \\ \frac{130}{6} \end{bmatrix}
\end{aligned}
$$

$$=\begin{bmatrix}\frac{505+130}{60}\\ \frac{101+650}{60}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\frac{635}{60}\\ \frac{751}{60}\end{bmatrix}$$

⑤消費支出 $C^{(2)}$

$$C^{(2)}=CY^{(2)}=CVX^{(2)}=CV(A+CV)f$$

$$=\begin{bmatrix}c_{11}, & c_{12}\\ c_{21}, & c_{22}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}v_{11}, & v_{12}\\ v_{21}, & v_{22}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}a_{11}+c_{11}v_{11}+c_{12}v_{21}, & a_{12}+c_{11}v_{12}+c_{12}v_{22}\\ a_{21}+c_{21}v_{11}+c_{22}v_{21}, & a_{22}+c_{21}v_{12}+c_{22}v_{22}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}f_1\\ f_2\end{bmatrix}$$

$$=\begin{bmatrix}\frac{2}{6}, & \frac{1}{6}\\ \frac{3}{6}, & \frac{1}{6}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\frac{5}{10}, & \frac{1}{10}\\ \frac{1}{10}, & \frac{5}{10}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\frac{17}{60}, & \frac{25}{60}\\ \frac{34}{60}, & \frac{14}{60}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}30\\ 20\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\frac{2}{6}, & \frac{1}{6}\\ \frac{3}{6}, & \frac{1}{6}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\frac{635}{60}\\ \frac{751}{60}\end{bmatrix}$$

$$=\begin{bmatrix}\frac{1270+751}{360}\\ \frac{1905+751}{360}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\frac{2021}{360}\\ \frac{2656}{360}\end{bmatrix}$$

（第 3 段階）

②総産出高 $X^{(3)}=(U^{(3)}+C^{(3)})$

$$X^{(3)}=U^{(3)}+C^{(3)}=A(A+CV)f+CV(A+CV)f=(A+CV)^2f$$

$$=\begin{bmatrix}a_{11}+c_{11}v_{11}+c_{12}v_{21}, & a_{12}+c_{11}v_{12}+c_{12}v_{22}\\ a_{21}+c_{21}v_{11}+c_{22}v_{21}, & a_{22}+c_{21}v_{12}+c_{22}v_{22}\end{bmatrix}^2\begin{bmatrix}f_1\\ f_2\end{bmatrix}$$

$$=\begin{bmatrix}\frac{17}{60}, & \frac{25}{60}\\ \frac{34}{60}, & \frac{14}{60}\end{bmatrix}^2\begin{bmatrix}30\\ 20\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\frac{1139}{3600}, & \frac{775}{3600}\\ \frac{1054}{3600}, & \frac{1046}{3600}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}30\\ 20\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\frac{3417+1550}{3600}\\ \frac{3162+2092}{3600}\end{bmatrix}$$

$$=\begin{bmatrix}\frac{4967}{360}\\ \frac{5254}{360}\end{bmatrix}$$

③原材料投入高 $U^{(3)}$

$$U^{(3)}=AX^{(3)}=A(A+CV)^2f$$

$$=\begin{bmatrix}a_{11}, & a_{12}\\ a_{21}, & a_{22}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}a_{11}+c_{11}v_{11}+c_{12}v_{21}, & a_{12}+c_{11}v_{12}+c_{12}v_{22}\\ a_{21}+c_{21}v_{11}+c_{22}v_{21}, & a_{22}+c_{21}v_{12}+c_{22}v_{22}\end{bmatrix}^2\begin{bmatrix}f_1\\ f_2\end{bmatrix}$$

$$=\begin{bmatrix}\frac{1}{10}, & \frac{3}{10}\\ \frac{3}{10}, & \frac{1}{10}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\frac{17}{60}, & \frac{25}{60}\\ \frac{34}{60}, & \frac{14}{60}\end{bmatrix}^2\begin{bmatrix}30\\ 20\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\frac{1}{10}, & \frac{3}{10}\\ \frac{3}{10}, & \frac{1}{10}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\frac{4967}{360}\\ \frac{5254}{360}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\frac{4967+14901}{3600}\\ \frac{14901+5254}{3600}\end{bmatrix}$$

$$=\begin{bmatrix}\frac{19868}{3600}\\ \frac{20155}{3600}\end{bmatrix}$$

④付加価値 $V^{(3)}$＝所得 $Y^{(3)}$

$$V^{(3)}=Y^{(3)}=VX^{(3)}=V(A+CV)^2f$$

$$=\begin{bmatrix}v_{11}, & v_{12}\\ v_{21}, & v_{22}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}a_{11}+c_{11}v_{11}+c_{12}v_{21}, & a_{12}+c_{11}v_{12}+c_{12}v_{22}\\ a_{21}+c_{21}v_{11}+c_{22}v_{21}, & a_{22}+c_{21}v_{12}+c_{22}v_{22}\end{bmatrix}^2\begin{bmatrix}f_1\\ f_2\end{bmatrix}$$

$$=\begin{bmatrix}\frac{5}{10}, & \frac{1}{10}\\ \frac{1}{10}, & \frac{5}{10}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\frac{17}{60}, & \frac{25}{60}\\ \frac{34}{60}, & \frac{14}{60}\end{bmatrix}^2\begin{bmatrix}30\\20\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\frac{5}{10}, & \frac{1}{10}\\ \frac{1}{10}, & \frac{5}{10}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\frac{4967}{360}\\ \frac{5254}{360}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\frac{24835+5254}{3600}\\ \frac{4967+26270}{3600}\end{bmatrix}$$

$$=\begin{bmatrix}\frac{30089}{3600}\\ \frac{31237}{3600}\end{bmatrix}$$

⑤消費支出 $C^{(3)}$

$$C^{(3)}=CY^{(3)}=CV(A+CV)^2f$$

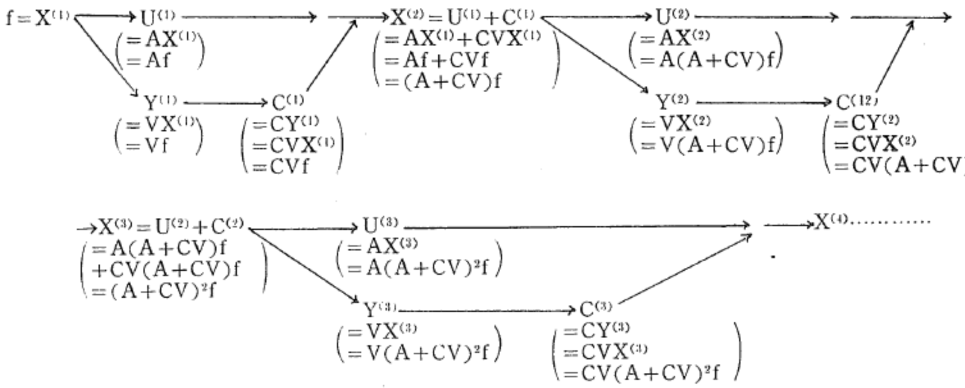
$$=\begin{bmatrix}c_{11}, & c_{12}\\ c_{21}, & c_{22}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}v_{11}, & v_{12}\\ v_{21}, & v_{22}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}a_{11}+c_{11}v_{11}+c_{12}v_{21}, & a_{12}+c_{11}v_{12}+c_{12}v_{22}\\ a_{21}+c_{21}v_{11}+c_{22}v_{21}, & a_{22}+c_{21}v_{12}+c_{22}v_{22}\end{bmatrix}^2\begin{bmatrix}f_1\\ f_2\end{bmatrix}$$

$$=\begin{bmatrix}\frac{2}{6}, & \frac{1}{6}\\ \frac{3}{6}, & \frac{1}{6}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\frac{5}{10}, & \frac{1}{10}\\ \frac{1}{10}, & \frac{5}{10}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\frac{17}{60}, & \frac{25}{60}\\ \frac{34}{60}, & \frac{14}{60}\end{bmatrix}^2\begin{bmatrix}30\\20\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\frac{2}{6}, & \frac{1}{6}\\ \frac{3}{6}, & \frac{1}{6}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\frac{5}{10}, & \frac{1}{10}\\ \frac{1}{10}, & \frac{5}{10}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\frac{4967}{360}\\ \frac{5254}{360}\end{bmatrix}$$

$$=\begin{bmatrix}\frac{2}{6}, & \frac{1}{6}\\ \frac{3}{6}, & \frac{1}{6}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\frac{30089}{3600}\\ \frac{31237}{3600}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\frac{60178+31237}{21600}\\ \frac{90267+31237}{21600}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\frac{91415}{21600}\\ \frac{121504}{21600}\end{bmatrix}$$

各段階ごとの諸変数の値の算出は以上のようになるが，これら諸変数が，相互に影響し合いながら波及して行く姿を図示すれば，第１図のようになる．

第　1　図



而して，その波及の行き尽くした窮極の状態における，各変数の値は，次のようになる．

②総産出高 X

$$X=X^{(1)}+X^{(2)}+X^{(3)}+\cdots\cdots$$

$$=f+(A+CV)f+(A+CV)^2f+\cdots\cdots$$

$$=[I+(A+CV)+(A+CV)^2+\cdots\cdots]f$$

$$=\frac{1}{I-(A+CV)}f=[I-A-CV]^{-1}f$$

$$X=\begin{bmatrix}30\\20\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}\frac{17}{60}, & \frac{25}{60}\\ \frac{34}{60}, & \frac{14}{60}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}30\\20\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}\frac{17}{60}, & \frac{25}{60}\\ \frac{34}{60}, & \frac{14}{60}\end{bmatrix}^2\begin{bmatrix}30\\20\end{bmatrix}+\cdots\cdots$$

$$=\left\{\begin{bmatrix}1, & 0\\0, & 1\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}\frac{17}{60}, & \frac{25}{60}\\\frac{34}{60}, & \frac{14}{60}\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}\frac{17}{60}, & \frac{25}{60}\\\frac{34}{60}, & \frac{14}{60}\end{bmatrix}^2+\cdots\cdots\right\}\begin{bmatrix}30\\20\end{bmatrix}$$

$$=\begin{bmatrix}\frac{230}{94}, & \frac{125}{94}\\\frac{170}{94}, & \frac{215}{94}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}30\\20\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}100\\100\end{bmatrix}$$

③原材料投入高 U

$$\begin{aligned}U&=U^{(1)}+U^{(2)}+U^{(3)}+\cdots\cdots\\&=Af+A(A+CV)f+A(A+CV)^2f+\cdots\cdots\\&=A[I+(A+CV)+(A+CV)^2+\cdots\cdots]f\\&=\frac{A}{1-(A+CV)}f=A[I-A-CV]^{-1}f\end{aligned}$$

$$U=\begin{bmatrix}\frac{1}{10}, & \frac{3}{10}\\\frac{3}{10}, & \frac{1}{10}\end{bmatrix}\left\{\begin{bmatrix}1, & 0\\0, & 1\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}\frac{17}{60}, & \frac{25}{60}\\\frac{34}{60}, & \frac{14}{60}\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}\frac{17}{60}, & \frac{25}{60}\\\frac{34}{60}, & \frac{14}{60}\end{bmatrix}^2+\cdots\cdots\right\}\begin{bmatrix}30\\20\end{bmatrix}$$

$$=\begin{bmatrix}\frac{1}{10}, & \frac{3}{10}\\\frac{3}{10}, & \frac{1}{10}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\frac{230}{94}, & \frac{125}{94}\\\frac{170}{94}, & \frac{215}{94}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}30\\20\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}\frac{1}{10}, & \frac{3}{10}\\\frac{3}{10}, & \frac{1}{10}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}100\\100\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}40\\40\end{bmatrix}$$

④付加価値 V＝所得Y

$$\begin{aligned}Y&=Y^{(1)}+Y^{(2)}+Y^{(3)}+\cdots\cdots\\&=Vf+V(A+CV)f+V(A+CV)^2f+\cdots\cdots\\&=V[I+(A+CV)+(A+CV)^2+\cdots\cdots]f\\&=\frac{V}{1-(A+CV)}f=V[I-A-CV]^{-1}f\end{aligned}$$

$$Y=\begin{bmatrix}\frac{5}{10}, & \frac{1}{10}\\\frac{1}{10}, & \frac{5}{10}\end{bmatrix}\left\{\begin{bmatrix}1, & 0\\0, & 1\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}\frac{17}{60}, & \frac{25}{60}\\\frac{34}{60}, & \frac{14}{60}\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}\frac{17}{60}, & \frac{25}{60}\\\frac{34}{60}, & \frac{14}{60}\end{bmatrix}^2+\cdots\cdots\right\}\begin{bmatrix}30\\20\end{bmatrix}$$

$$=\begin{bmatrix}\frac{5}{10}, & \frac{1}{10}\\\frac{1}{10}, & \frac{5}{10}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\frac{230}{94}, & \frac{125}{94}\\\frac{170}{94}, & \frac{215}{94}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}30\\20\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\frac{5}{10}, & \frac{1}{10}\\\frac{1}{10}, & \frac{5}{10}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}100\\100\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}60\\60\end{bmatrix}$$

⑤消費支出 C

$$\begin{aligned}C&=C^{(1)}+C^{(2)}+C^{(3)}+\cdots\cdots\\&=CVf+CV(A+CV)f+CV(A+CV)^2f+\cdots\cdots\\&=CV[I+(A+CV)+(A+CV)^2+\cdots\cdots]f\\&=\frac{CV}{I-(A+CV)}f=CV[I-A-CV]^{-1}f\end{aligned}$$

$$C=\begin{bmatrix}\frac{2}{6}, & \frac{1}{6}\\\frac{3}{6}, & \frac{1}{6}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\frac{5}{10}, & \frac{1}{10}\\\frac{1}{10}, & \frac{5}{10}\end{bmatrix}\left\{\begin{bmatrix}1, & 0\\0, & 1\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}\frac{17}{60}, & \frac{25}{60}\\\frac{34}{60}, & \frac{14}{60}\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}\frac{17}{60}, & \frac{25}{60}\\\frac{34}{60}, & \frac{14}{60}\end{bmatrix}^2+\cdots\cdots\right\}\begin{bmatrix}30\\20\end{bmatrix}$$

$$=\begin{bmatrix}\frac{2}{6}, & \frac{1}{6}\\ \frac{3}{6}, & \frac{1}{6}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\frac{5}{10}, & \frac{1}{10}\\ \frac{1}{10}, & \frac{5}{10}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\frac{230}{94}, & \frac{125}{94}\\ \frac{170}{94}, & \frac{215}{94}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}30\\20\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\frac{2}{6}, & \frac{1}{6}\\ \frac{3}{6}, & \frac{1}{6}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}60\\60\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}30\\40\end{bmatrix}$$

以上でわれわれは，各段階ごとの産出高形成と，所得形成との，両過程の各変数間の波及を通じて，逆行列 $[I-A-CV]^{-1}$ が形成される姿を観察して来たわけであるが，以上の分析の過程を通じてわれわれは，次のことを読みとることができる．

(イ) まず第1に，この産出高形成と所得形成との過程は，それぞれ，その形成が，各段階ごとに，どちらもその一部分だけしか達成しない状態のまま，互いに影響し合っていることである．これに対して，われわれは，後節において，もう一つの方法，すなわち，産出高形成の過程は，各段階ごとにその形成の全過程を完了し，このように形成の完成した産出高から，各段階の所得が派生するという形での，分析を展開する．

(ロ) 第2に，この逆行列 $[I-A-CV]^{-1}$ の中では，産出高形成と所得形成との両過程が，混然一体となって結合されており，その両過程を截然と切り離すことができないことである．従って，それぞれ両過程の形成の度合いや影響の仕方を，区別して明示することが不可能となっている．

(ハ) 第3に，その各段階ごとの波及の仕方を，くわしく分解して観察すれば，それぞれ，各産業に対する初発的支出が，個々の産業の産出にどれだけ影響し，また，それぞれの産業の産出が，どの階級の所得をどれだけ形成し，更に，それぞれの階級の所得が，どのようにどの財の消費に向けられているかが理解出来る．いい換えれば，個々の要素の中味を吟味して行けば，階級別所得分配の姿や，階級別消費支出等が明確に理解される．しかしながら，最終的段階を結果的にみれば，各要素の中には，それらの影響が混然と入りまじって切り離し難く，これを分類して理解することを不可能にしている．

この点の説明として，次にわれわれは，逆行列乗数 $[I-A-CV]^{-1}$ の中の CV の意味するところを，くわしく分析してみよう．

(3) 前に係数の定義のところで述べたように，

$$\text{消費係数 } C=\begin{bmatrix}c_{11}=\frac{C_{11}}{W}, & c_{12}=\frac{C_{12}}{P}\\ c_{21}=\frac{C_{21}}{W}, & c_{22}=\frac{C_{22}}{P}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\frac{2}{6}, & \frac{1}{6}\\ \frac{3}{6}, & \frac{1}{6}\end{bmatrix}$$

$$\text{付加価値率 } V=\begin{bmatrix}v_{11}=\frac{W_1}{X_1}, & v_{12}=\frac{W_2}{X_2}\\ v_{21}=\frac{P_1}{X_1}, & v_{22}=\frac{P_2}{X_2}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\frac{5}{10}, & \frac{1}{10}\\ \frac{1}{10}, & \frac{5}{10}\end{bmatrix}$$

であり，また，$W=W_1+W_2=60$，$P=P_1+P_2=60$ であった．従って行列，CV は次のようになる．

$$CV=\begin{bmatrix}(cv)_{11}, & (cv)_{12}\\ (cv)_{21}, & (cv)_{22}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}c_{11}, & c_{12}\\ c_{21}, & c_{22}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}v_{11}, & v_{12}\\ v_{21}, & v_{22}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\frac{2}{6}, & \frac{1}{6}\\ \frac{3}{6}, & \frac{1}{6}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\frac{5}{10}, & \frac{1}{10}\\ \frac{1}{10}, & \frac{5}{10}\end{bmatrix}$$

$$=\begin{bmatrix}c_{11}v_{11}+c_{12}v_{21}, & c_{11}v_{12}+c_{12}v_{22}\\ c_{21}v_{11}+c_{22}v_{21}, & c_{21}v_{12}+c_{22}v_{22}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\frac{11}{60}, & \frac{7}{60}\\ \frac{16}{60}, & \frac{8}{60}\end{bmatrix}$$

この行列 CV の各要素のもつ意味は次のようになる．

① $(cv)_{11}=c_{11}v_{11}+c_{12}v_{21}=\frac{11}{60}$

$$c_{11}v_{11}=\frac{C_{11}}{W}\cdot\frac{W_1}{X_1}\sim X_1\cdot\rightarrow W_1\rightarrow C_1$$

$$\frac{10}{60}=\frac{2}{6}\times\frac{5}{10}\sim 1\rightarrow\frac{5}{10}\rightarrow\frac{10}{60}$$

$$c_{12}v_{21}=\frac{C_{12}}{P}\cdot\frac{P_1}{X_1}\sim X_1\rightarrow P_1\rightarrow C_1$$

$$\frac{1}{60}=\frac{1}{6}\times\frac{1}{10}\sim 1\rightarrow\frac{1}{10}\rightarrow\frac{1}{60}$$

$$\therefore\ (cv)_{11}=\frac{10}{60}+\frac{1}{60}=\frac{11}{60}\sim X_1\rightarrow C_1$$

② $(cv)_{21}=c_{21}v_{11}+c_{22}v_{21}=\frac{16}{60}$

$$c_{21}v_{11}=\frac{C_{21}}{W}\cdot\frac{W_1}{X_1}\sim X_1\rightarrow W_1\rightarrow C_2$$

$$\frac{15}{60}=\frac{3}{6}\times\frac{5}{10}\sim 1\rightarrow\frac{5}{10}\rightarrow\frac{15}{60}$$

$$c_{22}v_{21}=\frac{C_{22}}{P}\cdot\frac{P_1}{X_1}\sim X_1\rightarrow P_1\rightarrow C_2$$

$$\frac{1}{60}=\frac{1}{6}\times\frac{1}{10}\sim 1\rightarrow\frac{1}{10}\rightarrow\frac{1}{60}$$

$$\therefore\ (cv)_{21}=\frac{15}{60}+\frac{1}{60}=\frac{16}{60}\sim X_1\rightarrow C_2$$

③ $(cv)_{12}=c_{11}v_{12}+c_{12}v_{22}=\frac{7}{60}$

$$c_{11}v_{12}=\frac{C_{11}}{W}\cdot\frac{W_2}{X_2}\sim X_2\rightarrow W_2\rightarrow C_1$$

$$\frac{2}{60}=\frac{2}{6}\times\frac{1}{10}\sim 1\rightarrow\frac{1}{10}\rightarrow\frac{2}{60}$$

$$c_{12}v_{22}=\frac{C_{12}}{P}\cdot\frac{P_2}{X_2}\sim X_2\rightarrow P_2\rightarrow C_1$$

$$\frac{5}{60}=\frac{1}{6}\times\frac{5}{10}\sim 1\rightarrow\frac{5}{10}\rightarrow\frac{5}{60}$$

$$\therefore\ (cv)_{12}=\frac{2}{60}+\frac{5}{60}=\frac{7}{60}\sim X_2\rightarrow C_1$$

④ $(cv)_{22}=c_{21}v_{12}+c_{22}v_{22}=\frac{8}{60}$

$$c_{21}v_{12}=\frac{C_{21}}{W}\cdot\frac{W_2}{X_2}\sim X_2\rightarrow W_2\rightarrow C_2$$

$$\frac{3}{60}=\frac{3}{6}\times\frac{1}{10}\sim 1\rightarrow\frac{1}{10}\rightarrow\frac{3}{60}$$

$$c_{22}v_{22}=\frac{C_{22}}{P}\cdot\frac{P_2}{X_2}\sim X_2\rightarrow P_2\rightarrow C_2$$

$$\frac{5}{60}=\frac{1}{6}\times\frac{5}{10}\sim 1\rightarrow\frac{5}{10}\rightarrow\frac{5}{60}$$

$$\therefore\quad (cv)_{22}=\frac{3}{60}+\frac{5}{60}=\frac{8}{60}\sim X_2\rightarrow C_2$$

上の分析から明らかにわかるように，この行列の各要素 (cv)ij の右下につけられた添字の意味は，第 j 産業の1単位の産出高が，消費需要として第 i 産業の財にどれだけ向けられるかを表わしている．例えば，行列の第1行第1列の要素 $(cv)_{11}$ は，第1産業の産出が，それから派生する所得を通じて，第1財に対する消費需要を形成する姿をえがいている．また例えば，第2行第1列の要素 $(cv)_{21}$ は，第1産業の産出が，その所得に与える影響を通じて，第2財への消費需要をいくら派生するかを示している．このように，各要素とも，結果的には，各産業産出高から各財への消費需要の形成，という形でまとめられているが，しかしその途中においては，通過する所得階級は，賃金所得階級と利潤所得階級とに分れ，従ってその所得から派生する消費需要も，それぞれ，所得階級別に，そして消費の向けられる財ごとに，異なった値をとっている．いい換えれば，行列の各要素は，その形成の途中の過程において，階級別所得分配と，階級別財別消費性向との影響を，充分に取り入れているわけである．しかしながら，それぞれ要素としてまとめられた段階においては，一本の値となり，これらの影響は舞台の表面からは消えてしまい，すべての要因を勘案しながらも，結果的には第 j 財の生産が第 i 財への消費需要をどれだけ形成するか，にまとめられている．

このことは，われわれの分析にとって非常に大切な認識である．何故ならば，逆説的にもし産出高形成と所得形成の過程の中に，所得分配と，階級別消費性向の影響がないとすれば，外生的支出の総額のみならず，その構成の変化は，もちろん，産出高そのものには変化を与えるが，付加価値，すなわち，所得には何らの変化ももたらさない筈である．ところが，上述の逆行列 $[I-A-CV]^{-1}$ を乗ずべき被乗数 f が $\begin{bmatrix}30\\20\end{bmatrix}$ から $\begin{bmatrix}20\\30\end{bmatrix}$ にその構成を変えると，それに伴ない，諸変数の値は次のようになる．

$$X=[I-A-CV]^{-1}f$$
$$=\begin{bmatrix}\frac{230}{94}, & \frac{125}{94}\\ \frac{170}{94}, & \frac{215}{94}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}20\\30\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\frac{8350}{94}\\ \frac{9850}{94}\end{bmatrix}\fallingdotseq\begin{bmatrix}89\\105\end{bmatrix}$$

$$Y=VX=V[I-A-CV]^{-1}f$$
$$=\begin{bmatrix}\frac{5}{10}, & \frac{1}{10}\\ \frac{1}{10}, & \frac{5}{10}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\frac{230}{94}, & \frac{125}{94}\\ \frac{170}{94}, & \frac{215}{94}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}20\\30\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\frac{5160}{94}\\ \frac{5260}{94}\end{bmatrix}\fallingdotseq\begin{bmatrix}55\\61\end{bmatrix}$$

$$C=CVX=CV[I-A-CV]^{-1}f$$
$$=\begin{bmatrix}\frac{2}{6}, & \frac{1}{6}\\ \frac{3}{6}, & \frac{1}{6}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\frac{5}{10}, & \frac{1}{10}\\ \frac{1}{10}, & \frac{5}{10}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\frac{230}{94}, & \frac{125}{94}\\ \frac{170}{94}, & \frac{215}{94}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}20\\30\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\frac{16080}{564}\\ \frac{21240}{564}\end{bmatrix}\fallingdotseq\begin{bmatrix}28\\37\end{bmatrix}$$

これに対して，$f=\begin{bmatrix}30\\20\end{bmatrix}$ の場合の各変数のとる値は，次の通りであった．

$$X=\begin{bmatrix}100\\100\end{bmatrix},\quad Y=\begin{bmatrix}60\\60\end{bmatrix},\quad C=\begin{bmatrix}30\\40\end{bmatrix}$$

上述のように，総産出高の値のみならず，所得及び消費支出の値までが，外生的支出の構成の変化に応じて変わる，という事実は，この逆行列乗数の中に，所得分配の効果と階級別消費性向の影

響とが，生かされていることを意味している．

5. 他の波及の仕方

産出高形成と所得形成との両過程が，各段階ごとに互いに影響し合うという形をとりながら，しかもそれぞれの過程を明別出来る方法はないか．これが次のわれわれの課題である．この問題に対する解答として，あるいは完全に満足のいくものではないかも知れないが，本節では，別の波及の仕方を検討してみよう．すなわち，前節 4－(2) の場合とは異なり，今度は，産出高形成の過程は，各段階ごとに，その形成の過程を完了し，この各段階ごとに完了した産出高から，その期の所得が派生する，という形で波及の仕方を展開してみよう．それでは，前回同様，各段階ごとの各変数の値を算出するという形で論を進めていく．

（第 1 段階）

①外生的支出 f ～初発的支出として生産を誘発する外生的支出 f は，前回同様である．

$$f=\begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 30 \\ 20 \end{bmatrix}$$

①′ 最終需要 $F^{(1)}$～第 1 段階における外生的支出 f は，まずこの期における最終需要としての役割を果たし，産出高形成への刺激となる．

$$F^{(1)}\begin{bmatrix} F_1 \\ F_2 \end{bmatrix}= f=\begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 30 \\ 20 \end{bmatrix}$$

②総産出高 $X^{(1)}$～各企業は，この最終需要に対する分の生産を行なうのみならず，その生産に伴って生ずる原材料その他の誘発的需要を賄うために必要な生産をも，この段階においてすべて完了する．

$$X^{(1)}=\begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \end{bmatrix}=F^{(1)}+AF^{(1)}+A^2F^{(1)}+\cdots\cdots=f+Af+A^2f+\cdots\cdots$$

$$=[I+A+A^2+\cdots\cdots]f=\frac{1}{I-A}f=[I-A]^{-1}f$$

$$=Bf$$

$$=\begin{bmatrix} \frac{1-a_{22}}{\triangle}, & \frac{a_{12}}{\triangle} \\ \frac{a_{21}}{\triangle}, & \frac{1-a_{11}}{\triangle} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} b_{11}, & b_{12} \\ b_{21}, & b_{22} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} b_{11}f_1+b_{12}f_2 \\ b_{21}f_1+b_{22}f_2 \end{bmatrix}$$

$$=\begin{bmatrix} \frac{15}{12}, & \frac{5}{12} \\ \frac{5}{12}, & \frac{15}{12} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 30 \\ 20 \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} \frac{450+100}{12} \\ \frac{150+300}{12} \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} \frac{275}{6} \\ \frac{225}{6} \end{bmatrix}$$

③原材料投入高 $U^{(1)}$～第 1 期の生産のために必要な原材料の生産は，今回は，すべて総産出高 $X^{(1)}$ の中に含まれているので，別に算出する必要はない．しかし，その形成の姿をみるために計算しておくと，次のように投入係数 A を $X^{(1)}$ に乗じて算出される．

$$U^{(1)}=AX^{(1)}=ABf$$

$$=\begin{bmatrix} a_{11}, & a_{12} \\ a_{21}, & a_{22} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} b_{11}, & b_{12} \\ b_{21}, & b_{22} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} a_{11}(b_{11}f_1+b_{12}f_2)+a_{12}(b_{21}f_1+b_{22}f_2) \\ a_{21}(b_{11}f_1+b_{12}f_2)+a_{22}(b_{21}f_1+b_{22}f_2) \end{bmatrix}$$

$$=\begin{bmatrix} \frac{1}{10}, & \frac{3}{10} \\ \frac{3}{10}, & \frac{1}{10} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \frac{275}{6} \\ \frac{225}{6} \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} \frac{275+675}{60} \\ \frac{825+225}{60} \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} \frac{95}{6} \\ \frac{105}{6} \end{bmatrix}$$

④付加価値 $V^{(1)}$＝分配国民所得 $Y^{(1)}$～前回と同様に，この期における所得 $Y^{(1)}$ は，今期の産出高 $X^{(1)}$ に付加価値率 V を乗じて算出される．

$$V^{(1)}=Y^{(1)}=VX^{(1)}=VBf$$

$$=\begin{bmatrix} v_{11}, & v_{12} \\ v_{21}, & v_{22} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} b_{11}, & b_{12} \\ b_{21}, & b_{22} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} v_{11}, & v_{12} \\ v_{21}, & v_{22} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} b_{11}f_1+b_{12}f_2 \\ b_{21}f_1+b_{22}f_2 \end{bmatrix}$$

$$=\begin{bmatrix} \frac{5}{10}, & \frac{1}{10} \\ \frac{1}{10}, & \frac{5}{10} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \frac{275}{6} \\ \frac{225}{6} \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} \frac{1375+225}{60} \\ \frac{275+1125}{60} \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} \frac{160}{6} \\ \frac{140}{6} \end{bmatrix}$$

⑤消費支出 $C^{(1)}$～今期の消費支出は，今期の所得 $Y^{(1)}$ に消費係数Cを乗じて算出される．

$$C^{(1)}=CY^{(1)}=CVX^{(1)}=CVBf$$

$$=\begin{bmatrix} c_{11}, & c_{12} \\ c_{21}, & c_{22} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} v_{11}, & v_{12} \\ v_{21}, & v_{22} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} b_{11}, & b_{12} \\ b_{21}, & b_{22} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \end{bmatrix}$$

$$=\begin{bmatrix} c_{11}, & c_{12} \\ c_{21}, & c_{22} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} v_{11}(b_{11}f_1+b_{12}f_2)+v_{12}(b_{21}f_1+b_{22}f_2) \\ v_{21}(b_{11}f_1+b_{12}f_2)+v_{22}(b_{21}f_1+b_{22}f_2) \end{bmatrix}$$

$$=\begin{bmatrix} \frac{2}{6}, & \frac{1}{6} \\ \frac{3}{6}, & \frac{1}{6} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \frac{160}{6} \\ \frac{140}{6} \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} \frac{320+140}{36} \\ \frac{480+140}{36} \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} \frac{115}{9} \\ \frac{155}{9} \end{bmatrix}$$

これで第1段階における各変数の値の算出を終り，次いで第2段階に入る．

（第2段階）

産出高形成の過程は，第1段階において，原材料生産を含めたすべての必要産出高の生産を完了している．従って第2段階においては，初発的支出としての最終需要が新たに登場しなければならない．その役割を荷なうのは，第1段階において所得から派生した消費支出需要 $C^{(1)}$ である．

①最終需要 $F^{(2)}$～上に述べたように，今回は，第2段階における最終需要は消費支出 $C^{(1)}$ のみである．

$$F^{(2)}=C^{(1)}=CY^{(1)}=CVX^{(1)}=CVBf$$

$$=\begin{bmatrix} c_{11}, & c_{12} \\ c_{21}, & c_{22} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} v_{11}(b_{11}f_1+b_{12}f_2)+v_{12}(b_{21}f_1+b_{22}f_2) \\ v_{21}(b_{11}f_1+b_{12}f_2)+v_{22}(b_{21}f_1+b_{22}f_2) \end{bmatrix}$$

$$=\begin{bmatrix} \frac{115}{9} \\ \frac{155}{9} \end{bmatrix}$$

②総産出高 $X^{(2)}$～この最終需要をみたすために必要な，原材料の生産を含めた総産出高の形成は，この期のうちに完了する．

$$X^{(2)}=[I-A]^{-1}F^{(2)}=BF^{(2)}=B(CVB)f$$

$$=\begin{bmatrix} b_{11}, & b_{12} \\ b_{21}, & b_{22} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} c_{11}, & c_{12} \\ c_{21}, & c_{22} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} v_{11}(b_{11}f_1+b_{12}f_2)+v_{12}(b_{21}f_1+b_{22}f_2) \\ v_{21}(b_{11}f_1+b_{12}f_2)+v_{22}(b_{21}f_1+b_{22}f_2) \end{bmatrix}$$

$$=\begin{bmatrix} \frac{15}{12}, & \frac{5}{12} \\ \frac{5}{12}, & \frac{15}{12} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \frac{115}{9} \\ \frac{155}{9} \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} \frac{1725+775}{108} \\ \frac{575+2325}{108} \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} \frac{625}{27} \\ \frac{725}{27} \end{bmatrix}$$

③原材料投入高 $U^{(2)}$

$$U^{(2)}=AX^{(2)}=ABF^{(2)}=AB(CVB)f$$

$$=\begin{bmatrix} a_{11}, & a_{12} \\ a_{21}, & a_{22} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} b_{11}, & b_{12} \\ b_{21}, & b_{22} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} c_{11}, & c_{12} \\ c_{21}, & c_{22} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} v_{11}(b_{11}f_1+b_{12}f_2)+v_{12}(b_{21}f_1+b_{22}f_2) \\ v_{21}(b_{11}f_1+b_{12}f_2)+v_{22}(b_{21}f_1+b_{22}f_2) \end{bmatrix}$$

$$=\begin{bmatrix} \frac{1}{10}, & \frac{3}{10} \\ \frac{3}{10}, & \frac{1}{10} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \frac{625}{27} \\ \frac{725}{27} \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} \frac{625+2175}{270} \\ \frac{1875+725}{270} \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} \frac{280}{27} \\ \frac{260}{27} \end{bmatrix}$$

④付加価値 $V^{(2)}$＝所得 $Y^{(2)}$

$$Y^{(2)}=VX^{(2)}=VBF^{(2)}=VB(CVB)f$$

$$=\begin{bmatrix} v_{11}, & v_{12} \\ v_{21}, & v_{22} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} b_{11}, & b_{12} \\ b_{21}, & b_{22} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} c_{11}, & c_{12} \\ c_{21}, & c_{22} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} v_{11}(b_{11}f_1+b_{12}f_2)+v_{12}(b_{21}f_1+b_{22}f_2) \\ v_{21}(b_{11}f_1+b_{12}f_2)+v_{22}(b_{21}f_1+b_{22}f_2) \end{bmatrix}$$

$$=\begin{bmatrix} \frac{5}{10}, & \frac{1}{10} \\ \frac{1}{10}, & \frac{5}{10} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \frac{625}{27} \\ \frac{725}{27} \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} \frac{3125+725}{270} \\ \frac{625+3625}{270} \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} \frac{385}{27} \\ \frac{425}{27} \end{bmatrix}$$

⑤消費支出 $C^{(2)}$

$$C^{(2)}=CY^{(2)}=CVX^{(2)}=CVF^{(2)}=CVB(CVB)f=(CVB)^2f$$

ここで予め（CVB）を計算しておこう。

$$CVB=\begin{bmatrix} c_{11}, & c_{12} \\ c_{21}, & c_{22} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} v_{11}, & v_{12} \\ v_{21}, & v_{22} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} b_{11}, & b_{12} \\ b_{21}, & b_{22} \end{bmatrix}$$

$$=\begin{bmatrix} c_{11}v_{11}b_{11}+c_{12}v_{21}b_{11}+c_{11}v_{12}b_{21}+c_{12}v_{22}b_{21}, & c_{11}v_{11}b_{12}+c_{12}v_{21}b_{12}+c_{11}v_{12}b_{22}+c_{12}v_{22}b_{22} \\ c_{21}v_{11}b_{11}+c_{22}v_{21}b_{11}+c_{21}v_{12}b_{21}+c_{22}v_{22}b_{21}, & c_{21}v_{11}b_{12}+c_{22}v_{21}b_{12}+c_{21}v_{12}b_{22}+c_{22}v_{22}b_{22} \end{bmatrix}$$

$$=\begin{bmatrix} \frac{2}{6}, & \frac{1}{6} \\ \frac{3}{6}, & \frac{1}{6} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \frac{5}{10}, & \frac{1}{10} \\ \frac{1}{10}, & \frac{5}{10} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \frac{15}{12}, & \frac{5}{12} \\ \frac{5}{12}, & \frac{15}{12} \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} \frac{5}{18}, & \frac{4}{18} \\ \frac{7}{18}, & \frac{5}{18} \end{bmatrix}$$

$$\therefore\quad C^{(2)}=\begin{bmatrix} \frac{5}{18}, & \frac{4}{18} \\ \frac{7}{18}, & \frac{5}{18} \end{bmatrix}^2\begin{bmatrix} 30 \\ 20 \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} \frac{53}{324}, & \frac{40}{324} \\ \frac{70}{324}, & \frac{53}{324} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 30 \\ 20 \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} \frac{1195}{162} \\ \frac{1580}{162} \end{bmatrix}$$

（第 3 段階）

①最終需要 $F^{(3)}$

$$F^{(3)}=C^{(2)}=CY^{(2)}=CVX^{(2)}=CVB(CVB)f=(CVB)^2f$$

$$=\begin{bmatrix} \frac{5}{18}, & \frac{4}{18} \\ \frac{7}{18}, & \frac{5}{18} \end{bmatrix}^2\begin{bmatrix} 30 \\ 20 \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} \frac{1195}{162} \\ \frac{1580}{160} \end{bmatrix}$$

②総産出高 $X^{(3)}$

$$X^{(3)}=BF^{(3)}=B(CVB)^2f$$

$$=\begin{bmatrix} \frac{15}{12}, & \frac{5}{12} \\ \frac{5}{12}, & \frac{15}{12} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \frac{1195}{162} \\ \frac{1580}{162} \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} \frac{17925+7900}{1944} \\ \frac{5975+23700}{1944} \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} \frac{25825}{1944} \\ \frac{29675}{1944} \end{bmatrix}$$

③原材料投入高 $U^{(3)}$

$$U^{(3)}=AX^{(3)}=ABF^{(3)}=AB(CVB)^2f$$

$$=\begin{bmatrix}\frac{1}{10}, & \frac{3}{10}\\ \frac{3}{10}, & \frac{1}{10}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\frac{25825}{1944}\\ \frac{29675}{1944}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\frac{25825+89025}{19440}\\ \frac{77425+29675}{19440}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\frac{11485}{1944}\\ \frac{10715}{1944}\end{bmatrix}$$

④付加価値 $V^{(3)}$＝所得 $Y^{(3)}$

$$Y^{(3)}=VX^{(3)}=VBF^{(3)}=VB(CVB)^2f$$

$$=\begin{bmatrix}\frac{5}{10}, & \frac{1}{10}\\ \frac{1}{10}, & \frac{5}{10}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\frac{25825}{1944}\\ \frac{29675}{1944}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\frac{129125+29675}{19440}\\ \frac{25825+148325}{19440}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\frac{15880}{1944}\\ \frac{17420}{1944}\end{bmatrix}$$

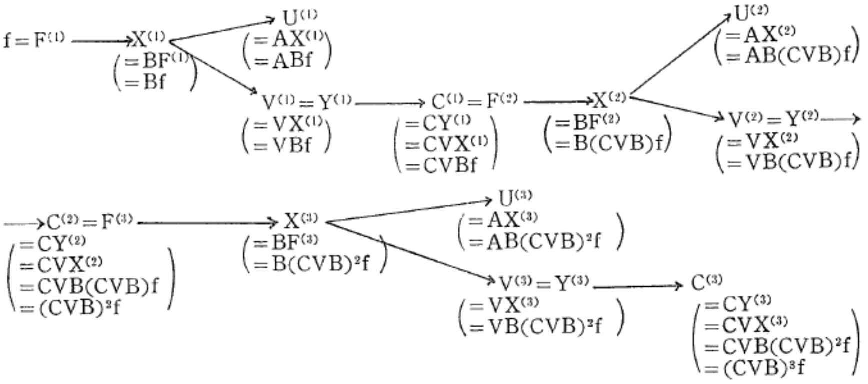
⑤消費支出 $C^{(3)}$

$$C^{(3)}=CY^{(3)}=CVX^{(3)}=CVBF^{(3)}=CVB(CVB)^2f=(CVB)^3f$$

$$=\begin{bmatrix}\frac{2}{6}, & \frac{1}{6}\\ \frac{3}{6}, & \frac{1}{6}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\frac{15880}{1944}\\ \frac{17420}{1944}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\frac{31760+17420}{11664}\\ \frac{47640+17420}{11664}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\frac{12295}{2916}\\ \frac{16265}{2916}\end{bmatrix}$$

これで第3段階までの各段階における，各変数の値の計算を終了したわけであるが，例によって，この波及の仕方を図示すれば，第2図のようになる．

第　2　図



そして，このような波及の行き尽くした窮極の状態における，各変数のとる値は，次のように算出される．

①最終需要 F

$$F=F^{(1)}+F^{(2)}+F^{(3)}+\cdots\cdots$$
$$=f+CVBf+(CVB)^2f+\cdots\cdots=[I+CVB+(CVB)^2+\cdots\cdots]f$$
$$=\frac{1}{I-CVB}f=[I-CVB]^{-1}f$$

ここで $[I-CVB]^{-1}$ の値を予じめ計算しておくと，

$$[I--CVB]^{-1}=\left\{\begin{bmatrix}1, & 0\\ 0, & 1\end{bmatrix}-\begin{bmatrix}\frac{5}{18}, & \frac{4}{18}\\ \frac{7}{18}, & \frac{5}{18}\end{bmatrix}\right\}^{-1}=\begin{bmatrix}1-\frac{5}{18}, & -\frac{4}{18}\\ -\frac{7}{18}, & 1-\frac{5}{18}\end{bmatrix}^{-1}=\begin{bmatrix}\frac{13}{18}, & -\frac{4}{18}\\ -\frac{7}{18}, & \frac{13}{18}\end{bmatrix}^{-1}$$

$$=\begin{bmatrix}\frac{78}{47}, & \frac{24}{47}\\ \frac{42}{47}, & \frac{78}{47}\end{bmatrix}$$

となる．従って，

$$[I-CVB]^{-1}f=\begin{bmatrix}\frac{78}{47}, & \frac{24}{47}\\ \frac{42}{47}, & \frac{78}{47}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}30\\20\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\frac{2340+480}{47}\\ \frac{1260+1560}{47}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\frac{2820}{47}\\ \frac{2820}{47}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}60\\60\end{bmatrix}$$

②総産出高 X

$$X=X^{(1)}+X^{(2)}+X^{(3)}+\cdots\cdots$$
$$=Bf+B(CVB)f+B(CVB)^2f+\cdots\cdots$$
$$=B[I+CVB+(CVB)^2+\cdots\cdots]f$$
$$=\frac{B}{I-CVB}f=B[I-CVB]^{-1}f$$
$$=\begin{bmatrix}\frac{15}{12}, & \frac{5}{12}\\ \frac{5}{12}, & \frac{15}{12}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\frac{78}{47}, & \frac{24}{47}\\ \frac{42}{47}, & \frac{78}{47}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}30\\20\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\frac{15}{12}, & \frac{5}{12}\\ \frac{5}{12}, & \frac{15}{12}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}60\\60\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\frac{900+300}{12}\\ \frac{300+900}{12}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}100\\100\end{bmatrix}$$

③原材料投入高 U

$$U=U^{(1)}+U^{(2)}+U^{(3)}+\cdots\cdots$$
$$=ABf+AB(CVB)f+AB(CVB)^2f+\cdots\cdots$$
$$=AB[I+CVB+(CVB)^2+\cdots\cdots]f$$
$$=\frac{AB}{I-CVB}f=AB[I-CVB]^{-1}f$$
$$=\begin{bmatrix}\frac{1}{10}, & \frac{3}{10}\\ \frac{3}{10}, & \frac{1}{10}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\frac{15}{12}, & \frac{5}{12}\\ \frac{5}{12}, & \frac{15}{12}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\frac{78}{47}, & \frac{24}{47}\\ \frac{42}{47}, & \frac{78}{47}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}30\\20\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\frac{1}{10}, & \frac{3}{10}\\ \frac{3}{10}, & \frac{1}{10}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}100\\100\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}10+30\\30+10\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}40\\40\end{bmatrix}$$

④付加価値 V＝所得 Y

$$Y=Y^{(1)}+Y^{(2)}+Y^{(3)}+\cdots\cdots$$
$$=VBf+VB(CVB)f+VB(CVB)^2f+\cdots\cdots$$
$$=VB[I+CVB+(CVB)^2+\cdots\cdots]f$$
$$=\frac{VB}{I-CVB}f=VB[I-CVB]^{-1}f$$
$$=\begin{bmatrix}\frac{5}{10}, & \frac{1}{10}\\ \frac{1}{10}, & \frac{5}{10}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\frac{15}{12}, & \frac{5}{12}\\ \frac{5}{12}, & \frac{15}{12}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\frac{78}{47}, & \frac{24}{47}\\ \frac{42}{47}, & \frac{78}{47}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}30\\20\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\frac{5}{10}, & \frac{1}{10}\\ \frac{1}{10}, & \frac{5}{10}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}100\\100\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}50+10\\10+50\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}60\\60\end{bmatrix}$$

⑤消費支出 C

$$C=C^{(1)}+C^{(2)}+C^{(3)}+\cdots\cdots$$
$$=CVBf+(CVB)^2f+(CVB)^3f+\cdots\cdots$$
$$=CVB[I+CVB+(CVB)^2+\cdots\cdots]f$$
$$=\frac{CVB}{I-CVB}f=CVB[I-CVB]^{-1}f$$

$$=\begin{bmatrix}\frac{5}{18}, & \frac{4}{18}\\ \frac{7}{18}, & \frac{5}{18}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\frac{78}{47}, & \frac{24}{47}\\ \frac{42}{47}, & \frac{78}{47}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}30\\20\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\frac{5}{18}, & \frac{4}{18}\\ \frac{7}{18}, & \frac{5}{18}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}60\\60\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\frac{50+40}{3}\\ \frac{70+50}{3}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\frac{90}{3}\\ \frac{120}{3}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}30\\40\end{bmatrix}$$

上述の算出された各変数の値は，前節 4—(2) において算出された各変数の値と全く等しい．すなわち，例えば総産出高Xについていえば，本節の式と前節の式とは，

$$B[I-CVB]^{-1}f=[I-A-CV]^{-1}f$$

となるわけである．

さて，上述の総産出高算出の式をもう一度ここに取り出して検討してみよう．

$$X=B[I-CVB]^{-1}f$$
$$=[I-A]^{-1}[I-CVB]^{-1}f$$

この式は，一見してわかる通り，産出高形成の乗数式 $[I-A]^{-1}$ と，所得形成の乗数式 $[I-CVB]^{-1}$ とが，明らかに分離されて用いられている．すなわち，最終需要に対する原材料生産を含めた必要産出高の形成は，$[I-A]^{-1}F$ で完了し，他方，生産によって生じた所得から派生する消費支出が，また更に最終需要として次の生産を誘発するという所得形成過程の方は，$[I-CVB]^{-1}f$ によって算出される．いい換えれば，産出高形成と所得形成との両過程は，全く別個の乗数の形で明別されているわけである．その意味では，この逆行列乗数は，前出の逆行列乗数 $[I-A-CV]^{-1}$ より優れているという結果が，期せずして出て来たわけである．しかしその事は，この $[I-A]^{-1}$ と $[I-CVB]^{-1}$ との二つに分けられた乗数が，互いに全く無関係に成立することを意味するものではない．それとは逆に，両者は，形式上独立の乗数のようにみえながら，互いに切離し得ない深いつながりを持っていると解し得る．

すなわち，一方で，$[I-CVB]^{-1}$ は，被乗数である外生的支出に乗ぜられて，$f\to X\to Y\to C=F$ の関係図からわかるように，外生的支出が，産出高形成→所得形成→消費支出派生という因果関係を通じて，次の乗数 $[I-A]^{-1}$ が乗ぜらるべき被乗数である最終需要Fを，造り出す過程を荷なうのに対して，他方，$[I-A]^{-1}$ の方は，このように，乗数 $[I-CVB]^{-1}$ により所得形成を通じて実現された最終需要を起点として，その生産に必要な原材料を含む総産出高形成の過程を担当する．

以上のように，われわれは，産出高形成と所得形成との両過程が，各段階ごとに，どのように互いに干渉し合いながら進行して行くかを，二つの異なった波及の姿によって検討して来た結果，二つの逆行列乗数 $[I-A-CV]^{-1}$ と $B[I-CVB]^{-1}$ とを得たわけであるが，これら二つの逆行列乗数は，全く関係のない別個独立のものではなく，見方を変えた，同じものの別の表現であるともみなすことが出来る．

すなわち，後者の式は，前者の式から，次のようにして導き出すことが出来る．

$$[I-A-CV]^{-1}=\frac{1}{I-A--CV}=\frac{1}{(I-A)-CV}=\frac{1}{\frac{(I-A)^2}{(I-A)}-\frac{CV(I-A)}{(I-A)}}$$

$$=\frac{1}{(I-A)\left[I-\frac{CV}{(I-A)}\right]}=(I-A)^{-1}[I-CV(I-A)^{-1}]^{-1}$$

$$=B[I-CVB]^{-1}$$

もし，どちらの乗数も，同じ被乗数 f に乗ぜらるべき一本の乗数であると考えれば，当然どちらも，乗数としての値は等しい筈である．数値例でいえば，

$$[I-A-CV]^{-1}=\begin{bmatrix}\frac{43}{60}, & -\frac{25}{60}\\ -\frac{34}{60}, & \frac{46}{60}\end{bmatrix}^{-1}=\begin{bmatrix}\frac{230}{94}, & \frac{125}{94}\\ \frac{170}{94}, & \frac{215}{94}\end{bmatrix}$$

$$B[I-CVB]^{-1}=\begin{bmatrix}\frac{15}{12}, & \frac{5}{12}\\ \frac{5}{12}, & \frac{15}{12}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\frac{78}{47}, & \frac{24}{47}\\ \frac{42}{47}, & \frac{78}{47}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\frac{230}{94}, & \frac{125}{94}\\ \frac{170}{94}, & \frac{215}{94}\end{bmatrix}$$

となって，両者は，全波及の過程を終了した窮極の状態においては，全く同じ値をとる．しかしながら，波及の途中の各段階ごとに切断して，係数の値を比較してみると，両者の相違が明らかになる．すなわち両者の級数的波及の姿は次のようになる．

$$[I-A-CV]^{-1}=I+(A+CV)+(A+CV)^2+\cdots\cdots$$

$$=\begin{bmatrix}1, & 0\\ 0, & 1\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}\frac{17}{60}, & \frac{25}{60}\\ \frac{34}{60}, & \frac{14}{60}\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}\frac{17}{60}, & \frac{25}{60}\\ \frac{34}{60}, & \frac{14}{60}\end{bmatrix}^2+\cdots\cdots$$

$$B[I-CVB]^{-1}=B+B(CVB)+B(CVB)^2+\cdots\cdots$$

$$=\begin{bmatrix}\frac{15}{12}, & \frac{5}{12}\\ \frac{5}{12}, & \frac{15}{12}\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}\frac{15}{12}, & \frac{5}{12}\\ \frac{5}{12}, & \frac{15}{12}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\frac{5}{18}, & \frac{4}{18}\\ \frac{7}{18}, & \frac{5}{18}\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}\frac{15}{12}, & \frac{5}{12}\\ \frac{5}{12}, & \frac{15}{12}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\frac{5}{18}, & \frac{4}{18}\\ \frac{7}{18}, & \frac{5}{18}\end{bmatrix}^2+\cdots\cdots$$

このように，両者は初項以下各項に亘って，全く異なった値をとる．これらの乗数を乗ずべき被乗数は，両者共通に外生的支出 f なのだから，これらの乗数の間の各段階ごとの係数の差は，そのまま各段階ごとの産出高の差となって現われることは，いうまでもない．もっとも，この差が最後まで続くのではなく，初項は，当然，後者の方が大きい $\left(\text{前者}\begin{bmatrix}1, & 0\\ 0, & 1\end{bmatrix}\text{後者}\begin{bmatrix}\frac{15}{12}, & \frac{5}{12}\\ \frac{5}{12}, & \frac{15}{12}\end{bmatrix}\right)$ けれども，その初項における差は，それとは逆の公比における差 $\left(\text{前者}\begin{bmatrix}\frac{17}{60}, & \frac{25}{60}\\ \frac{34}{60}, & \frac{14}{60}\end{bmatrix}\text{後者}\begin{bmatrix}\frac{5}{18}, & \frac{4}{18}\\ \frac{7}{18}, & \frac{5}{18}\end{bmatrix}\right)$ によって相殺され，段階を追うごとに差が縮少され，窮極の状態では両者が等しくなるわけである。

この初項における差は，何によって生じたかというと，前者においては，産出高の形成が各段階においてその一部のみを実現するとみなすのに対して，後者においては，各段階の最終需要をみたすために必要な産出高の形成は，各段階ごとに完全に実現されるとみなして計算を行なっているからである．また，これとは逆に，公比は，前者が大きい．それは，前者においては，原材料生産と消費支出需要との両方が乗数の係数を構成しているのに対して，後者においては，消費支出のみが公比の係数となっていることによるものである．

6.　逆行列 $[I-CVB]^{-1}$ の中における CVB の意味

この節では，逆行列 $[I-CVB]^{-1}$ の中の CVB の意味するところを，更に詳しく吟味することとする．その意図は，この逆行列乗数においても，結局前出の乗数 $[I-A-CV]^{-1}$ と同様，所得分配と階級別消費性向とが，充分その役割を演じていながら，これらを分離してその影響を明別する

ことが不可能であることを理解することにある.

さて CVB の行列表示は,

$$CVB=\begin{bmatrix}(cvb)_{11}, & (cvb)_{12}\\ (cvb)_{21}, & (cvb)_{22}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}c_{11}, & c_{12}\\ c_{21}, & c_{22}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}v_{11}, & v_{12}\\ v_{21}, & v_{22}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}b_{11}, & b_{12}\\ b_{21}, & b_{22}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\frac{5}{18}, & \frac{4}{18}\\ \frac{7}{18}, & \frac{5}{18}\end{bmatrix}$$

$$=\begin{bmatrix}c_{11}v_{11}b_{11}+c_{12}v_{21}b_{11}+c_{11}v_{12}b_{21}+c_{12}v_{22}b_{21}, & c_{11}v_{11}b_{12}+c_{12}v_{21}b_{12}+c_{11}v_{12}b_{22}+c_{12}v_{22}b_{22}\\ c_{21}v_{11}b_{11}+c_{22}v_{21}b_{11}+c_{21}v_{12}b_{21}+c_{22}v_{22}b_{21}, & c_{21}v_{11}b_{12}+c_{22}v_{21}b_{12}+c_{21}v_{12}b_{22}+c_{22}v_{22}b_{22}\end{bmatrix}$$

そして, 行列 CVB の各要素は, 次のように分解される.

① $(cvb)_{11}=c_{11}v_{11}b_{11}+c_{12}v_{21}b_{11}+c_{11}v_{12}b_{21}+c_{12}v_{22}b_{21}=\frac{5}{18}$

$$c_{11}v_{11}b_{11}=\frac{C_{11}}{W}\cdot\frac{W_1}{X_1}\cdot\frac{X_{11}}{f_1}\sim f_1\to X_1\to W_1\to C_1=F_1$$

$$=\frac{2}{6}\times\frac{5}{10}\times\frac{15}{12}\sim 1\to\frac{15}{12}\to\frac{5}{8}\to\frac{5}{24}$$

$$c_{12}v_{21}b_{11}=\frac{C_{12}}{P}\cdot\frac{P_1}{X_1}\cdot\frac{X_{11}}{f_1}\sim f_1\to X_1\to P_1\to C_1=F_1$$

$$=\frac{1}{6}\times\frac{1}{10}\times\frac{15}{12}\sim 1\to\frac{15}{12}\to\frac{1}{8}\to\frac{1}{48}$$

$$c_{11}v_{12}b_{21}=\frac{C_{11}}{W}\cdot\frac{W_2}{X_2}\cdot\frac{X_{21}}{f_1}\sim f_1\to X_2\to W_2\to C_1=F_1$$

$$=\frac{2}{6}\times\frac{1}{10}\times\frac{5}{12}\sim 1\to\frac{5}{12}\to\frac{1}{24}\to\frac{1}{72}$$

$$c_{12}v_{22}b_{21}=\frac{C_{12}}{P}\cdot\frac{P_2}{X_2}\cdot\frac{X_{21}}{f_1}\sim f_1\to X_2\to P_2\to C_1=F_1$$

$$=\frac{1}{6}\times\frac{5}{10}\times\frac{5}{12}\sim 1\to\frac{5}{12}\to\frac{5}{24}\to\frac{5}{144}$$

$$\therefore\ (cvb)_{11}=\frac{5}{24}+\frac{1}{48}+\frac{1}{72}+\frac{5}{144}=\frac{5}{18}\sim f_1\to C_1=F_1$$

② $(cvb)_{21}=(c_{21}v_{11}b_{11}+c_{22}v_{21}b_{11}+c_{21}v_{12}b_{21}+c_{22}v_{22}b_{21}=\frac{7}{18}$

$$c_{21}v_{11}b_{11}=\frac{C_{21}}{W}\cdot\frac{W_1}{X_1}\cdot\frac{X_{11}}{f_1}\sim f_1\to X_1\to W_1\to C_2=F_2$$

$$=\frac{3}{6}\times\frac{5}{10}\times\frac{15}{12}\sim 1\to\frac{15}{12}\to\frac{5}{8}\to\frac{5}{16}$$

$$c_{22}v_{21}b_{11}=\frac{C_{22}}{P}\cdot\frac{P_1}{X_1}\cdot\frac{X_{11}}{f_1}\sim f_1\to X_1\to P_1\to C_2=F_2$$

$$=\frac{1}{6}\times\frac{1}{10}\times\frac{15}{12}\sim 1\to\frac{15}{12}\to\frac{1}{8}\to\frac{1}{48}$$

$$c_{21}v_{12}b_{21}=\frac{C_{21}}{W}\cdot\frac{W_2}{X_2}\cdot\frac{X_{21}}{f_1}\sim f_1\to X_2\to W_2\to C_2=F_2$$

$$=\frac{3}{6}\times\frac{1}{10}\times\frac{5}{12}\sim 1\to\frac{5}{12}\to\frac{1}{24}\to\frac{1}{48}$$

$$c_{22}v_{22}b_{21}=\frac{C_{22}}{P}\cdot\frac{P_2}{X_2}\cdot\frac{X_{21}}{f_1}\sim f_1\to X_2\to P_2\to C_2=F_2$$

$$=\frac{1}{6}\times\frac{5}{10}\times\frac{5}{12}\sim 1\to\frac{5}{12}\to\frac{5}{24}\to\frac{5}{144}$$

$$\therefore\quad (cvb)_{21}=\frac{5}{16}+\frac{1}{48}+\frac{1}{48}+\frac{5}{144}=\frac{7}{18}\sim f_1\rightarrow C_2=F_2$$

③　$(cvb)_{12}=c_{11}v_{11}b_{12}+c_{12}v_{21}b_{12}+c_{11}v_{12}b_{22}+c_{12}v_{22}b_{22}=\frac{4}{18}$

$$c_{11}v_{11}b_{12}=\frac{C_{11}}{W}\cdot\frac{W_1}{X_1}\cdot\frac{X_{12}}{f_2}\sim f_2\rightarrow X_1\rightarrow W_1\rightarrow C_1=F_1$$
$$=\frac{2}{6}\times\frac{5}{10}\times\frac{5}{12}\sim 1\rightarrow\frac{5}{12}\rightarrow\frac{5}{24}\rightarrow\frac{5}{72}$$
$$c_{12}v_{21}b_{12}=\frac{C_{12}}{P}\cdot\frac{P_1}{X_1}\cdot\frac{X_{12}}{f_2}\sim f_2\rightarrow X_1\rightarrow P_1\rightarrow C_1=F_1$$
$$=\frac{1}{6}\times\frac{1}{10}\times\frac{5}{12}\sim 1\rightarrow\frac{5}{12}\rightarrow\frac{1}{24}\rightarrow\frac{1}{144}$$
$$c_{11}v_{12}b_{22}=\frac{C_{11}}{W}\cdot\frac{W_2}{X_2}\cdot\frac{X_{22}}{f_2}\sim f_2\rightarrow X_2\rightarrow W_2\rightarrow C_1=F_1$$
$$=\frac{2}{6}\times\frac{1}{10}\times\frac{15}{12}\sim 1\rightarrow\frac{15}{12}\rightarrow\frac{3}{24}\rightarrow\frac{1}{24}$$
$$\therefore\quad (cvb)_{12}=\frac{5}{72}+\frac{1}{144}+\frac{1}{24}+\frac{5}{48}=\frac{4}{18}\sim f_2\rightarrow C_1=F_1$$

④　$(cvb)_{22}=c_{21}v_{11}b_{12}+c_{22}v_{21}b_{12}+c_{21}v_{12}b_{22}+c_{22}v_{22}b_{22}=\frac{5}{18}$

$$c_{21}v_{11}b_{12}=\frac{C_{21}}{W}\cdot\frac{W_1}{X_1}\cdot\frac{X_{12}}{f_2}\sim f_2\rightarrow X_1\rightarrow W_1\rightarrow C_2=F_2$$
$$=\frac{3}{6}\times\frac{5}{10}\times\frac{5}{12}\sim 1\rightarrow\frac{5}{12}\rightarrow\frac{5}{24}\rightarrow\frac{5}{48}$$
$$c_{22}v_{21}b_{12}=\frac{C_{22}}{P}\cdot\frac{P_1}{X_1}\cdot\frac{X_{12}}{f_2}\sim f_2\rightarrow X_1\rightarrow P_1\rightarrow C_2=F_2$$
$$=\frac{1}{6}\times\frac{1}{10}\times\frac{5}{12}\sim 1\rightarrow\frac{5}{12}\rightarrow\frac{1}{24}\rightarrow\frac{1}{144}$$
$$c_{21}v_{12}b_{22}=\frac{C_{21}}{W}\cdot\frac{W_2}{X_2}\cdot\frac{X_{22}}{f_2}\sim f_2\rightarrow X_2\rightarrow W_2\rightarrow C_2=F_2$$
$$=\frac{3}{6}\times\frac{1}{10}\times\frac{15}{12}\sim 1\rightarrow\frac{15}{12}\rightarrow\frac{3}{24}\rightarrow\frac{1}{16}$$
$$c_{22}v_{22}b_{22}=\frac{C_{22}}{P}\cdot\frac{P_2}{X_2}\cdot\frac{X_{22}}{f_2}\sim f_2\rightarrow X_2\rightarrow P_2\rightarrow C_2=F_2$$
$$=\frac{1}{6}\times\frac{5}{10}\times\frac{15}{12}\sim 1\rightarrow\frac{15}{12}\rightarrow\frac{5}{8}\rightarrow\frac{5}{48}$$
$$\therefore\quad (cvb)_{22}=\frac{5}{48}+\frac{1}{144}+\frac{1}{16}+\frac{5}{48}=\frac{5}{18}\sim f_2\rightarrow C_2=F_2$$

以上，CVB の各要素を分解して示したが，それぞれ矢印で示した波及の方向，及びその数値例から理解されることは，次の諸点である．

（1）　まず第1に，逆行列乗数 $[I-CVB]^{-1}$ の級数波及の公比を構成しているこの係数CVBは，$f\rightarrow X\rightarrow V\rightarrow C=F$ という図からわかるように，外生的支出から出発して，所得形成と消費支出を通過し，結局，次の逆行列乗数 $[I-A]^{-1}$ の形成を誘発する，最終需要Fが形成される過程を，造成するわけである．

（2）　しかしながら，第2に，この公比CVBは，前出の乗数の公比（A+CV）と同様，ただ1つの段階のみの係数であり，波及が進むにつれて，$(CVB)^2$，$(CVB)^3$……というように，その波及

の姿は複雑に入り組んで，上のように分解して示すことが到底不可能になることは，容易に理解されるところである．しかも，われわれの採用した例は，理解を容易にするために，産業数2，所得階級2とし，分割を必要最少限に押さえたのであるが，実際の産業数，所得階級数は，相当の数になるのであるから，現実に産業連関分析の枠内で行動する限り，これら部門間の干渉の仕方を分解して検討することは全く不可能といわざるを得ない．

（3） この逆行列乗数 $B[I-CVB]^{-1}$ は，上述のように，産出高形成と所得形成との両過程を分離して示すことには，一応成功したといえるが，前出の逆行列 $[I-A-CV]^{-1}$ の CV の意味をのべたところでも言及したように，折角，その中に所得分配と階級別消費性向の影響を反影させておりながら，その影響の仕方を分離して明示することは，やはり不可能となっている．

7. おわりに

われわれは，本小論で産出高形成と所得形成との両過程の交渉の仕方を，いろいろな観点から分析して来たわけであるが，本小論の立場，すなわち，これらの両過程が互いに干渉し合う姿を分析の対象としながらも，結局は，産業別総産出高が，いかに形成されて行くかを追求するという産業連関分析の立場に立つ限り，経済循環の姿をマクロ的に把える時には考慮の外に置くことの出来た問題，すなわち，所得の分配と階級別消費性向とのちがいが，産出高のみならず，所得にも大きな影響を与えているという事実を，充分理解しながらも，それらの影響の仕方を分離して取り出し，検討を加えることは出来なかった．

これは，ある意味では仕方のないことであり，本小論の目的から逸脱した問題であるとして，切り離すことも出来る．しかしながら，他方，これらの要因が，見逃すことの出来ない重要な役割を演じていることも，また事実である．しかし，これらを分析するためには，われわれは，上述の論述とは全く異なった新しい別の観点に立って，分析を進める必要があることも明らかである．この残された問題については，稿を改めて検討することにしたい．

（参考文献）

1. Chenery Clark; Interindustry Economics.　John Wiley & Sons
2. Conference on Research in Income and Wealth; Input-Output Analysis: An Apraisal,　Princeton U. P.
3. ドーフマン，サミュエルソン，ソロー；線型計画と経済分析　（安井他3氏訳）岩波書店
4. 古谷　弘；現代経済学　勁草書房
5. 〃　；現代経済学の基本問題　岩波書店
6. 福地崇生；線型経済学入門　東洋経済
7. 行政管理庁その他；昭和40年度産業連関表　政府資料調査会
8. 市村真一；日本経済の構造　創文社
9. 〃　；産業連関論の応用　有斐閣
10. T. C. Koopmans; Activity Analysis of Production & Allocation　New Haven and London Yale U. P.
11. 金子敬生，岡崎不二男；産業連関の経済学　春秋社
12. 金子敬生，吉田　稔；日本の産業連関　春秋社
13. 金子敬生；産業連関の理論と適用　日本評論社
14. 〃　；経済変動と産業連関　新評論社
15. 近代経済学講座計量分析編第3巻；産業連関分析　有斐閣
16. W. Leontief; Input Output Economics　Oxford U. P.
17. W. Leontief & Others; Studies in the Structure of the American Economy　Oxford U. P.
18. 森嶋通夫．産業連関論入門　創文社
19. 〃　；産業連関と経済変動　有斐閣

20. W. H. Mierryk; The Element of Input-Output Analysis　Random House
21. 宮 沢 健 一; 巨視経済学　至誠堂
22. 〃 ; 経済構造の連関分析　東洋経済
23. 〃 ; 産業構造分析入門　有斐閣
24. 〃 ; 日本の経済循環　春秋社
25. 〃 ; 国民所得理論　筑摩書房
26. 二 階 堂 副 包; 経済のための線型数学　培風館
27. 永 友 育 雄; 産業連関分析の基礎　法律文化社
28. 長 尾 成 吾; 産業連関分析入門　日科技連
29. 通産大臣官房調査統計部; 日本経済の産業連関分析　東洋経済