



光弾性効果による光線の変調の応用的研究(第2報) : 振動水晶による光学バイアスと光変調パワー・スペ クトル間の実験的検討

メタデータ	言語: jpn 出版者: 公開日: 2012-11-07 キーワード (Ja): キーワード (En): 作成者: 山形, 積治 メールアドレス: 所属:
URL	https://doi.org/10.32150/00002404

光弾性効果による光線の変調の応用的研究

第2報 振動水晶による光学バイアスと光変調パワー・スペクトル間の実験的検討

山 形 積 治

北海道教育大学旭川分校・物理学教室

Study on the Application of the Light Modulation by the Dynamic Photo-Elastic Effect

Report No.2. The Experimental Investigations of Relationship between the Optical Bias and the Power Spectrum of the Light Modulation by the Oscillating Quartz Crystal

Sekiji YAMAGATA

Physics Laboratory, Asahikawa College, Hokkaido University of Education

Asahikawa 070

Abstract

When the light beam is modulated by an electro-optical effect or photo-elastic effect of the crystal in the modulator for optical communication, the relationship between the modulated output and the applied signal to the crystal has to be linear.

In such a modulator the optical bias point is a very important factor for the linear light modulation.

This paper treats the relationship between the optical bias points and the power spectrum of the light modulation by the quartz crystal resonator.

When the optical bias points are set at 0λ , $\frac{1}{2}\lambda$, and $\frac{1}{4}\lambda$, the power spectrum of the light modulation are investigated experimentally and these power spectra are computed by means of the Fast Fourier Transformation theoretically.

From the above investigation, the experimental results of the power spectrum agreed well with the theoretical values.

The mechanisms of the light modulation by the oscillating quartz crystal plate have been revealed through this study.

1. ま え が き

結晶の電気光学効果, 光弾性効果によって光線に位相変調をかけて, 光学バイアスと光変調パワー・スペクトルの関係を見ると大変複雑な様子を示す。

通常の光変調を行う場合, 変調周波数及び変調波形が変調に用いた周波数及び波形と線形な関係

になることが要求される。光学バイアスが $\frac{1}{4}$ 波長で変調用信号の振幅が極めて小さい場合については理論上詳細に検討されている¹⁾。しかし変調波のパワー・スペクトルを実験的に分析しようと試みても、一般の周波数帯域の広い変調素子（例えばADP結晶）を用いたのでは、たとえ変調用信号に正弦波を用いてもパワー・スペクトルに種々の高調波が含まれた場合、光学バイアスの影響なのかあるいは結晶の性質によるものかの区別がむずかしい。

本研究においては変調用結晶に水晶振動子を用い、水晶が共振時に示す光弾性効果によって光線に変調をかける²⁾。水晶振動子の共振によって光変調を行った場合、水晶は非常にQの高い振動を行っているために変調の帯域幅は極めて狭く、完全な正弦波であると考えられるため実験的に変調出力のパワー・スペクトルを分析するのに都合がよい。従って、変調成分に高調波が含まれていれば光学バイアスの影響に帰着できる。

更に水晶結晶はその光学的性質もよく研究されていて光変調論を展開するのに好都合である³⁾。

著者は水晶振動子による光変調パワー・スペクトルと光学バイアスの関連を理論的に検討し、実験によって変調出力のスペクトル分析を行い、次にFFTによる計算で実験の裏づけを行った⁴⁾。

その結果、三者のよい一致をみたので報告する。

2. 水晶による光変調論

水晶が共振時に示す光弾性効果によって、光線に位相変調をかける場合、方位角が $\phi = \pi/4$ の時、附録1の(A1.18)及び(A1.23)式によって

$$I = I_0 \sin^2 \delta/2 = I_0 \sin^2 \left(\frac{\delta_0 + d\delta}{2} \right) \quad (1)$$

と示される。上式のカッコの中の位相は天然の複屈折による位相差角 δ_0 と動応力（又はひずみ）による位相差角 $d\delta$ の和である。

これらは(A1.18)式と(A1.21)式によって

$$\left. \begin{aligned} \delta_0 &= \frac{2\pi h}{\lambda} (n_{ij} - n_{rs}) \\ d\delta &= -\frac{\pi h n_0^3}{\lambda} (p_{ab} - p_{cb}) d_{kb} E'_k \cos \omega_k t \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

と示される。又光線と水晶板面のなす角 θ 及び電圧と電界の関係 $V'_k = hE'_k$ を考慮して(Fig.4参照)

$$\left. \begin{aligned} \delta_0 &= \frac{2\pi h}{\lambda \sin \theta} (n_{ij} - n_{rs}) \\ d\delta &= -\frac{\pi n_0^3}{\lambda \sin \theta} (p_{ab} - p_{cb}) d_{kb} V'_k \cos \omega_k t \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

とする。水晶振動子の励振電圧を $V'_k \cos \omega_k t = 0$ とすれば、動的な位相差角は $d\delta = 0$ となる。この条件の元で δ_0 の変化に対する輝度 I の変化を図示すればFig.1のようになる。

δ_0 は水晶板と入射光の角 θ を変えることによって、変化する。

一方(1)式の δ_0 と $d\delta$ による光変調を直流分 I (D.C.)と交流分 dI (A.C.)に分離することができ

$$I = I(D.C.) + dI(A.C.) \quad (4)$$

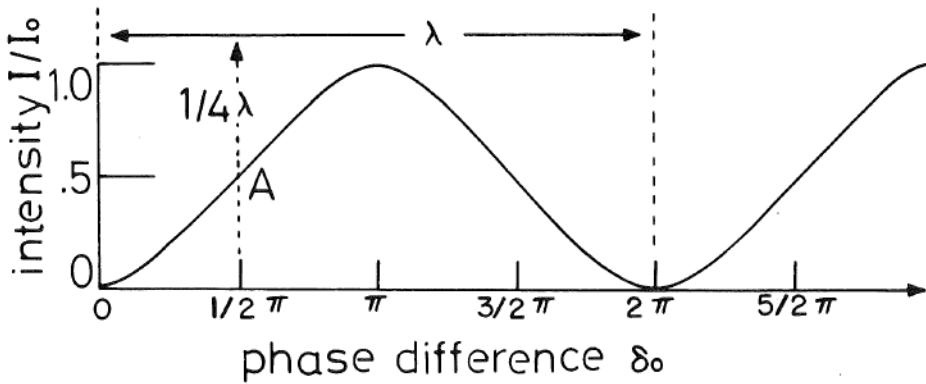


Fig. 1 Relationship between retardation δ and the output intensity.

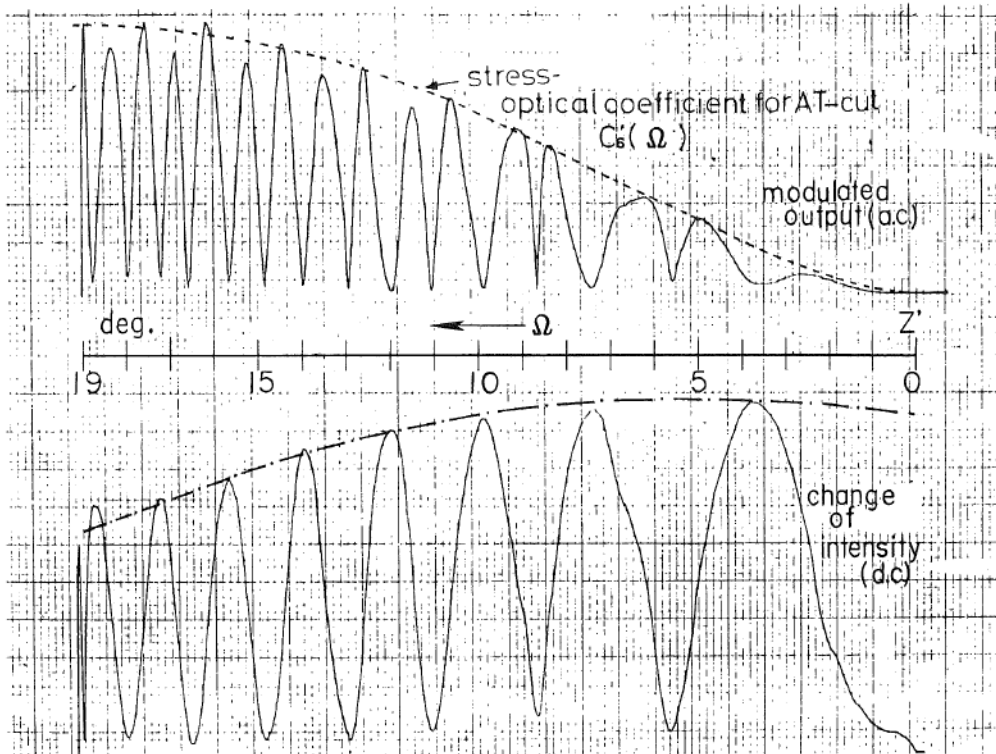


Fig. 2 Experimental result when the angle of the incident beam is changed. The AT-cut quartz crystal is used.

と置くことができる. 更に dI (A.C.) は(1)式の第1項目を δ で微分したものとも見ることができ

$$dI(A.C.) = I_0/2 \sin \delta d\delta \quad (5)$$

となる. 即ち Fig.1 の δ のある点での微動が $d\delta$ であって, それによって光変調の交流成分が現われる.

従って $|dI|$ の最大値は $\delta = \delta_0 = \pi/2$ の点で生ずる. この点は Fig.1 の波長 λ に換算すると $1/4$ 波長に相当する A 点になる. 尚 $\pi/2$ の外 $3\pi/2, 5\pi/2, 7\pi/2 \dots$ でも同様に交流分の最大値が得られる. θ を連続的に変え, δ_0 を変化させ I (D.C.) と dI (A.C.) の関係を ATcut 水晶を用いて実験的に求めたものを参考のために Fig.2 に示しておく. 但し Fig.2 の Ω は Fig.4 の θ である.³⁾ 上述の各点で

$|dI|$ が最大値を示す様子が確認できる。

今、 $\lambda/4$ 波長のA点は $\delta_0/2 = \pi/4$ であるので、この値を(1)式の第二項に代入して、これを展開すると

(A 1. 27) 式の

$$I = I_0/2 \left[1 + 2J_1 \left\{ \frac{2\pi h n_0^3}{\lambda \sin \theta} (p_{ab} - p_{cb}) d_{kb} E'_k \right\} \cos \omega_k t \right] \quad (6)$$

となる。但し $d\delta$ の値は(3)式のものを用いた。

上式の $\{ \}$ の中身が小さな場合、(6)式には高調波が含まれない。光学バイアス点を種々に選んだ場合の交流成分 dI の値を Fig.3 に示す。

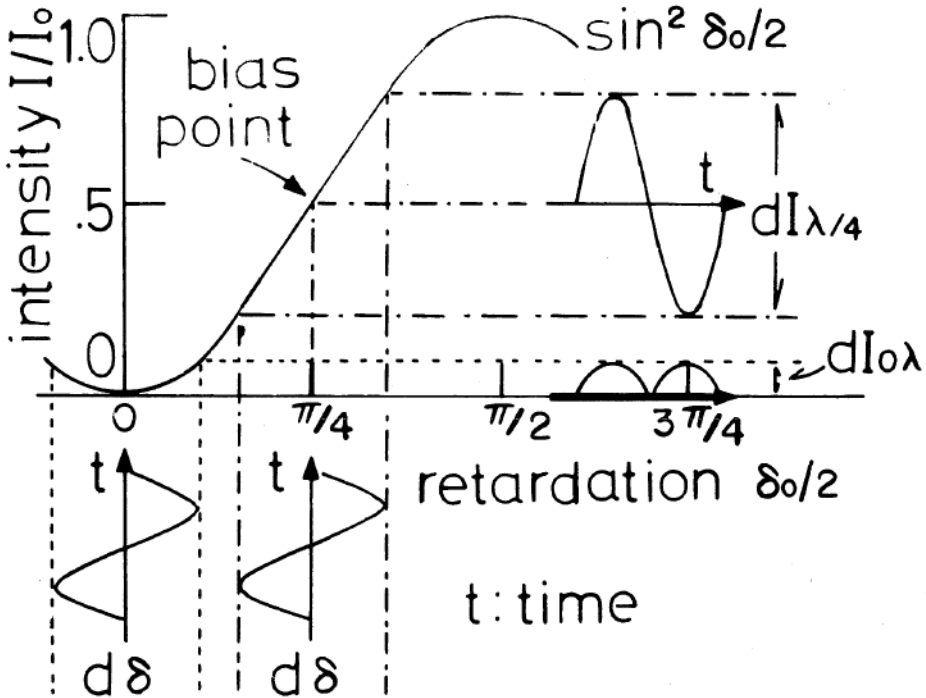


Fig. 3 Relationship between the optical bias point and the wave form of the modulation.

3. 実 験

3. 1 実験方法

前節で論じた光変調の基本式(1), (3)に基づき光学バイアスの値と変調出力中の高調波の関係を Fig.4 に示す実験装置で調べた。実験用資料水晶振動子は外形寸方が $l \times h \times w = 2.75 \times 0.200 \times 0.45 \text{ cm}^3$ の 0° -Xcut Bar であり、これに縦振動 ($f_r = 100.83 \text{ kHz}$) を行わせて用いた。縦振動を用いる理由は水晶中の動ひずみ(応力)が一軸性を示すので方位角 ϕ が精密に決定され、水晶中の動ひずみ分布が別の実験ですでに求められているからである^{5,6)}。

偏光子 P を基本軸 z に対して $\phi = 45^\circ$ で置き Laser からの光線をこの向きの直線偏光にする。次に

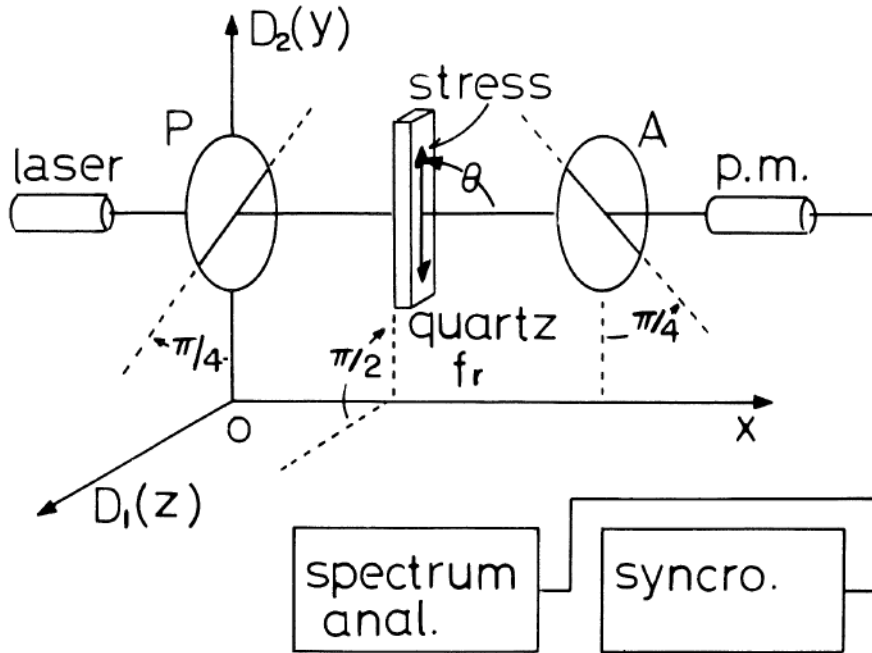


Fig. 4 Experimental apparatus.

水晶振動子の長辺 (l) を y 軸に平行に置く、この水晶に x 軸に平行に進む光線を厚味方向 (h) から透過させる。水晶に共振電界をかけて、水晶内部に動ひずみを発生させれば、これによって光線に位相変調がかかる。更に光線を偏光子 P と直角に置かれている検光子 A を通せば位相の変調が輝度の変化として測定される。輝度変調を光電子増倍管 (p.m.) で受け、波形の観測 (シンクロ・スコープ) と周波数分析 (スペクトル・アナライザー) を同時に行う。

光学バイアス δ_0 は入射光線の角 θ を傾けて選択する。

θ の角度の読は、例えば $\theta=90^\circ\sim 80^\circ$ の範で回転させた場合、(3)式により δ_0 は 0.89π の変化を示すので、 $\%6$ 度まで直読できる回転ステージを用いて行えば δ_0 を $\pi/100$ の変化まで十分にコントロールできる。

一方、水晶による光変調は $\theta=90^\circ$ では $\sin\theta=1$ となり、

$$\left. \begin{aligned} n_0 &= (1.555 + 1.546)/2 = 1.5505 \\ \lambda &= 6,328 \text{ \AA} = 6.328 \times 10^{-5} \text{ (cm)} \\ p_{31} &\doteq 0, p_{21} = \pi_{12} C_{22} = 2.50 \times 10^{-13} \times 8.51 \times 10^{11} = 0.213 \\ d_{12} &= -6.45 \times 10^{-8} \text{ (c.g.s.esu)} \\ V'_1 &= h E'_1 = 20.0 V_{p-p} \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

を(3)式に代入して

$$d\delta = (8.093\pi \times 10^{-3}) V'_1 \cos \omega_k t = 0.0162\pi \cos \omega_k t \quad (8)$$

となる。従って(1)式に代入して変調出力は

$$I = I_0 \sin^2(0.0081\pi \cos \omega_k t + \delta_0/2) \tag{9}$$

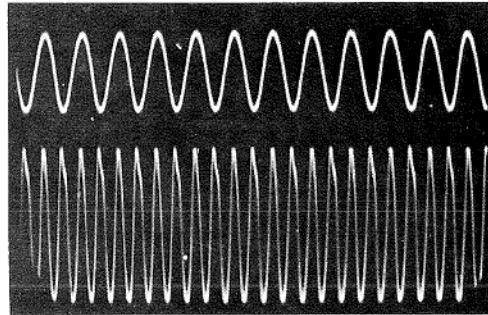
と示される。上式では $d\delta \gg 1$ であるから、 $\delta_0 = \pi/2$ のバイアスにおいては理論的にベッセル函数を用いた(6)式の展開が可能である。

実験では、(8)式の光学バイアスを $\delta_0 = \pi/2$ に限らず、種のバイアス点を設定して、光変調のパワー・スペクトルを求めた。

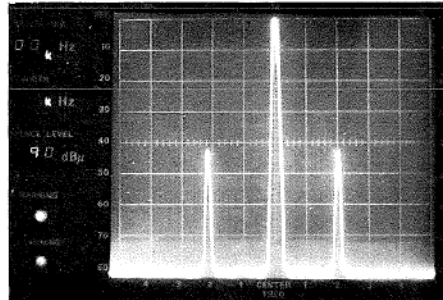
3. 2 実験結果

光学バイアス点を $\delta_0 = 0$ (0λ), $\delta_0 = \pi/4$ ($1/8\lambda$), $\delta_0 = \pi/2$ ($1/4\lambda$) に設定して実験する。Fig.5 はバイアス点が $\delta_0 = 0$ の場合である。励振波形に対して完全な2倍の高調波形が出力に現われ、パ

Optical bias
 $\delta_0 = 0\lambda$
 Exciting signal
 $f = 100.83 \text{ kHz}$
 Modulated output



Power spectrum
 100 kHz/div.



Calculated
 power spectrum

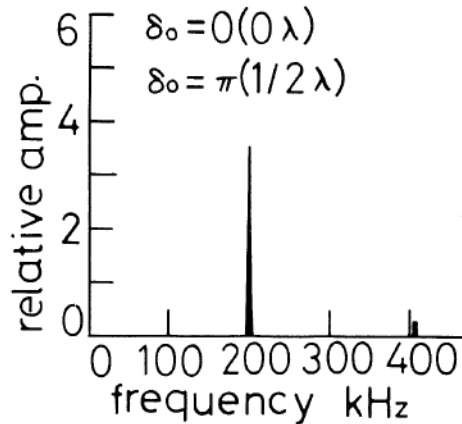


Fig. 5 The modulated output and the power spectrum when the optical bias is chosen at zero wave length.

ワー・スペクトルも 200kHz のところに最大値を持つ, 又約 400kHz の点に 4 次高調波が現われる. 但し中央が零周波数である. 次に(9)式において $\delta_o = 0$ として, $f = \omega_k / 2\pi$ を 100Hz 毎に変え, FFT で直接パワー・スペクトルを計算したものを同図に示す.

計算によって求めたパワー・スペクトルは実験値と極めてよい一致を示す. 更に $\delta_o = \pi$ における計算値も, 同様な結果になった.

$\delta_o = 1/4\pi$ での実験結果と計算値を Fig.6 に示す. 計算値では $\delta_o = 5/8\pi$ も同様な結果になった.

Fig.7 には $\delta_o = 1/2\pi$ の実験結果と計算値を示す. これらにも計算値と実験結果のよい一致がみられる.

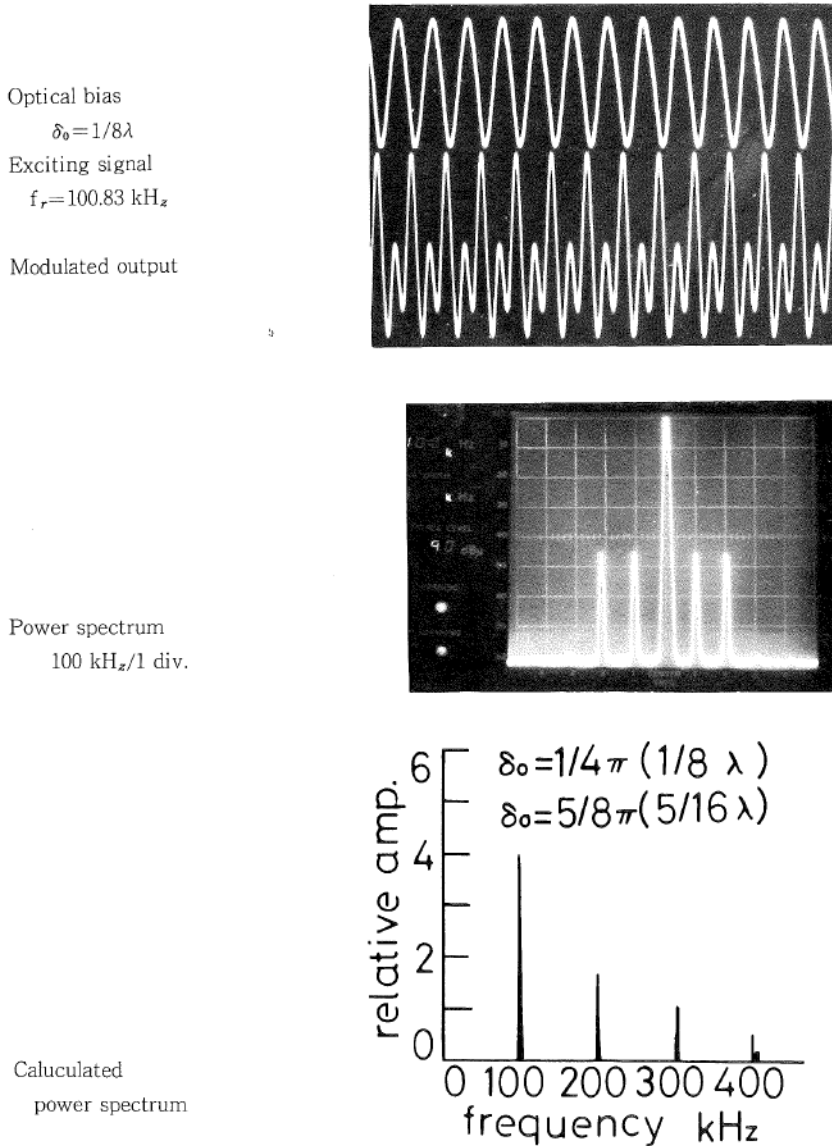


Fig. 6 The modulated output and the power spectrum when the optical bias is chosen at 1/8 wave length.

4. 考察と結論

水晶振動子の極めて高いQ ($\approx 10^5$) を有する振動で光線に変調をかけ、光学バイアスと変調出力中のパワー・スペクトルの関係を精密に測定することができた。

その結果、FFTによる計算と実験値とがよい一致を示し、水晶の光弾性効果による光変調の理論を実験的に確かめることができた。又、水晶では動的な位相差角 $d\delta$ が1に比較して極めて小さいので、 $\delta_0 = \pi/2$ ($1/4$ 波長)であればベッセル関数を用いた展開式が極めて正確に成立し、3次の高調波はほとんど含まれていない。

従って、あらかじめ予測したように水晶の振動による光変調では、内部動ひずみ(応力)と変調

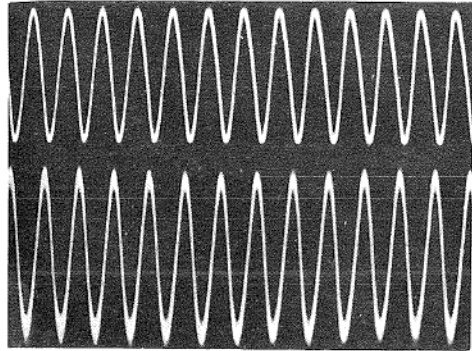
Optical bias

$$\delta_0 = 1/4 \lambda$$

Exciting signal

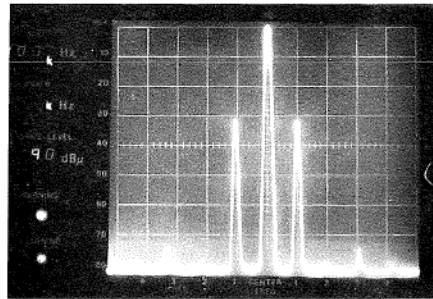
$$f_r = 100.83 \text{ kHz}$$

Modulated output



Power spectrum

100 kHz/1 div.



Calculated

power spectrum

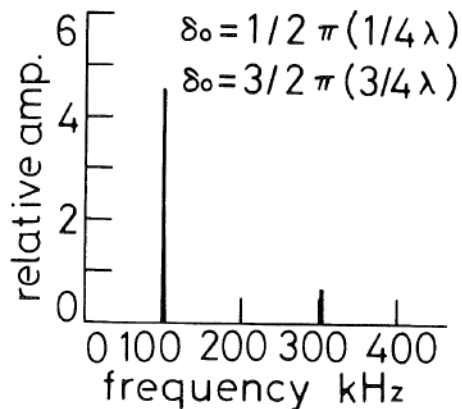


Fig. 7 The modulated output and the power spectrum when the optical bias is chosen at $1/4$ wave length.

出力は線形な関係にあることが明らかとなった。

謝 辞

実験は北大工学部電気工学科・回路講座で行い、同講座の深井一郎教授並びにスタッフ一同には種々の協力を得た。元北大教授安田一次氏には研究全体を通して、御指導を得ている。実験の直接的な協力は同講座 M.C. 山本和光氏より得た。計算は北大・大型計算センターで行った。関係諸氏に深く感謝する。

参 考 文 献

- 1) 難波, 小川: "電気光学的性質とその応用" 応物誌, Vol.26 (1957) No.10, p.498.
- 2) 山形積治: "光弾性効果による光線の変調とその応用研究, 第1報" 北教大紀要第2部A, Vol.27 (1977) No.2, p.5.
- 3) 山形積治他2名: "AT-cut 水晶振動子による光変調機構の研究" 北教大紀要第2部A, Vol.26(1975)No.1, p.47.
- 4) 山本, 山形, 深井, 安田: "光学バイアスの変化に対する光変調スペクトラム" 昭和50電気四学会道支部大会, 予稿 p.153.
- 5) 山形, 岡田, 高橋, 安田: 応物誌, Vol.42 (1973) No.3, p.308.
- 6) 山形, 川瀬, 安田: 信学会誌, Vol.54-A (1971) No.6, p.308.

附 録 1

A. 1 屈折率楕円体と光変調論

結晶体の屈折率 n 及び逆誘電定数 (impermdability) B は電界 \mathbf{E} , 応力 σ 又はひずみ \mathbf{S} , 温度変化 $\partial\theta$ 及び磁界 \mathbf{H} 等の外的条件の変化にともなって変化する。今 $\partial\theta=0$, 及び磁界に対する変化を示さないと言う条件のもとでは電気光学効果(electro-optical effect)と光弾性効果(photo-elastic effect)が残り、屈折率は

$$n = n_0 + a\mathbf{E} + a'\sigma + b\mathbf{E}^2 + b'\sigma^2 + c\mathbf{E}\cdot\sigma + \dots \quad (A1.1)$$

で示される。但し n_0 は結晶体が天然に有している屈折率である。ここで扱っている応力 σ は一軸性である。係数 a, a', b, b', c はテンソルであり、結晶に特有なものである。

電界の一次の項は Pockel's effect と言われ、 $a \neq 0$ の条件は結晶構造が perovskite 構造のように中心対称性を有しないことである。又、二次の項は Kerr's effect で全ての物質に存在する。しかし係数 b は極めて小さいために電界を強くしないとこの効果は検出されない。

次に応力の一次の項は光弾性効果であって、全ての物質で $a' \neq 0$ である。ガラス、アクリル等でも外力を加えることによって、この効果が確かめられる。又、水晶等の強誘電体を圧電的にひずませることによって、この効果を生ぜしめることが可能である。応力の二次の項は b' が極めて小さいために、フックの法則が成立つ範囲では無視できる。更に $c\mathbf{E}\cdot\sigma$ は通常は 0 と考えてよい。

結晶体による光変調を論ずる場合、屈折率楕円体の式

$$\frac{x_1^2}{n_1^2} + \frac{x_2^2}{n_2^2} + \frac{x_3^2}{n_3^2} = 1 \quad (A1.2)$$

を直接用いるよりもむしろ、逆誘電定数による表示

$$B_{ij} x_i x_j = 1 \quad (A1.3)$$

を用いて光変調論を展開し、最後に n の関係に変換した方が考えやすい。今、 B_{ij} を微小に変化させる要因として Pockel's effect と一次の光弾性効果のみを考えると

$$\begin{aligned} \Delta B_{ij} &= z_{ijk} E_k + \pi_{ijmn} \sigma_{mn} \\ &= z_{ijk} E_k + p_{ijrs} S_{rs} \end{aligned} \quad (A1.4)$$

と示される。上式で z_{ijk} は電気光学係数 (electro-optical coefficients) で 3rd rank の tensor である。

π_{ijmn} は圧光学係数 (piezo-optical coefficient) であって 4th rank の tensor である。

次に p_{ijrs} は光弾性係数 (elasto-optical coefficient) であって、応力 σ_{mn} とひずみ S_{rs} の間に

$$\sigma_{mn} = C_{mnrS} S_{rs} \quad (A1.5)$$

なる関係があるので

$$\left. \begin{aligned} p_{ijrs} &= \pi_{ijmn} C_{mnrS} \\ \pi_{ijmn} &= p_{ijrs} S_{rs} S_{mn} \end{aligned} \right\} \quad (A1.6)$$

なる関係が存在する。 C_{mnrS} , $S_{rs} S_{mn}$ は各々 elastic stiffness constant, elastic compliance constant である。

これらの係数の値は結晶の種類によって多少異なるが概略のオーダーとして

$$\left. \begin{aligned} z_{ijk} &\sim 10^{-10} \text{ cm/volt} (10^{-12} \text{ m/volt}) \\ \pi_{ijmn} &\sim 10^{-13} \text{ cm}^2/\text{dyne} (10^{-12} \text{ m}^2/\text{newton}) \\ C^{mnrS} &\sim 10^{12} \text{ dyne/cm}^2 (10^{11} \text{ newton/m}^2) \\ p_{ijrs} &\sim \pi_{ijmn} C_{mnrS} = 10^{-1} \end{aligned} \right\} \quad (A.7)$$

程度となる。

外的な要因 E_k , σ_{mn} (or S_{rs}) によって逆誘電率が

$$B_{ij} \rightarrow B_i^0 + \Delta B_{ij} \quad (A1.8)$$

に変化するならば、次の関係式が成立する。

$$\begin{bmatrix} \Delta B_{11} \\ \Delta B_{22} \\ \Delta B_{33} \\ \Delta B_{23} \\ \Delta B_{13} \\ \Delta B_{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta B_1 \\ \Delta B_2 \\ \Delta B_3 \\ \Delta B_4 \\ \Delta B_5 \\ \Delta B_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} B_1 - B_0 \\ B_2 - B_0 \\ B_3 - B_0 \\ B_4 \\ B_5 \\ B_6 \end{bmatrix} = [z_{ak}] [E_k] + [\pi_{ab}] [\sigma_b] \quad (A1.9)$$

$$B_b = (n_b)^{-2}, \quad n_0 = (n_1 + n_2 + n_3)/3 \quad (A1.10)$$

ここで添字の短縮は $ij = a, mn = b$ とした.

添字の短縮には一般に次のルールがある.

$$\left. \begin{aligned} 11 \rightarrow 1, 22 \rightarrow 2, 33 \rightarrow 3 \\ 23(\text{or}32) \rightarrow 4, 13(\text{or}31) \rightarrow 5, 12(\text{or}21) \rightarrow 6 \end{aligned} \right\} (A1.11)$$

π の添字を短縮する場合, 短縮して 4, 5, 6 がつくものについてはテンソルの性質上 1/2 をかけて扱わなければならない. (A1.2) と (A1.3) 式を比較すると

$$B_{ij} = n_{ij}^{-2} \quad (A1.12)$$

なる関係が存在するので, 外的要因によって B_{ij} が微小に変化すれば n_{ij} も微小に変化する. 変化分が $n_{ij} \gg \Delta n_{ij}$ と極めて小さい場合は

$$B_{ij} + \Delta B_{ij} = (n_{ij} + \Delta n_{ij})^{-2} \quad (A1.13)$$

$$\Delta B_{ij} = -2n_0^{-3} \Delta n_{ij}, \text{or } \Delta n_{ij} = -\frac{1}{2} n_0^3 \Delta B_{ij} \quad (A1.14)$$

となる. 結晶中での光の路長 h を考慮して, 上式に (A1.4) 式を代入すれば

$$\Delta n_{ij} = -\frac{1}{2} h n_0^3 (z_{ar} E_k + \pi_{ab} \sigma_b) \quad (A1.15)$$

となる.

故に光線の進行方向に垂直な一方の屈折率 n は

$$n_{\perp} = n_{ij} - \frac{1}{2} h n_0^3 (z_{ak} E_k + \pi_{ab} \sigma_b) \quad (A1.16a)$$

と示され, 他方の屈折率は同様の考察によって

$$n_{\parallel} = n_{rs} - \frac{1}{2} h n_0^3 (z_{ck} E_k + \pi_{cb} \sigma_b) \quad (A1.16b)$$

となる. しかるに結晶の中を通過した異常光と通常光の位相差角は

$$\begin{aligned} \delta &= \frac{2\pi h}{\lambda} (n_{\perp} - n_{\parallel}) \\ &= \frac{2\pi h}{\lambda} (n_{ij} - n_{rs}) - \frac{\pi h}{\lambda} n_0^3 \{ (z_{ak} - z_{ck}) E_k + (\pi_{ab} - \pi_{cb}) \sigma_b \} \end{aligned} \quad (A1.17)$$

となる. 第 1 項は結晶が天然に有する複屈折で δ の直流分あるいは光学的バイアスとみることができ.

第 2 項目が外的要因 E_k, σ_b によって生ずる変調成分である. 従って位相差角は両者を分離して,

$$\left. \begin{aligned} \delta &= \delta_0 + d\delta \\ \text{wher } \delta_0 &= \frac{2\pi h}{\lambda} (n_{ij} - n_{rs}) \\ d\delta &= \frac{-\pi h}{\lambda} n_0^3 \{ (z_{ak} - z_{ck}) E_k + (\pi_{ab} - \pi_{cb}) \sigma_b \} \\ \text{or, } d\delta &= \frac{-\pi h}{\lambda} n_0^3 \{ (z_{ak} - z_{ck}) E_k + (p_{ab} - p_{cb}) S_b \} \end{aligned} \right\} (A1.18)$$

と示すことができる. 上式で σ_b は応力であり, S_b はひずみである.

圧電結晶では σ_b , S_b は電界 E_k によって結晶内部に発生させることが可能であり, $\sigma_b = \epsilon_{kb} E$, $S_b = d_{kb} E_k$ となる。

今, 電界が交番電界で最大振幅が E'_k であれば

$$\left. \begin{aligned} E_k &= E'_k \cos \omega_k t \\ \sigma_b &= \epsilon_{kb} E'_k \cos \omega_k t \\ S_b &= d_{kb} E'_k \cos \omega_k t \end{aligned} \right\} \quad (A1.19)$$

となり, 位相差角の中の交流成分は

$$\left. \begin{aligned} d\delta &= -\frac{\pi \hbar n_0^3}{\lambda} \{ (z_{ak} - z_{ck}) + (\pi_{ab} - \pi_{cb}) \epsilon_{kb} \} E'_k \cos \omega_k t \\ or, d\delta &= -\frac{\pi \hbar n_0^3}{\lambda} \{ (z_{ak} - z_{ck}) + (p_{ab} - p_{cb}) d_{kb} \} E'_k \cos \omega_k t \end{aligned} \right\} \quad (A1.20)$$

と書かれる。共振状態では(第1項目) \ll (第2項目) となるので

$$\left. \begin{aligned} d\delta &= -\frac{\pi \hbar n_0^3}{\lambda} (\pi_{ab} - \pi_{cb}) \epsilon_{kb} E'_k \cos \omega_k t \\ or, d\delta &= -\frac{\pi \hbar n_0^3}{\lambda} (p_{ab} - p_{cb}) d_{kb} E'_k \cos \omega_k t \end{aligned} \right\} \quad (A1.21)$$

として扱うことができる。

一方 Fig. A 1-1 に示すように基準軸 OD_1 に対して $\phi, \phi - \chi$ でおかれた偏光子(OP), 検光子(OA)の間に(A1.18)式で示される位相板を置けば, OAを出た光線の強度は光源の強度を I^0 として

$$I = I_0 \{ \cos^2 \chi - \sin 2\phi \sin 2(\phi - \chi) \sin^2 \delta/2 \} \quad (A1.22)$$

となり, 今, 偏光子OPを基準軸 OD_1 に対して $\phi = \pi/4$, OPとOAの角を $\chi = \pi/2$ とすれば上式は

$$I = I_0 \sin^2 \delta/2 \quad (A1.23)$$

となる。(A1.18)式の扱いは光線が結晶板面に対して鉛直($\theta = \pi/2$)に入射し, その光路長が h であるとしている。従って, 若干傾斜した角 $\theta \neq \pi/2$ で入射すれば光路長は $h/\sin\theta$ として計算しなければならない。これらの点を考慮して(A1.23)に(A1.18)と(A1.21)式を代入すれば

$$\left. \begin{aligned} I &= I_0 \sin^2 \left\{ \frac{\pi \hbar}{\lambda \sin \theta} (n_{ij} - n_{rs}) - \frac{\pi \hbar n_0^3}{2\lambda \sin \theta} (\pi_{ab} - \pi_{cb}) \epsilon_{kb} E'_k \cos \omega_k t \right\} \\ or, I &= I_0 \sin^2 \left\{ \frac{\pi \hbar}{\lambda \sin \theta} (n_{ij} - n_{rs}) - \frac{\pi \hbar n_0^3}{2\lambda \sin \theta} (p_{ab} - p_{cb}) d_{kb} E'_k \cos \omega_k t \right\} \end{aligned} \right\} \quad (A1.24)$$

となる。{}内の第1項目は光学的バイアス(optic bias)を与えるもので, 水晶等の復屈折を有する結晶では光線の板面に対する角 θ を適当に変えて, 選択することができる。又光学バイアスは別な位相板をOP, OAの間におくことによっても, 上述の場合と同様に変化させることが可能である。

今, いずれかの方法によって $\delta_0 = \pi/2, 3\pi/2, 5\pi/2 \dots$ に選んで

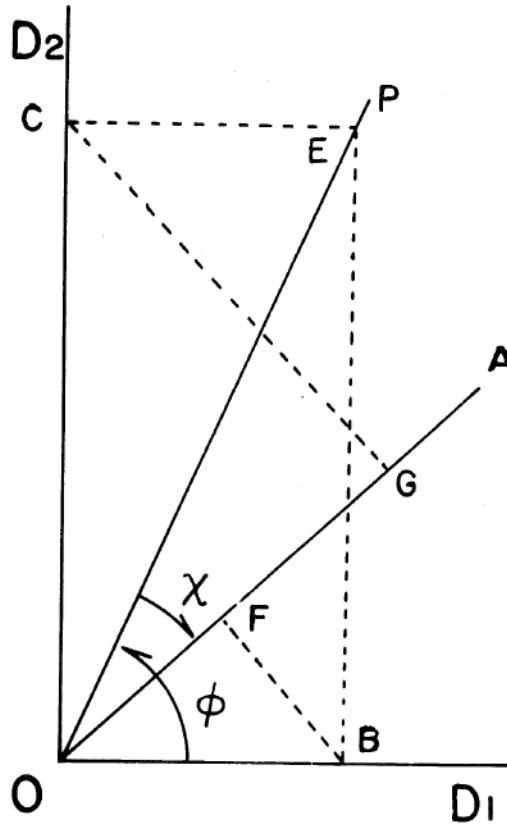


Fig. A 1-1 Construction of the vibration components transmitted by a polarized(op) and an analyzer(OA)

$$\left. \begin{aligned} F_1 &= \frac{\pi h n_0^3}{2\lambda \sin \theta} (\pi_{ab} - \pi_{cb}) \epsilon_{kb} E'_k \\ F_2 &= \frac{\pi h n_0^3}{2\lambda \sin \theta} (p_{ab} - p^{cb}) d_{kb} E'_k \end{aligned} \right\} \quad (A1.25)$$

と置いて

$$\left. \begin{aligned} I &= I_0 \sin^2(-F_1 \cos \omega_k t + \pi/4) \\ &= \frac{1}{2} I_0 \{1 + 2J_1(4F_1) \cos \omega_k t - 2J_3(4F_1) \cos 3\omega_k t + \dots\} \\ &\quad \text{or} \\ I &= I_0 \sin^2(-F_2 \cos \omega_k t + \pi/4) \\ &= \frac{1}{2} I_0 \{1 + 2J_1(4F_2) \cos \omega_k t - 2J_3(4F_2) \cos 3\omega_k t + \dots\} \end{aligned} \right\} \quad (A1.26)$$

と展開される。F₁, F₂が小さい場合、ベッセル関数は、J₁ > J₃となるので高調波の項は無視される。故に

$$\left. \begin{aligned}
 I &= \frac{1}{2} I_0 \{1 + 2J_1(4F_1) \cos \omega_k t\} \\
 &= \frac{1}{2} I_0 \left\{1 + 2J_1 \left\{ \frac{2\pi h n_0^3}{\lambda \sin \theta} (\pi_{ab} - \pi_{cb}) \epsilon_{kb} E'_k \right\} \cos \omega_k t \right\} \\
 &\quad \text{or} \\
 I &= \frac{1}{2} I_0 \{1 + 2J_1(4F_2) \cos \omega_k t\} \\
 &= \frac{1}{2} I_0 \left\{1 + 2J_1 \left\{ \frac{2\pi h n_0^3}{\lambda \sin \theta} (p_{ab} - p_{cb}) d_{kb} E'_k \right\} \cos \omega_k t \right\}
 \end{aligned} \right\} \quad (A1.27)$$

のように書ける.

参考文献

- 1) M. Born and E. Wolf: "Principles of Optics" (Pergamon Press, Oxford, 1970).
- 2) J. F. Nye: "Physical Properties of Crystals" (Oxford University Press, 1972).
- 3) W. P. Mason: "Crystal Physics of Interaction Processes" (Academic Press, New York, 1966).