



論理学ノート：三段論法の妥当性について

メタデータ	言語: jpn 出版者: 公開日: 2012-11-07 キーワード (Ja): キーワード (En): 作成者: 西岡, 孝治 メールアドレス: 所属:
URL	https://doi.org/10.32150/00002472

論理学ノート —— 三段論法の妥当性について

西 岡 孝 治

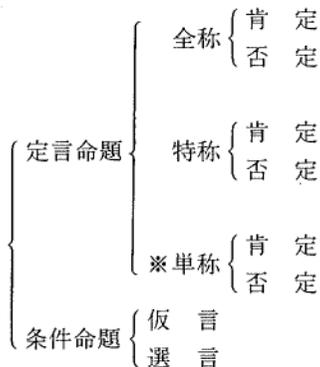
§ 1. 定言命題	§ 4. 記号化 (対当関係)
§ 2. 対当関係	§ 5. 記号化 (妥当式)
§ 3. 定言三段論法	§ 6. 記号化 (例)

§ 1. 定言命題

伝統的論理学は、名辞 (または概念) 論理学ともいわれているように、まず、'名辞' または '概念'、'定義'、'命題' または '判断' などの言葉の意味を説明し、あるいは、それらの内容を分類することから始めて、次に、'推理' を説明し、あるいは、分類して、その妥当性を考察する。この '推理' の原理として、次の3つ (または4つ) が置かれる。

1. 同一律 ($A=A$)
2. 矛盾律 ($\overline{A \& \bar{A}}$)
3. 排中律 ($A \vee \bar{A}$)
- (4). 充足理由律

さて、命題は、次のように分類される。



これらのうち、定言命題 (categorical prop.) は、"SはPである." という命題の主語 (S) については量を、述語 (P) については質を、各々次のように分けて、

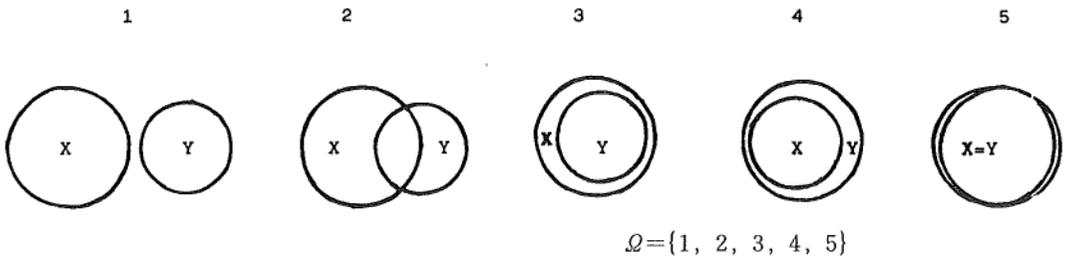
{	主語の量	(すべて)	(全称) Universal
		(ある)	(特称) Particular
		()	(単称) Singular
{	述語の質	(である)	(肯定) Affirmative
		(でない)	(否定) Negative

これらを、組み合わせることによって構成される。ただし、単称命題は、一種の全称命題とみなして全称命題の中にも含めるむきもあるが¹⁾、後に出てくる対当関係を考慮すると、全称命題というよりは、特殊な定言命題と考えたい。いずれにせよ、これを除いて、次の4つが、標準的な定言命題とされている。

1. 全称肯定 (すべてのSはPである.) SaP, (A)
2. 全称否定 (すべてのSはPでない.) SeP, (E)
3. 特称肯定 (あるSはPである.) SiP, (I)
4. 特称否定 (あるSはPでない.) SoP, (O)

これらを、Euler (1707-83) の図によって表わすと、次のようになろう。

まず、命題を構成する2の概念X, Y, 各々の外延の重なり合い(包含関係)は、次の5つの場合が考えられる²⁾。



そこで今、上のSとPについて、これを考えると、4つの定言命題は、次のようになる。ただし、()内のうち、いずれか1つが成立することにする。

$A = (4, 5)$	$cf. S \subseteq P$	$or (S \cap P^c) = \phi$
$E = (1)$	$S \subseteq P^c$	$(S \cap P) = \phi$
$I = (2, 3, 4, 5)$	$S \not\subseteq P^c$	$(S \cap P) \neq \phi$
$O = (1, 2, 3)$	$S \not\subseteq P$	$(S \cap P^c) \neq \phi$

§ 2. 対当関係 (opposition)

主語と述語とは共通であるが、量と質の少くとも一方が異なる2つの命題の関係が、対当といわれる。これには、4種類あって、

1. 矛盾対当 (contradictory opp.)
2. 反対対当 (contrary opp.)
3. 小反対対当 (subcontrary opp.)
4. 大小対当 (subalternate opp.)

1. 矛盾対当 (A-O; E-I)

$$\bar{A} = \overline{(4, 5)} = (1, 2, 3) = O$$

$$\text{これから, } \begin{cases} A \& O = A \& \bar{A} \\ \bar{A} \& \bar{O} = O \& \bar{O} \end{cases}$$

これらの右辺は、矛盾律により成立しないから、左辺も成立しない。よって、合わせて、

$$\overline{A \& O \& \bar{A} \& \bar{O}^3)}$$

$$E \text{ と } I \text{ についても、同様にして、} \overline{E \& I \& \bar{E} \& \bar{I}}$$

2. 反対対当 (A-E)

$$A \& E = (4, 5) \& (1) = \begin{cases} (4) \& (1), \\ (5) \& (1) \end{cases}$$

右辺は、いずれも成立しないから、 $\overline{A \& E}$ 。他方

$$\begin{aligned} \bar{A} \& \bar{E} &= \overline{(4, 5) \& (1)} \\ &= (1, 2, 3) \& (2, 3, 4, 5) \\ &= \begin{cases} (2) \& (2) = (2), (3) \& (3) = (3), \\ (1) \& (2), (1) \& (3), \text{ etc.} \end{cases} \end{aligned}$$

つまり、(2, 3)の時に成立するから、必ずしも、 $\overline{\bar{A} \& \bar{E}}$ ではない。

3. 小反対対当 (I-O)

$$\begin{aligned} \bar{I} \& \bar{O} &= \overline{(2, 3, 4, 5) \& (1, 2, 3)} \\ &= (1) \& (4, 5) \\ &= E \& A \\ &\equiv A \& E \end{aligned}$$

これは、前にみたように成立しないから、 $\overline{\bar{I} \& \bar{O}}$ 。

$$\begin{aligned} \text{他方, } I \& O &= \bar{E} \& \bar{A} \\ &\equiv \bar{A} \& \bar{E} \end{aligned}$$

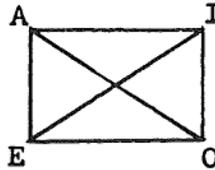
これも前によって、(2, 3)という成立する場合があるから、必ずしも、 $\overline{I \& O}$ ではない。

4. 大小対当 (A-I; E-O)

$$A \rightarrow I \quad (\because (4, 5) \rightarrow (2, 3, 4, 5))$$

$$E \rightarrow O \quad (\because (1) \rightarrow (1, 2, 3))$$

以上の4対当は、古来、対当の方形 (square of opp.) として有名である。



§ 3. 定言三段論法 (categorical syllogism)

3つの定言命題が各々、2つの前提とし1つの結論を構成している推理形式が、定言三段論法といわれる。

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{大前提 (major premise)} \\ \text{小前提 (minor p.)} \end{array} \right. \frac{\quad}{\text{結 論 (conclusion)}}$$

例

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{すべての } M \text{ は } P \text{ である。} \\ \text{すべての } S \text{ は } M \text{ である。} \end{array} \right. \frac{\quad}{\text{ゆえに、すべての } S \text{ は } P \text{ である。}}$$

$$\begin{array}{ll} MaP & A \\ SaM & A \\ \hline SaP, & A \end{array} \quad (\text{or, } AAA^1)$$

この形式には、3つの概念が出てくる。

1. P : 大概念 (major concept)
2. M : 中概念 (middle c.)
3. S : 小概念 (minor c.)

これらが、出てくる順序の組み合わせ (つまり, M の位置) によって、定言三段論法には、次の4つの格 (figure) がある⁴⁾。

	I	II	III	IV
maj.p.	M, P	P, M	M, P	P, M
min.p.	S, M	S, M	M, S	M, S
con.	S, P	S, P	S, P	S, P

各々の格において、大前提、小前提、結論は各々、 A, E, I, O のうちから、任意にどれかをとるから、1つの格では、 $4^3 = 4^3 = 64$ の式 (mood) がある。従って、4つの格全体では、 $64 \times 4 = 256$ の格式がある。これらのうち、いくつかのものだけが妥当である (valid) とされる。

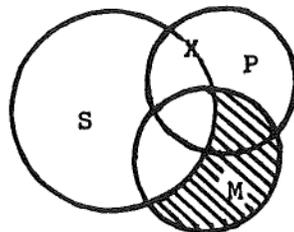
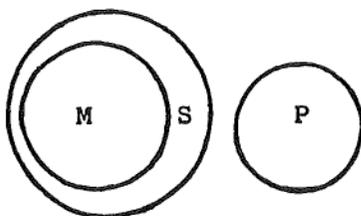
これら 256 の格式の定言三段論法を、そのつど、妥当であるか否かを調べてもよいわけである。例えば、Euler や、Venn の図によって判定される。

OAI^4 (invalid)

Euler

Venn

PoM
 $\frac{MaS}{SiP}$ (prf.)



SeP (反例)

しかし、アリストテレス以来、あらかじめ256のうちから、妥当なものだけを選び出して、それらを妥当性の判定基準とする方法がとられている。選ばれた妥当な格式は、「格式おぼえ歌」として暗誦する考案もなされている。

その選び出し方は、上の様にして、一つ一つ調べてもできるわけだが、伝統的には、次の二方法が知られている。

1. 公理的方法 (推論の原理をもとにして、定言三段論法の公理のようなものを立てる。これから更に、いくつかの規則が作られて、これらの規則に適合するものが、妥当とされる。)

2. 還元的的方法 (アリストテレスに始まる。第II格以下を、第I格に変形する。)

これらの結果として選ばれた妥当な格式は、次の通りである。()の式は、その直前の強勢式に対して、弱勢式といわれ、省略可能とされる。⁵⁾

I	AAA, (AAI), EAE, (EAO), AII, EIO
II	AEE, (AEO), EAE, (EAO), EIO, AOO
III	AAI, EAO, AII, EIO, IAI, OAO
IV	AEE, (AEO), AAI, EAO, EIO, IAI

§ 4. 記号化 (対当関係)

しかし、伝統的論理学としての以上の定言三段論法に対して、現代論理学の立場から次のような欠陥が指摘されている⁶⁾。

- (1)定言三段論法の公理や規則が狭すぎるために、型が、ごく限られてしまう。(これは、伝統的論理学が名辞論理であることに由来するだろう。)
- (2)空概念はないことを前提している。

そこで、これらを考慮して、より形式的で、その限りより精密な現代論理学の立場から、前出の対当関係や妥当式を再検討してみよう。

厳密には、ある (例えば、Hilbert & Ackermann の) 公理体系を定めて、それから、すでの恒真命題 (tautology) を導出して、それらを定理として用いるべきであるが、ここでは、既に導出されたものとして進める。差し当り、以下のような記号と定義と恒真命題を用いることにしよう。

$\{(x):$ 普遍量記号
 $\{(\exists x):$ 限量 (または存在) 記号

def. $(p \rightarrow q) = (\bar{p} \vee q)$ $(p \equiv q) = \{(p \rightarrow q) \& (q \rightarrow p)\}$
 $= (\bar{p} \& \bar{q}),$

$\frac{p \equiv p \quad (p \rightarrow p),}{(p \& \bar{p}),}$
 $p \vee \bar{p},$
 $\bar{\bar{p}} \equiv p,$
 $(\bar{p} \rightarrow q) \equiv (\bar{q} \rightarrow \bar{p}),$
 $(q \rightarrow r) \rightarrow \{(p \rightarrow q) \rightarrow (p \rightarrow r)\},$
 $(p \& q) \equiv (q \& p),$
 $(\bar{p} \& \bar{q}) \equiv (\bar{p} \vee \bar{q}),$
 $(p \vee q) \equiv (\bar{p} \& \bar{q}),$
 $(p \rightarrow q) \& (p \rightarrow r) \equiv \{p \rightarrow (q \& r)\}$ etc.

さて、前出の4つの定言命題は、次のように書き直される⁷⁾。

1. $S_a P : (x) (S_x \rightarrow P_x)$
2. $S_e P : (x) (S_x \rightarrow \neg P_x)$
3. $S_i P : (\exists x) (S_x \& P_x)$
4. $S_o P : (\exists x) (S_x \& \neg P_x)$

そこで、4 対当を検討すると、次のように、検討に耐えて成立するのは、矛盾対当のみということがわかる⁹⁾。

1. 矛盾対当

$$\begin{aligned} S_a P = A &= (x)(S_x \rightarrow P_x) \\ \bar{A} &= \overline{(x)(S_x \rightarrow P_x)} \\ &= (x)(S_x \& \neg P_x) \\ &= (\exists x)(S_x \& \neg P_x) = O \end{aligned}$$

よって、 $\begin{cases} A \& O = A \& \bar{A}, \\ \bar{A} \& O = O \& \bar{O} \end{cases}$

矛盾律も1つの恒真命題 $(p \& \bar{p})$ であるから、やはり右辺は恒偽である。よって、

$$\overline{A \& O \& \bar{A} \& \bar{O}}$$

$E-I$ についても同様に、 $\overline{E \& I \& \bar{E} \& \bar{I}}$

2. 反対対当

$$\begin{aligned} A \& E &= (S_a P) \& (S_e P) \\ &= \{(x)(S_x \rightarrow P_x)\} \& \{(x)(S_x \rightarrow \neg P_x)\} \\ &= (x)\{S_x \rightarrow (P_x \& \neg P_x)\} \\ &= (x)\{\neg S_x \vee (P_x \& \neg P_x)\} \end{aligned}$$

よって、 $\overline{(x)\neg S_x}$ ($= (\exists x)S_x$) が真なら確かに、 $\overline{A \& E}$ となるが、そうでなく、

$\overline{(x)\neg S_x}$ ($= (\exists x)S_x$) が真なら、 $A \& E$ が成立する。これらから、必ずしも、 $\overline{A \& E}$ ではないと結論される。なお、必ずしも、 $\overline{A \& E}$ でないことは、明かであり、前と同じである。

3. 小反対対当

$$\begin{aligned} \bar{I} \& \bar{O} &= E \& A & \qquad I \& O &= \bar{E} \& \bar{A} \\ &\equiv A \& E, & & \equiv \bar{A} \& \bar{E} \end{aligned}$$

よって、2.と同様にして、必ずしも、 $\overline{\bar{I} \& \bar{O}}, \overline{I \& O}$ ではない。

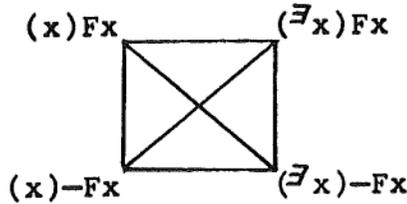
4. 大小対当

$$\begin{aligned} A &= S_a P = (x)(S_x \rightarrow P_x) \\ &= (x)(\neg S_x \vee P_x) \end{aligned}$$

よって、 $\overline{(x)\neg S_x}$ が真なら、確かに、 $(\exists x)S_x$ 真であり、従って、 $(\exists x)(S_x \& P_x) = I$ が、 A から帰結するが、他方、 $(x)\neg S_x$ が真の時は、 $(\exists x)S_x$ 真であり、 I は帰結しない。

$E-O$ についても同様である。 $E \rightarrow O$ とは限らない。

以上にみられるように、現代論理学から定言命題を考察すると、伝統的論理学の(対当の方形)に代る、次のような新しい対当図が考えられる⁹⁾。



この図で、 F_x を $(S_x \rightarrow P_x)$ と、おいてみると、新旧の対当図の相違がわかる。

§ 5. 記号化 (妥当式)

更に、この立場から、前に妥当とされた24の格式を検討すると、5つの弱勢式は、妥当で省略可能どころではなくなる。これらと、更に AAI^3 , EAO^3 , AAI^4 , EAO^4 の4つ、合計9つは、妥当でないか、さもなければ、高々ある仮定を付加されて妥当となる。その次第を、次のようにしてみていく。

定言三段論法の大前提, 小前提, 結論が各々, この順で全称(U)か, 特称(P)かによって, 次の8つの型が考えられる。

UUU	UPP
UUP	PUP
UPU	PPU
PUU	PPP

これらのうち, 下半分は, すべて妥当でない, 残りの上半分の4つの型のうちに, 妥当とされた24の格式は, 次のように分類される。

UUU	AAA^1 EAE^1 AEE^2 EAE^2 AEE^4	5
UPP	AAI^1 EIO^1 EIO^2 AOO^2 EIO^3 AAI^3 EIO^4	7
PUP	OAO^3 IAI^3 IAI^4	3
UUP	AAI^1 EAO^1 AEO^2 EAO^2 AAI^3 EAO^3 AAI^4 AEO^4 EAO^4	9

これらを記号化してみると、まず、 UUU について、

AAA^1

$$\frac{(x)(M_x \rightarrow P_x) \quad (x)(S_x \rightarrow M_x)}{\therefore (x)(S_x \rightarrow P_x)},$$

EAE^1

$$\frac{(x)(M_x \rightarrow \neg P_x) \quad (x)(S_x \rightarrow M_x)}{\therefore (x)(S_x \rightarrow \neg P_x)}$$

AEE^2

$$\frac{(x)(P_x \rightarrow M_x) \quad (x)(S_x \rightarrow \neg M_x)}{\therefore (x)(S_x \rightarrow \neg P_x)},$$

EAE^2

$$\frac{(x)(P_x \rightarrow \neg M_x) \quad (x)(S_x \rightarrow M_x)}{\therefore (x)(S_x \rightarrow \neg P_x)}$$

AEE^4

$$\frac{(x)(P_x \rightarrow M_x) \quad (x)(M_x \rightarrow \neg S_x)}{\therefore (x)(S_x \rightarrow \neg P_x)},$$

これらのうち、後の3つは各々、次のように変形できる。

(AEE^2)

$$\frac{(x)(\neg M_x \rightarrow \neg P_x) \quad (x)(S_x \rightarrow \neg M_x)}{\therefore (x)(S_x \rightarrow \neg P_x)},$$

(EAE^2)

$$\frac{(x)(M_x \rightarrow \neg P_x) \quad (x)(S_x \rightarrow M_x)}{\therefore (x)(S_x \rightarrow \neg P_x)}$$

(AEE^4)

$$\frac{(x)(\neg M_x \rightarrow \neg P_x) \quad (x)(S_x \rightarrow \neg M_x)}{\therefore (x)(S_x \rightarrow \neg P_x)},$$

よって構造上からすると、

$$\left. \begin{array}{l} AEE^2 \equiv AEE^4 \\ EAE^1 \equiv EAE^2 \end{array} \right\}$$

そして、結局 UUU は、次のような移行律型をしていることがわかる。

$$\frac{(x)(G_x \rightarrow H_x) \quad (x)(F_x \rightarrow G_x)}{\therefore (x)(F_x \rightarrow H_x)}$$

UPP についても、同様にして、構造上からは、

$$\left. \begin{array}{l} AII^1 \equiv AII^3 \\ EIO^1 \equiv EIO^2 \equiv EIO^3 \equiv EIO^4 \end{array} \right\}$$

そして、結局 UPP は、次のような型をしていることがわかる。

$$\frac{(x)(G_x \rightarrow H_x) \quad (\exists x)(F_x \& G_x)}{\therefore (\exists x)(F_x \& H_x)}$$

PUP についても、同様にして、共通な型は、

$$\frac{\begin{array}{l} (\exists x)(G_x \& H_x) \\ (x)(G_x \rightarrow F_x) \end{array}}{\therefore (\exists x)(F_x \& H_x)}$$

しかも、これら *UPP* と *PUP* の代表型は、大前提と小前提との順序や、*F* と *H* とを適当に定めることにすれば、同型とみなすことができる。

最後に、*UUP* は、3つの型があつて、

$$(1) \left. \begin{array}{l} AAI^3 \\ EAO^3 \equiv EAO^4 \end{array} \right\} \frac{\begin{array}{l} (x)(G_x \rightarrow H_x) \\ (x)(G_x \rightarrow F_x) \end{array}}{\therefore (\exists x)(F_x \& H_x)}$$

$$(2) \left. \begin{array}{l} AAI^1 \\ EAO^1 \equiv EAO^2 \\ AEO^1 \equiv AEO^4 \end{array} \right\} \frac{\begin{array}{l} (x)(G_x \rightarrow H_x) \\ (x)(F_x \rightarrow G_x) \end{array}}{\therefore (\exists x)(F_x \& H_x)}$$

$$(3) \frac{\begin{array}{l} (x)(H_x \rightarrow G_x) \\ (x)(G_x \rightarrow F_x) \end{array}}{\therefore (\exists x)(F_x \& H_x)}$$

なお、(2) と (3) は、前提の順序、*F* と *H* とを、適当に定めれば、同型とみなすことができる。

さて、以上の代表型の妥当性を吟味してみよう。*UUU* の代表型は、そのまま、移行律によって妥当である。*UPP* も妥当である。これは、次のように、結論を否定すると、前提と矛盾することからもわかる。

$$\overline{(\exists x)(F_x \& H_x)} = (x)(F_x \rightarrow \neg H_x)$$

他方、大前提について、

$$(x)(G_x \rightarrow H_x) \equiv (x)(\neg H_x \rightarrow \neg G_x)$$

これと前式に移行律を適用して、

$$(x)(F_x \rightarrow \neg G_x)$$

この式は、小前提と、*E-I* の矛盾関係にある。*PUP* も同型であるから同様である。

ところが、*UUP* は、そのままでは妥当でない。まず(1)の結論を否定して前提と合わせてみると、

$$\overline{(\exists x)(F_x \& H_x)} = (x)(F_x \rightarrow \neg H_x)$$

これと、小前提、大前提に移行律を適用すると次のようになる。

$$\begin{array}{ll}
 (x)(G_x \rightarrow F_x) & \text{(小前提)} \\
 (x)(F_x \rightarrow \neg H_x) & \text{(結論の否定)} \\
 \frac{(x)(\neg H_x \rightarrow \neg G_x)}{\therefore (x)(G_x \rightarrow \neg G_x)} & \text{(大前提の対偶)}
 \end{array}$$

この結論は、 $(x)(\neg G_x \vee \neg G_x) \equiv (x)\neg G_x$ となるが、これだけでは矛盾でない、対当図からして、これと矛盾する $(\exists x)G_x$ が、前提に必要である。

(2), (3)も、同様にして $(\exists x)F_x, (\exists x)H_x$ を必要とする。それらが前提に付加されなければ、妥当でないことになる。

以上のことから、256の定言三段論法についていえば、それらのすべてから、妥当なものをすべて選び出したのであるから、ある定言三段論法が、(必要なら適当に変型した時に)次の2つ(付加仮定をつければ、4つ)の型のうちの、どれか1つであるならば妥当であり、逆に、妥当であるなら、それらのどれか1つをとる(即ち、どれでもなければ、妥当でない)ことになる。

UUU	$ \frac{\begin{array}{l} (x)(G_x \rightarrow H_x) \\ (x)(F_x \rightarrow G_x) \end{array}}{(x)(F_x \rightarrow H_x)} $		
UPP (PUP)	$ \frac{\begin{array}{l} (x)(G_x \rightarrow H_x) \\ (\exists x)(F_x \& G_x) \end{array}}{(\exists x)(F_x \& H_x)} $		
(UUP)	<table style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;"> $\frac{\begin{array}{l} (\exists x)G_x \\ (x)(G_x \rightarrow H_x) \\ (x)(G_x \rightarrow F_x) \end{array}}{(\exists x)(F_x \& H_x)}$ </td> <td style="padding: 5px;"> $\frac{\begin{array}{l} (\exists x)F_x \\ (x)(G_x \rightarrow H_x) \\ (x)(F_x \rightarrow G_x) \end{array}}{(\exists x)(F_x \& H_x)}$ </td> </tr> </table>	$ \frac{\begin{array}{l} (\exists x)G_x \\ (x)(G_x \rightarrow H_x) \\ (x)(G_x \rightarrow F_x) \end{array}}{(\exists x)(F_x \& H_x)} $	$ \frac{\begin{array}{l} (\exists x)F_x \\ (x)(G_x \rightarrow H_x) \\ (x)(F_x \rightarrow G_x) \end{array}}{(\exists x)(F_x \& H_x)} $
$ \frac{\begin{array}{l} (\exists x)G_x \\ (x)(G_x \rightarrow H_x) \\ (x)(G_x \rightarrow F_x) \end{array}}{(\exists x)(F_x \& H_x)} $	$ \frac{\begin{array}{l} (\exists x)F_x \\ (x)(G_x \rightarrow H_x) \\ (x)(F_x \rightarrow G_x) \end{array}}{(\exists x)(F_x \& H_x)} $		

§ 6. 記号化 (例)

定言三段論法については、妥当な型の構造が確定したので、次に、いくつかその例をあげてみる。なお、記号化の利点は、定言三段論法の精密化に尽きるものではない。伝統的定言三段論法が、不規則な三段論法とか、疑似三段論法と言っているものや、更に、その他の推論形式をも扱うことができるのはいうまでもない。

UUU：すべて正しい行為は社会の益になる。

すべて基本的人権を侵す行為は社会の益にならぬ。

ゆえにすべて基本的人権を侵す行為は正しい行為でない。

すべての猫は翼をもつ。¹⁰⁾
すべての鳥は猫である。
ゆえにすべての鳥は翼をもつ。

すべての猫は翼をもつ。
すべての犬は猫である。
ゆえにすべての犬は翼をもつ。

以上は、どれも妥当な形式をもっている。しかし、次の2例は、妥当ではない。

すべて社会の益になる行為は正しい。
すべて基本的人権を侵す行為は社会の益にならぬ。
ゆえにすべて基本的人権を侵す行為は正しくない。

すべての犬は猫ではない。
すべての人間は犬ではない。
ゆえにすべての人間は猫ではない。

UPP：すべての社会主義者は社会の現状に不満である。¹¹⁾
ある人々は社会の現状に不満ではない。
ゆえにある人々は社会主義者ではない。

すべての学生は無気力である。
ある青年は学生である。
ゆえにある青年は無気力である。

すべての猫は翼をもっている。
ある犬は猫である。
ゆえにある犬は翼をもっている。

以上3つは、すべて妥当な形式をもっている。

UUP：すべて幽霊は女性である。
すべて幽霊は足が定かでない。
ゆえにある女性がいて足が定かでない。

すべてヘレンに似ているものは美しい。
すべての人魚はヘレンに似ているものである。
ゆえにある人魚がいて美しい。

すべての整数は有理数である。
 すべての整数は約数をもつ。
 整数が存在する。
 ゆえに有理数で約数をもつものもある。

前2つは妥当でない。後1つは妥当である。

次に定言的でない三段論法の例をいくつかあげる。そして、現代論理学としての記号論理学の一つの入口に来たところで、この稿をひとまず閉じることにする。

すべて人間はいつか死ぬ。¹²⁾ $(x)(F_x \rightarrow H_x)$
 ソクラテスは人間である。 F_a
 ゆえにソクラテスはいつか死ぬ。 $\therefore H_a$

すべて神は不死である。 $(x)(F_x \rightarrow H_x)$
 天皇は不死ではない。 $\neg H_b$
 ゆえに天皇は神でない。 $\therefore \neg F_b$

これらの2つは妥当である。しかし、次の2つは妥当でない。

ある茸は有毒である。 $(\exists x)(F_x \& H_x)$
 天狗茸は茸である。 F_a
 ゆえに天狗茸は有毒である。 $\therefore H_a$

ある茸は有毒である。¹³⁾ $(\exists x)(F_x \& H_x)$
 松茸は茸である F_b
 ゆえに松茸は有毒である。 $\therefore H_b$

x は y より大 R_{xy}
 y は z より大 R_{yz}
 ゆえに x は z より大 $\therefore R_{xz}$

これは、移行的關係の例である。

$(x)(y)(z)(R_{xy} \& R_{yz} \rightarrow R_{xz})$ ともかける。

x は y の父親である。 R_{xy}
 y は z の父親である。 R_{yz}
 ゆえに x は z の父親である(?)。 $\therefore R_{xz}(?)$

これは、非移行的關係である。

$(x)(y)(z)(R_{xy} \& R_{yz} \rightarrow \neg R_{xz})$

すべての人間は動物である。¹⁴⁾ $(x)(G_x \rightarrow H_x)$
 ソクラテスが一人の人間を見ている。 $(\exists x)(G_x \& L_{ax})$
 ゆえにソクラテスは一動物を見ている。 $\therefore (\exists y)(H_y \& L_{ay})$

すべて紳士たる者は自分の敵対者すべてを憎んだりしない。
 彼は自分の敵対者すべてを憎む。
 ゆえに彼は紳士なんかではない。

$$\frac{(\exists x)(F_x \& (y)(G_y \rightarrow H_{xy}))}{(x)(F_x \rightarrow (y)(B_y \rightarrow -H_{xy}))} \\ \therefore (y)(G_y \rightarrow -B_y)$$

試験に失敗する者は怠惰である。¹⁶⁾
 ある学生達は利口でも怠惰でもない。
 すると利口でないある学生達は試験に失敗しない。

$$\frac{(x)(F_x \rightarrow L_x)}{(\exists x)(S_x \& -B_x \& -L_x)} \\ \therefore (\exists x)(S_x \& -B_x \& -F_x)$$

注

- 1) 千葉・東・若山「論理学入門」(1974年 学陽書房) p. 27, 46
- 2) 3: $(X \supset Y)$, 4: $(X \subseteq Y)$
- 3) $(A \equiv O)$, $(A \& \bar{O} \vee \bar{A} \& O)$, $A \vee O$ etc.
- 4) 飛田就一「論理学ノート」(1972年 法律文化社) p. 44
- 5) 「論理学入門」p. 74; レモン「論理学初歩」(1973年 世界思想社) p. 226
- 6) 「論理学入門」p. 140-142
- 7) レモン「初歩」p. 124
- 8) 「入門」p. 182
- 9) レモン「初歩」p. 225
- 10) ウェスリー・C・サモン「論理学」(1971年 培風館) p. 28
- 11) 「入門」p. 85
- 12) 「初歩」p. 135
- 13) 速水滉「論理学」(1963年 岩波) p. 163
- 14) Mates, Elementary logic (New York: Oxford Univ. p. 1972) p. 224
- 15) 「初歩」p. 168
- 16) クワイン「現代論理入門」(1972年 大修館) p. 172

(本学講師・函館分校)