



## 相似な立体の相似比と体積比の指導のあり方についての一考察

メタデータ	言語: Japanese 出版者: 公開日: 2017-09-19 キーワード (Ja): キーワード (En): 作成者: 赤本, 純基 メールアドレス: 所属:
URL	<a href="https://doi.org/10.32150/00006568">https://doi.org/10.32150/00006568</a>

## 相似な立体の相似比と体積比の指導のあり方についての一考察

赤本 純基

北海道教育大学附属釧路中学校

### A Consideration on the Guidance of Similarity Ratio and Volume Ratio of Similar Stereo

AKAMOTO Junki

Kushiro Junior High School Attached to the Hokkaido University of Education

#### 要 旨

本実践研究は、相似な立体の相似比と体積比の指導のあり方について、指導者の教科経営による授業効果への影響をなくすために、飛び込みの授業による実践を行い、その授業効果について考察したものである。第1章で研究の目的と方法、第2章で本時の主張と扱う教材について、第3章で本実践につながる単元中の学習について、第4章で実践の内容、第5章で検証、第6章で成果と課題、第7章で本実践の指導案と板書を示す。

#### 1. 研究の目的と方法

本稿の目的は、相似な立体の相似比と体積比の指導のあり方についての具体的な授業実践について、提案することである。本実践は指導者の教科経営による授業効果への影響をなくすために、飛び込みの授業による実践を行い、その効果を測定する手法をとる。

#### 2. 本時の主張と扱う教材について

「相似な図形」は「円」「三平方の定理」の単元とともに義務教育9年間での図形学習の到達点として位置付けられた。その単元の目的は、三角形や多角形などについて形が同じであることの意味を、小学校算数科で学んできた「縮図や拡大図」の学習の上に立って、さらに明確にすることである。小学校で帰納的に導いてきた図形の性質を、中学校では論証を用いて演繹的に明らかにしていくこととなる。

しかし、今日の我が国の中学生の論証の定着は芳しくない。平成28年度の全国学力学習状況調査において、証明に関する問題の正答率は「筋道を立てて考え、証明することができるか」についての問題〔数学B4(1)〕は30.0%、「付加された条件の下で、新たな事柄を見いだし、説明することができるか」についての問題〔数

学B4(2)は38.1%であり、総じて課題を抱えている状況といえる。

現行中学校学習指導要領解説数学編（以下解説数学編）では、中学校第3学年の図形学習の目標を「図形の相似、円周角と中心角の関係や三平方の定理について、観察、操作や実験などの活動を通して理解し、それらを図形の性質の考察や計量に用いる能力を伸ばすとともに、図形について見通しをもって論理的に考察し表現する能力を伸ばす」と設定しているが、指導によりよい工夫が必要とされているのが現状といえよう。

本実践は、相似な立体の相似比と体積比の関係やその有用性に気付かせることを目的に行った。本実践における有用性とは、相似比がわかっている相似な立体の体積を求める際に、体積比を使うと能率的に求められることである。本時で扱った問題は、「円錐の形をした容器に、あるコップで水を1回入れると、容器の深さのちょうど半分まで水が入りました。この容器を満水にするには、このコップで合計何回、水を入れる必要があるだろうか。」というものである。子どもは合計3回で満水になると考える可能性が高い。しかし、円錐の体積＝底面積×高さ×1/3の式にあてはめて計算すると、合計8回であることがわかる。相似比と体積比の関係を知っていれば、円錐の体積を求めなくても8回で満水になることを導き出せる。

相似な立体の相似比と体積比の関係を使うことの有用性に気付かせるために、「容器の深さの半分までの水の体積と容器の水の体積を求めて解を導く考え方」と「相似比と体積比の関係を見だし、比を使って解を導く考え方」の2つの考えを比較する場面を設定する。その過程を通すことによって、相似比と体積比の関係を使うことよきのさが際立ち、有用性の実感につながると考えた。

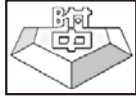
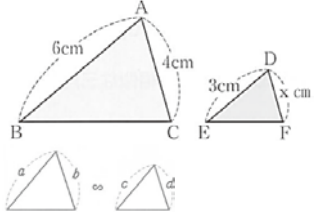
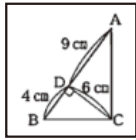
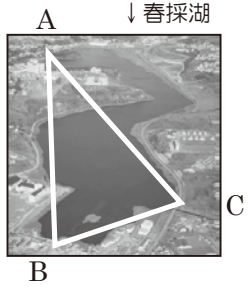
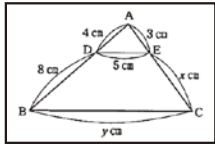
### 3. 本実践につながる単元中の学習について

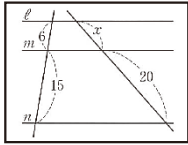
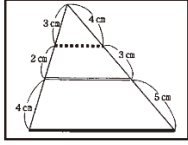
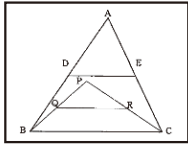
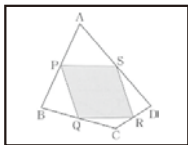
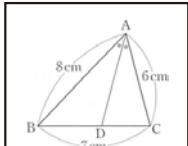
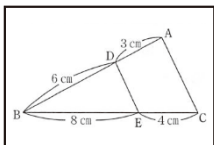
以下のような単元の評価規準、単元計画に基づいて実践を行った。

#### (1) 単元の評価規準

数学への関心・意欲・態度	数学的な見方や考え方	数学的な技能	数量や図形などについての知識・理解
<p>㊦ 相似な図形の性質に関心を持ち、それについて考えたり、それを用いて証明したりしようとしている。</p> <p>① 平行線と線分の比についての性質に関心を持ち、平行線の性質や三角形の相似条件を用いて証明しようとしている。</p> <p>㊵ 相似な図形の相似比と面積比及び体積比に関心を持ち、それらの関係について考えようとしている。</p>	<p>㊦ 相似な図形に潜む関係や法則を見いだしたり、数学的な推論の方法を用いて論理的に考察し表現したり、その過程を振り返って考えを深めたりすることができる。</p> <p>① 平行線と線分の比についての性質を、平行線の性質や三角形の相似条件を用いて証明することができる。</p> <p>㊵ 相似な図形の相似比と面積比及び体積比を調べ、文字式を用いるなどしてそれらの関係について考えることができる。</p>	<p>㊦ 相似な図形の性質を、数学の用語や記号を用いて簡潔に表現したり、線分の長さを求めたりすることができる。</p> <p>① 平行線と線分の比についての性質を用いて表したり、線分の長さを求めたりすることができる。</p> <p>㊵ ある図形の面積や体積がわかっているとき、その図形と相似な図形の面積や体積を相似比を基にして求めることができる。</p>	<p>㊦ 相似な図形の性質について理解している。</p> <p>① 平行線と線分の比についての性質を理解している。</p> <p>㊵ 相似な図形の相似比と面積比及び体積比の関係について理解している。</p>

(2) 単元計画

	学習事項	主な学習活動	評価				
			関	考	技	知	
1		<p>目標：相似な図形の性質を見いだそうとしている。 相似な図形の性質について説明することができる。</p> <p><b>問題</b> 附属中学校の校章を2倍に拡大した図をかいてみよう。</p> <p><b>まとめ</b> 相似な図形では、対応する部分の長さの比は等しく、対応する角の大きさはそれぞれ等しい。</p> 	○			○	
2	1節 相似な図形	<p>目標：相似な図形の辺の長さを、対応する辺の比やとなり合う辺の比が等しいことを使って求める方法を説明することができる。</p> <p><b>問題</b> 右の図でxの値は何だろうか。</p> <p><b>まとめ</b> 2つの三角形が相似のとき、 ・ <math>a : c = b : d</math> ・ <math>a : b = c : d</math></p> 				○	
3		<p>目標：作図した△ABCと相似な三角形を基にして、2つの三角形が相似になるための条件を見いだすことができる。 2つの三角形が相似であることや、辺や角の関係などを記号を用いて表したり、その意味を読み取ったりすることができる。</p> <p><b>問題</b> △ABCの辺の長さを2倍に拡大した相似な三角形をいろいろな方法で作図してみよう。</p> <p><b>まとめ</b> 2つの三角形は次のどれかが成り立つとき相似である。 ① 3組の辺の比がすべて等しい。 ② 2組の辺の比とその間の角がそれぞれ等しい。 ③ 2組の角がそれぞれ等しい。</p>			○	○	
4							
5		<p>目標：見いだした2つの三角形が相似であることの証明の方針を、相似条件を成り立たせる根拠を見つけて説明することができる。</p> <p><b>問題</b> 図の中で、相似な三角形はどれだろうか。</p> <p><b>まとめ</b> 図形の中で見いだした三角形が相似であることは、相似条件を成り立たせる根拠を見つけて証明する。</p> 			○		
6		<p>目標：三角形の相似条件を用いて、身のまわりの2点間の距離を求める方法を説明することができる。</p> <p><b>問題</b> 春採湖をはさむ2地点A、B間の距離を求めるために、2地点を見渡せるC地点を決め、C、A間、C、B間の距離と∠Cの大きさを測定したところ、それぞれ2.7km、2km、65°であった。このとき、A、B間の距離は何kmだろうか。</p> <p><b>まとめ</b> 2つの相似な三角形の相似比を利用すると、実測できない2点間の距離を測ることができる。</p> 				○	
7		問題演習			○	○	○
8	2節 平行線と比	<p>目標：平行線と線分の比についての性質に関心をもち、それらを用いて証明しようとしている。 三角形と比についての性質を理解している。</p> <p><b>問題</b> 右の図で、BC//DEである。このとき、x、yの値は何だろうか。</p> <p><b>まとめ</b> 定理 △ABCの辺AB、AC上の点をそれぞれD、Eとするととき DE//BCならば、 ① <math>AD : AB = AE : AC = DE : BC</math> ② <math>AD : DB = AE : EC</math></p> 	○				

8		<p>目標：平行線と線分の比の性質を用いて、線分の長さを求める方法を説明することができる。</p> <p><b>問題</b> 右の図で、直線 <math>l, m, n</math> が平行であるとき、<math>x</math> の値は何だろうか。</p> <p><b>まとめ</b> 定理 平行な3直線 <math>a, b, c</math> が直線 <math>l</math> とそれぞれ <math>A, B, C</math> で交わり、直線 <math>l'</math> とそれぞれ <math>A', B', C'</math> で交われば、<math>AB:BC = A'B':B'C'</math></p> 						○		
9	2節 平行線と比	<p>目標：三角形の相似を用いて、線分の平行を判断することができる。</p> <p><b>問題</b> 右の図の3つの直線は平行だろうか。</p> <p><b>まとめ</b> 定理 <math>\triangle ABC</math> の辺 <math>AB, AC</math> 上の点をそれぞれ <math>D, E</math> とするとき</p> <p>① <math>AD:AB = AE:AC = DE:BC</math> ならば <math>DE \parallel BC</math></p> <p>② <math>AD:DB = AE:EC</math> ならば <math>DE \parallel BC</math></p> 							○	
10		<p>目標：中点連結定理について説明することができる。</p> <p><b>問題</b> 右の図のように <math>\triangle ABC</math> をかき、辺 <math>AB, AC</math> の中点を <math>D, E</math> とし、<math>D</math> と <math>E</math> を結ぶ。次に、<math>DE</math> と <math>BC</math> の間に点 <math>P</math> をとり、辺 <math>PB, PC</math> の中点を <math>Q, R</math> として結ぶ。このとき、<math>DE</math> と <math>QR</math> はどちらが長いだろうか。</p> <p><b>まとめ</b> 定理 <math>\triangle ABC</math> の2辺 <math>AB, AC</math> の中点を結ぶ線分 <math>DE</math> と <math>BC</math> には次の関係が成り立つ。<math>DE \parallel BC, DE = 1/2 BC</math></p> 							○	
11		<p>目標：図形の性質を中点連結定理を用いて証明することができる。</p> <p><b>問題</b> 右の図の中の四角形 <math>PQRS</math> は、どんな四角形だろうか。</p> <p><b>まとめ</b> 四角形 <math>PQRS</math> はいつでも平行四辺形になる。</p> 							○	
12		<p>目標：与えられた図形の中の相似な図形を見いだすことができる。</p> <p><b>問題</b> 右の図の <math>\triangle ABC</math> で、<math>\angle BAD = \angle CAD</math> である。このとき、<math>BD</math> の長さは何 <math>cm</math> だろうか。</p> <p><b>まとめ</b> 定理 <math>\triangle ABC</math> で、各 <math>A</math> の二等分線と辺 <math>BC</math> との交点を <math>D</math> とすると、<math>AB:AC = BD:CD</math> である。</p> 							○	
13		問題演習							○ ○ ○	
14	3節 相似な図形の体積と面積	<p>目標：相似な図形の相似比と面積比の関係について説明しようとしている。</p> <p><b>問題</b> 右の図の四角形 <math>ADEC</math> と <math>\triangle DBE</math> の面積はどちらが大きいだろうか。</p> <p><b>まとめ</b> 相似な平面図形では、面積比は相似比の2乗に等しい。</p> 							○ ○ ○	
16		本時							○ ○	
17										
18		問題演習								○ ○ ○
19		章末問題								

#### 4. 実践の内容

実施日：平成28年11月25日（金）1校時

生徒：公立中学校第3学年16名

授業者：赤本 純基

本実践は、指導者の教科経営による授業効果への影響をなくすために、飛び込みの授業による実践研究とした。

(1) 問題提示→予想→課題把握

課題把握では、「容器の深さ半分までの水の体積と容器の体積には、どんな関係があるのか？」という課題を全員が共有することが必要である。そのために、「この容器を満水にするには、このコップで合計何回、水を入れる必要があるだろうか」と問題提示して予想させた後に、演示して見せて予想が覆る場面を設定した。予想が覆る場面を設定することで、「おや？おかしいな」「なぜ、まだ水が入るのだろうか？」と考える子どもが多くなると考えたからである。単純な予想と実験による結果に違いを生み出すことで、子どもから課題が生まれやすくなると考えた。

(Tが演示をしながら)

T 1：円錐の形をした容器に、あるコップで水を1回入れると、  
容器の深さのちょうど半分まで水が入りました。この容器を満水にするには、このコップで合計何回、水を入れる必要があるのかな？

C 1：2回。3回。

T 2：どうやって確かめますか？

C 2：実験して確かめればいいと思います。

T 3：じゃあ、やってみましょうか。(図1を板書)

(演示して見せる)

C 3：あれ？全然まだまだ入る！

T 4：では、どうすれば求められるかな？

C 4：体積を求めればよさそう。

T 5：何の体積かな？

C 5：容器の深さ半分までの水の体積と容器の体積です。

T 6：どんな関係があると思う？

C 6：調べてみないとわからないです。

T 7：じゃあ、そこを課題にして進めてみようか。(図2を板書)

図1

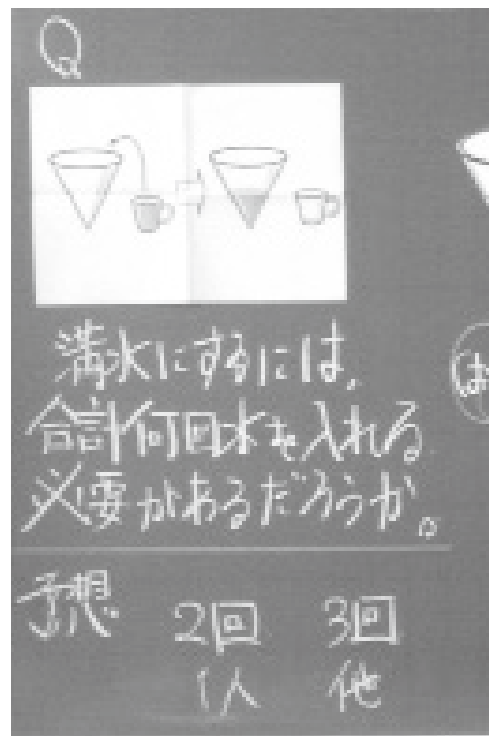
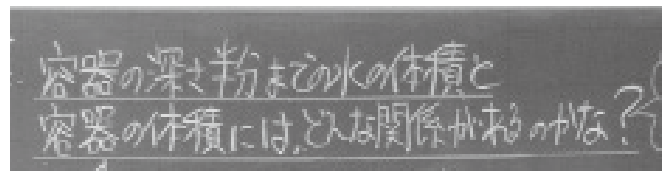


図2



T 5とT 6は、課題に焦点化することをねらった発問である。この発問により、「容器の深さ半分までの水の体積と容器の体積には、どんな関係があるのか？」という課題が共有された。

(2) 個人思考→集団解決→まとめ

まとめでは、相似な立体の相似比と体積比の関係に子どもがいかに自分たちで見つけたかのように仕向けることが重要である。そのために、個人思考では机間指導の際に、集団解決時の指名計画を立てる。集団解決では、指名計画をもとに生徒に発表させた。その際、立体の相似比と体積比の関係が3乗にあることが

強調されるように問い返すようにした。

5分間の個人思考の後、水の体積を求める考え方についての集団解決を行った。個人思考で試行錯誤をしている間に子どもと次のようなやりとりを行った。

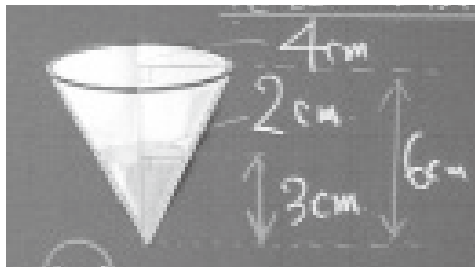
C7: ちょっと待ってください。情報がほしいです。

T8: どこの情報がほしいのかな?

C8: 容器の深さ半分までの水の底面の半径と高さを教えてほしいです。

T9: 水が入っている部分の底面の半径は2cm, 高さは3cmですよ。では, 少し時間をとります。(図3を板書)

図3



(個人思考の時間に机間指導をして, 図4のように黒板に体積を求める式を書かせておいて)

T10: どのように求めたのかな?

C9: 容器の深さ半分までの水の体積と容器の体積を求めて比べました。

T11: では, 説明してください。

C10: 容器の深さ半分までの水の体積は,  $2 \times 2 \times \pi \times 3 \times 1/3$  で,  $4\pi$  です。

T12: じゃあ, 容器の体積は?

C11: 容器の体積は,  $4 \times 4 \times \pi \times 6 \times 1/3$  で,  $32\pi$  です。

T13: え? なんで6なのかな?

C12: 容器の深さが半分で3cmなので, 2倍で6cmです。

T14: じゃあ, どうして4なのかな?

C13: だって, 容器の深さの半分までの水の円錐の形と容器の円錐の形が相似だから・・・。

T15: え? 立体にも相似ってあるのかな?

C14: どうなんだろう?

T16: 教科書で確認してみましよう。

(教科書で立体の相似について確認した後, 図5を掲示)

T17: 容器の深さの半分までの水の円錐と容器の円錐の相似比は何かな?

C15: 1:2なので, やはり容器の底面の半径は4cmです。

T18: よし, じゃあ求めてみよう。

(個人思考の時間に机間指導をして, 黒板に $32\pi/4\pi$ と書かせておいて)

図4

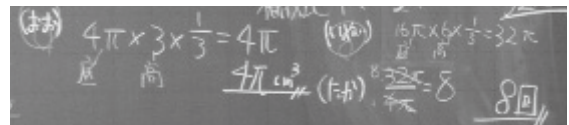
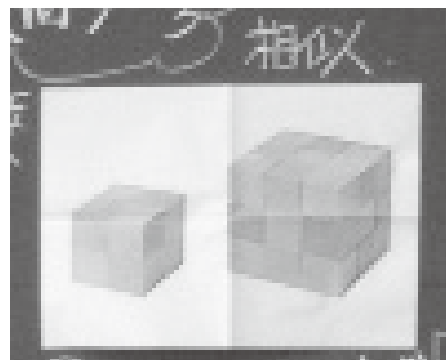


図5



T19：どうでしたか？

C16： $32\pi/4\pi$ で8回でした。

ここで、前時の学習内容である相似比と面積比の関係と同じように、相似比と体積比の関係にも2乗の関係があると思い込んでいた生徒の誤答を取り上げた(タブレットパソコンによる)。容器の深さ半分までの水の体積と容器の体積を求めた後なので、それを使って間違いと確認。ここでどうやら3乗ということも発見する生徒が多数いた。

T20：(相似比と面積比の関係を使った考えをタブレットパソコンで提示して) こんな風に4回と求めている生徒がいるんだけど、これって間違い？

C17：これは違います。

T21：どうしてですか？

C18：この考え方は、相似比と面積比との関係を使ってしまっているけれど、今回は体積比だから、同じようには考えられないと思います。

T22：どのように確かめますか？

C19：さっき、容器の深さ半分までの水の体積と容器の体積を求めたから、それらの比を考えればいいです。

1：8となります。相似比と面積比の関係は2乗だったけど、今度は3乗です。

T23：どんな相似な立体でも3乗ですか？

C20：黒板の立方体でもなるか確かめればよいと思います。

T24：どうでしたか？

C21：相似比が2：3で、左の立方体の体積は $2 \times 2 \times 2 = 8$ 、右の立方体の体積は $3 \times 3 \times 3 = 27$ だから、相似比と体積比の関係は3乗になっています。

T25：いつでも3乗かを調べたいときはどうしますか？

C22：文字を使えばよいと思います。

T26：では、この立方体の相似比を $m:n$ としましょう。

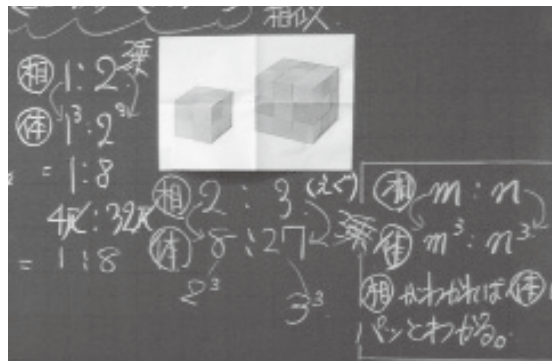
C23：本当だ！左は $m \times m \times m = m^3$ 、右は $n \times n \times n = n^3$ だから、3乗の関係があるっていえます。

T27：何がわかれば、体積比がわかるってことかな？

C24：相似比がわかればいいです。

T28：では、その部分をまとめとしましょう。(図6を板書) ノートにも強調して残しましょう。

図6



T23ではどんな立体でも、相似比と体積比の関係は成り立つかを問うことで、円錐で成り立つ関係が他の立体でも成り立つのかを考えさせるように仕掛けた。なお、拡張による統合を図るならば、立方体→円錐の順の方がよいのだが、問題提示では子どもに関心や意欲を高める工夫をすることが重要と筆者は考えているので、円錐で問題提示を行った。

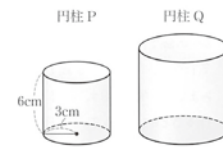
さらに、T25では立方体を例にしていつでも相似比と体積比の関係には、3乗の関係が成り立つのかを問うことで、相似比と体積比の関係を一般化することをねらった。

### (3) 練習問題

練習問題では、相似な立体の相似比と体積比の有用性を実感させることが重要である。そのために、練習問題の解答の際には、子どもに説明させる中で、相似比と体積比の関係を利用した人数を挙手により確認し、なぜその関係を利用したのか問う場面を設定した。

#### 練習問題

右の図において、円柱PとQは相似で、その相似比は3:4です。このとき、体積比を求めなさい。



(相似比と体積比の関係を利用して問題を解決している生徒を指名・板書・説明させた後)

T29: 同じように相似比と体積比の関係を利用して問題を解決した人はどのくらいいますか?

(全員挙手)

T30: どうして体積を求めて比を求めようとしなかったのですか?

C25: こんな便利なこと知っていたら、いちいち体積を求めるのは面倒くさいし、やってられません。

T31: 便利なことを見つけられてよかったですね。これからも、みんなで便利なことを見つける時間を大切にしていきましょうね。最後に、この練習問題でQの体積は何でしょうか。この一題を宿題にします。

練習問題の解答で、相似比と体積比の関係をなぜ利用したのか、その理由を問うことで、学級全体にこの関係の有用性を実感させることができた。こうしたよさの感得を通すことにより、その後の問題解決にも、学習したことを生かしてみようとする子どもが増えていく。

## 5. 検証

授業後に次の図7に示した『Q-分類簡便法』という自己評価を行った。これは、動因効果測定のための一つの方法であり、一単位時間の授業における学習意欲を数値として測定できるように北海道教育大学附属釧路中学校が開発したものである。15項目の短文のうち、自分の感想に似ている文を5項目選ぶ。算出法より得られた値で講じた手立ての有効性を判定するものである。

図7

学年	組	番	名前					
<p>☆ 授業を受けて自分の気持ちに似ているものを5つえらんでください。</p> <p>1. あまりよくわからなかった。</p> <p>○ 2. よく考えることができた。</p> <p>× 3. ますます勉強がいやになった。</p> <p>○ 4. 新しいことがわかってうれしかった。</p> <p>5. やさしすぎて、はり合いがなかった。</p> <p>○ 6. もっとこの授業がつづけばよかった。</p> <p>7. これという感じはのこっていない。</p> <p>○ 8. とても楽しかった。</p> <p>× 9. 家で勉強した方がよくわかった。</p> <p>10. つらかったが、ためになったような気がする。</p> <p>× 11. とても時間が長く感じられた。</p> <p>12. 思うように考えたり活動したりすることができなかった。</p> <p>× 13. おさえつけられるような気持ちだった。</p> <p>○ 14. 勉強のしがいがあるように思われた。</p> <p>× 15. だらけた気持ちですごした。</p>								
			<table border="1" style="width: 100%; height: 30px; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="width: 20%;"></td> <td style="width: 20%;"></td> <td style="width: 20%;"></td> <td style="width: 20%;"></td> <td style="width: 20%;"></td> </tr> </table>					

※ 2. 4. 6. 8. 14. につけた  
数×20 = A  
3. 9. 11. 13. 15. につけた  
数×(-20) = B  
A + B = 得点  
最高点 +100 最低点 -100



~20 ほとんど効果がない  
20~40 やや効果がある  
40~70 効果がある  
70~90 かなり効果がある  
90~ きわめて効果がある

『Q-分類簡便法』による自己評価の結果は次の表1のようになった。

表1

生徒	選択項目					得点
	2 ○	14 ○	1	7	9 ×	
1	2 ○	14 ○	1	7	9 ×	20
2	4 ○	8 ○	14 ○	2 ○	11 ×	60
3	2 ○	5	6 ○	8 ○	14 ○	80
4	2 ○	4 ○	8 ○	5	14 ○	80
5	10	8 ○	7	2 ○	1	40
6	2 ○	8 ○	10	11 ×	14 ○	40
7	2 ○	4 ○	8 ○	11 ×	14 ○	60
8	2 ○	5	7	11 ×	14 ○	20
9	2 ○	4 ○	6 ○	8 ○	14 ○	100
10	2 ○	4 ○	8 ○	11 ×	14 ○	60
11	2 ○	4 ○	6 ○	8 ○	14 ○	100
12	2 ○	10	11 ×	4 ○	14 ○	40
13	2 ○	4 ○	6 ○	8 ○	14 ○	100
14	2 ○	4 ○	6 ○	8 ○	11 ×	60
15	2 ○	4 ○	10	7	14 ○	60
16	2 ○	4 ○	8 ○	10	14 ○	80

平均得点 62.5

肯定的な選択項目「よく考えることができた」を選択した生徒が多かった。生徒の思考を揺さぶるように問題を工夫した点や、誤答を取り入れよりよい考えを見つける場面を設定した点、じっくりと考えて一般化を図る場面を設定した点は、子どもに考えを深めていく機会をつくり、一定程度成果があったと考える。しかし一方で、消極的な質問項目「つらかったが、ためになったような気がする」「とても時間が長く感じられた」を選択した生徒が一定数いた。その要因について授業後に生徒へインタビューしたところ、「いつも黒板を使って発表することがないので緊張した」「毎回の授業で先生の問いかけに対して、反応するというような場面がめったにないので、わかっているけど声が出しにくかった」と回答が得られた。授業をしていて、最も困ったことは、わかったのか、わからないのかといった理解や感情の様子が表に出にくい雰囲気だったことである。さらに、(事後のインタビューにより) 考えていることがあったにも拘わらず考えたことをノートに書かない生徒が多数いたことが明らかになった。

## 6. 成果と課題

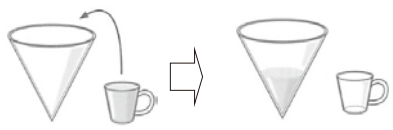
相似な立体の相似比と体積比の関係やその有用性に気付かせることをねらった本実践は、アンケートや授業後のインタビューにより、一定程度子どもの情意面に効果的であるということが明らかになった。しかし、改めて日常の教科経営による影響が大きいことを感じた。日常の教科経営において、「何でも自由に発言できる雰囲気」や「学級で新しいものをつくり出そうする雰囲気」を醸成することの重要さと、具体的にそうした雰囲気を醸成していくためには、日常の授業ではどのような教師の関わり方が必要なのかを明らかにしていく必要があると強く感じた機会となった。今後は、日常の授業における教師の関わり方に視点を当てて、実践研究を積み重ねていきたい。

## 7. 本実践の指導案と板書

### (1) 本時の目標

相似な立体の相似比と体積比の関係やその有用性に気付く。(数量や図形などについての知識・理解)

### (2) 本時の展開 (16/19時間)

教師の働きかけ (●)・主な学習活動 (○)・評価方法 (※) 備考 (・)	
1. 問題提示	<div style="border: 1px solid black; padding: 5px;"> <p><b>問 題</b></p> <p>右の図のような円錐の形をした容器に、あるコップで水を1回入れると、容器の深さのちょうど半分まで水が入りました。この容器を満水にするには、このコップで合計何回、水を入れる必要があるだろうか。</p>  </div> <p>●実際に容器に水を入れて、問題の説明をする。容器に半分まで水を入れたところで、「満水にするには、合計何回水を入れる必要があるだろうか」と板書し、問題を提示する。</p>
2. 予想	<p>●予想させる。</p> <p>○ノートに予想した回数を記入する。</p> <p>●「どのように求めればよいのかな？」</p>
3. 課題把握	<div style="border: 1px solid black; padding: 5px;"> <p>《課題》 容器の深さ半分までの水の体積と容器の体積には、どんな関係があるのかな？</p> </div>

4. 個人思考

●机間指導。体積を求める際の値を示す。水が入っている部分の高さは3 cm, 底面の半径は2 cm。生徒を指名し、それぞれの方法での解き方を板書させる。解決の見通しが立たない生徒には、式やキーワードを生徒に発言させたり、板書したりして示し、自分なりの考えが持てるよう促す。

- ①水の体積を求めて調べる。
- ②相似比を使って調べる。

5. 集団解決

○求め方を発表する。

●「なぜ」「どうして」を大切に補助発問をする。①, ②, ②'の順に発表させる。

① 半分： $2 \times 2 \times \pi \times 3 \times \frac{1}{3}$ $= 4\pi$ 満水： $4 \times 4 \times \pi \times 6 \times \frac{1}{3}$ $= 32\pi$	② 相似比 1 : 2 → 体積比 1 : 4 2乗 (誤答)	
↓	↓	↓
$32\pi \div 4\pi = 8$ 答. 8回	$4\pi : 32\pi = 1 : 8$ 答. 8回	

●立方体を示し、立体についても相似が考えられることを確認する。



相似比 2 : 3 → 体積比 8 : 27  
3乗

○実際に容器に水を入れて、合計8回で満水になることを確認する。

●「相似な立体の相似比と体積比には、どんな関係があるのかな？」

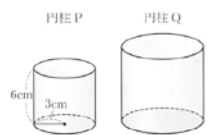
6. まとめ

まとめ 相似比が  $m : n$  ならば、体積比は  $m^3 : n^3$   
 相似比がわかれば、体積比がわかる。

・教科書でも確認する。

7. 練習問題

練習問題  
 右の図において、円柱PとQは相似で、その相似比は3 : 4です。このとき、体積比を求めなさい。  
答. 27 : 64



※相似な立体の相似比と体積比の関係を利用して、体積比を能率よく求めている。(観察, ノート)

●「(①, ③どちらの考えを使ったのか聞いた後で) どうしてその考えを使ったのかな？」

・相似比と体積比の関係を使うことよさに気付かせる。

宿題 Qの体積を求めなさい。  
答.  $128\pi \text{ cm}^3$

