



教科専門と教科教育の協働による初等算数テキスト 作りについて

メタデータ	言語: jpn 出版者: 公開日: 2020-04-10 キーワード (Ja): キーワード (En): 作成者: 杉山, 佳彦, 早勢, 裕明, 黒川, 友紀, 関谷, 祐里, 和地, 輝仁, 大滝, 孝治 メールアドレス: 所属:
URL	https://doi.org/10.32150/00006860

教科専門と教科教育の協働による初等算数テキスト作りについて

杉山 佳彦・早勢 裕明・黒川 友紀・関谷 祐里・和地 輝仁・大滝 孝治

北海道教育大学釧路校数学研究室

Collective Design of a Mathematics Textbook for Elementary School Prospective Teachers

SUGIYAMA Yoshihiko, HAYASE Hiroaki, KUROKAWA Yuki, SEKIYA Yuri,
WACHI Akihito and OTAKI Koji

Department of Mathematics Education, Kushiro Campus, Hokkaido University of Education

概 要

本稿では、釧路校の数学教育実践分野で取り組んできた教科専門と教科教育の担当教員全員による小学校教科専門科目「初等算数」のテキスト作成について、その目的と過程、現状、今後の展望について述べる。この科目は特有の難しさがあり、その難しさは両者の協働によってはじめて乗り越えることができよう。

1. これまでの経緯と本論文の目的

現在、本校では、小学校教科専門科目「初等算数」については、数学教育実践分野の全教員（現在6名）がテキスト作りにかかわっている。始めにこのような体制にしてきた目的を説明しておく。

筆者（杉山）が数学教育担当として、算数の指導法科目及び教科専門科目をひとりで担当していた。教科教育2人体制という大学全体の方針が示され、それに従い数学教育担当も2名となった。このことによってかねて念願であったクラスサイズを小さくすることが可能になった。現在の体制はその延長上にある。

クラスサイズを適切にすることは次のような点で重要である。

- 1 知識・技能重視の授業からプロセスをも重視する授業へ変えることができる
- 2 算数のできるだけ多くの重要な内容を授業で扱うことができる

学生たちは、卒業後、算数を担当する教員として授業を組み立てることが求められていく。そのためには彼ら自身が数学的活動を取り入れた授業を経験する必要がある。しかし、学生たちによる探究活動を基礎にすることは事実上不可能である。なぜなら、この方法で扱うことのできる内容は限られてしまうからである。そこで、クラスサイズをより小さくし、内容もできるだけの領域にわたることと、しかも学生たちによる活動をも含むテキストを作成することが必要となった。幸い、それまでに利用してきた資料があり、それ

を整理・拡充し、現テキストを作成した。

内容は、次の通りである。

- ・位取り記数法の仕組みと計算（長除法まで）
- ・約数・倍数（ユークリッドの互除法を含む）
- ・線分図，表，面積図の利用
- ・場合の数，統計（平均と標本抽出）
- ・図形（作図と包摂関係，証明）

これらを，読み物風のものではなく，学生たちに各テーマにそった問題を考えさせるという手法を念頭に置いたテキストとした。この結果，テキスト作成者・授業担当者として，内容の扱い方，学生の様子などについての意見交換が必要となってきた。

初等算数には特有の難しさがある。数学的に正しいことはもちろんのことであるが，教員となる学生たちが子どもの発達段階を考慮した教材研究ができるようにすることと，中学校にどのようにつながっていくのかを理解できるようにすることが必要な科目である。これに加えて，数学的活動に不可欠な表現活動を学生たちにも十分に経験させることで，その重要性，楽しさ，難しさに気付かせ，目を向けさせることが求められる。そのために，教科専門，教科教育という背景をもちながら同一の授業科目についての意見交換が必要となってきた。上記の難しさは，両者の協働によってはじめて乗り越えることができるものであろう。したがってこの科目は教科専門と教科教育とが協働できる科目であり，それが望ましい科目であるといえる。

そこで本論文では，「初等算数」における教科専門と教科教育の協働活動の現状を報告し，今後の展望について述べる。第2節では授業の概要を，第3節ではテキストの中から三つの領域に関してその内容と授業での取り扱いを紹介する。そして，第4節では教員養成課程における協働活動の展望を述べる。

（文責 杉山）

2. シラバスとクラス編成，評価についての基本的な考え方

釧路校は教育学部であり，文系の学生が多くを占める状況にある。そのため，数学に苦手意識を持つ者が少なくない中で，90名を超えるクラスサイズでは「初等算数」の到達目標を達成することが難しいと考えた。そこで，教科専門担当教員と教科教育担当教員が共通のテキストを用い，同一シラバスでクラスサイズを小さくし，学生の演習時間を十分とりながら「論理的に説明する活動」を充実させるアクティブ・ラーニングの授業展開をねらった。なお，本稿におけるシラバス，及び，テキストは2019年度現在のものである。

2. 1. シラバスと評価

(1) シラバス

あくまでも「初等算数」という1つの授業科目をクラス分けによって展開するため，シラバスについてはテキストと同様に共通としている。副次的効果として，授業担当教員が相互に授業進度や指導方法などについて日常的に交流したり，相互参観したり，TTで授業を行ったりすることを通して，大学教員にとっての研修機会にもなっている。

「初等算数」のシラバスは次の通りである。

また，各授業担当者の専門を生かし，授業展開の仕方や指導内容の補充・発展的な扱いには違いを積極的に発揮し，学生の数学に対する興味・関心を高めるようにしている。

表 1

授業科目	授業形態	担当教員
初等算数A・B・C・D	講義・演習	杉山佳彦, 関谷祐里, 早勢裕明, 和地輝仁, 黒川友紀, 大滝孝治
授業概要	この授業では、小学校算数の指導内容を掘り下げ、または関連する事項を学ぶことによって、深く理解することに加え、受講者が将来、小学校で算数を指導することを念頭におき、算数教育において必要なツール（図や表、定規、コンパス等）の役割や効果的な使い方学ぶ。ただ問題を解ければよいのではなく、解法や仕組みを説明できるようにすることで、より深い理解をし、算数・数学を適切な具体的操作や図、表、式及び言葉を用いて表現する力を付けることを求めている。	
到達目標	<ol style="list-style-type: none"> ① 5進位取り記数法の仕組みを図や計算などにより説明できる。 ② 筆算の仕組みを説明できる。 ③ 小数点の移動の仕組みを説明できる。 ④ 分数を小数になおす計算過程を説明できる。 ⑤ 約数と倍数の求め方を説明すること、求めることができる。 ⑥ 割合や比例に関する問題を表や線分図、数直線、面積図を用いて考え説明できる。 ⑦ 標本平均を用いて母平均を予測できる理由を標本抽出実験での学びを踏まえて説明でき、その性質を利用して問題を解くことができる。 ⑧ 様々な場合の数を求めることができる。 ⑨ 場合やその数を様々な方法で表現し、それらの関係を説明できる。 ⑩ 作図の方法やその正当性を説明できる。 ⑪ 図形の包摂関係を定義に基づいて説明できる。 	
授業計画	第1回 オリエンテーション 第2回 十進位取りと計算の工夫(1) 第3回 十進位取りと計算の工夫(2) 第4回 十進位取りと計算の工夫(3) 第5回 約数・倍数(1) 第6回 約数・倍数(2) 第7回 割合・比例(1) 第8回 割合・比例(2) 第9回 平均と統計(1) 第10回 平均と統計(2) 第11回 場合の数(1) 第12回 場合の数(2) 第13回 図形(1) 第14回 図形(2) 第15回 図形(3) 第16回 試験	
成績評価	試験、課題、授業への参加状況で評価する。試験（90%）と課題（10%）をあわせて6割以上で合格とし、授業への参加状況を加味して評定する。	
テキスト	第1回目に配付する。 ※参考文献は授業中に適宜紹介する。	
備考（履修上の注意等）	<ul style="list-style-type: none"> ・ 授業内容の理解を深めるために、ノートづくりに意を配することをおすすめします。 ・ 欠席や遅刻等には十分気をつけてください。 ・ 1年生対象の授業です。 	

(2) 評価

評価については、小レポートと期末試験、授業における演習等を評価資料としている。期末試験の問題は数値等を変更する程度の違いはあるが、難易度に差が出ないようにしている。なお、小レポートについて1割、期末試験で9割の重み付けで評価し、授業への取組状況を加味して評定している。

なお、試験は、到達目標の「～について説明できる」という点を重視し、単に答のみを問うものではないことから、手書きでA4サイズの「参考メモ」1枚を持ち込み可としている。このことは、学生の復習時間

の充実と主体的に学ぶ姿勢を促すねらいからの取組である。

2. 2. クラス編成と授業担当者

(1) クラス編成

第1学年の約180名を小・中・高等学校の1学級あたりの上限児童生徒数である40名程度の4クラスに編成して、クラスサイズを小さくすることとした。これは、小・中高等学校での算数・数学の授業における、児童生徒と教員のやりとりや児童生徒相互の説明場面を十分展開できるサイズと考えたからである。このサイズでは学生の状況を十分把握でき、個別対応も可能である。また、1人の学生が15回の授業で少なくとも3回程度は問題について説明させることができ、仲間と協働しながらアクティブに学ぶ姿につながっていると実感している。

過去には、クラス分け試験を初回に行い、学生の数学に関する理解の程度に応じたクラスを編成していたが、学生が説明し合う中で相互に確かな理解を図ることができるよう、機械的なクラス編成としてきた。現在は、釧路校のクラス分けであるA、B、C、Dごとのクラスにしている。

(2) 授業担当者

釧路校の数学教育実践分野は6名の教員で構成されているため、年度ごとに4名の教員が授業を担当することを基本とした。各教員の年間の授業科目数や役職、業務量を考慮し講座会議で検討して決定することとした。

釧路校の教員数が60名ということから、各教員が1人何役もの業務を担う状況を鑑み、過去に行っていた「6クラス展開で6名すべてが授業担当すること」から変更している。

(文責 早勢)

3. テキストの内容と授業での扱い

ここでは、作成されたテキストに含まれる三つの領域「数と計算」「統計」「図形」について、その内容と授業での取り扱いを概説する。

3. 1. 数と計算領域

数と計算領域の内容は、第1章「十進位取り記数法と計算の工夫」と第2章「約数・倍数、素数」にまとめられている。現テキストの内容と問題の多くは歴代のテキストからあまり変わってなく、従前から変わらず我々が大事にしている考え方に基づいて書かれている。ここでは、数と計算領域の内容において、我々が大事にしている考え方、テキストの用い方、また現テキストで新たに追加した点について述べる。

3. 1. 1. 第1章「十進位取り記数法と計算の工夫」について

小学校算数の内容について、割合や比例・反比例などに苦手意識がある学生や難しい内容だと認識している学生はいるが、十進位取り記数法については、苦手意識をもった学生や扱い方を間違っている学生はまずいない。さらに受講開始時には十進位取り記数法は当たり前のことだと軽く考えている学生が少なからずいるようにうかがえる。しかし、これは軽いことではなく理解すべき仕組みがあること、初めて学ぶときには当たり前のことではないということを学生自身が実感しながら理解することが小学校教員養成上大切なことである。

テキストでは簡潔な説明と例題に引き続いて問題を載せているが、この状況を踏まえ、ほとんどの問題が

ただ答えを求めるものではなく、「しくみを説明せよ」というものである。これらの問題を通して学生達に説明をさせることで、よりしっかりとした理解につなげようというのが我々が以前から大事にしてきた考え方である。実際、シラバスにおける到達目標にもこれが現れている。これらの問題では、章を通して1を○、10を△、100を□、…というように各位における「まとまり」を記号で表し、そのまとまりを作って各位の数を求める作業を行う。そして、その作業の仕方を説明することがその仕組みを説明するという事になっている。

問題は複数あり、クラス規模も小さくしているので、問題の解答を学生自身の言葉で黒板を用いて説明するという活動が可能となり、実際、いくつかのクラスではそれを実施している。その結果、他人にわかる説明を意識したり、いろいろな人の説明を比較したりすることが可能となる。そして、「説明する」ことの難しさを訴える学生が多くでてくる。答えはわかっているのにうまく説明できない、説明できているか不安、ちゃんと説明できたつもりでいるのに他人に伝わる説明ではなかったようだ、用語がちゃんと使えていない、日本語自体がうまく使えない、というようなことが起こるのである。言語活動の難しさに気づくのである。しかし、ちゃんと説明できるようになりたいという学生は多くいる。そして、位取り記数法の仕組み、加法の繰り上がり、減法の繰り下がり、乗法における小数点の移動、…と、テキストを進めながらこのような経験を積んでいくことで徐々に慣れていき、授業を終える頃にはしっかりと説明する学生が増えてくるように感じる。

この章では、十進法だけでなく、五進法も随所で扱い、小学校算数の内容を逸脱している。これは、十進法だけだと「当たり前前の簡単なこと」として軽く流されかねないことを慣れない五進法も混ぜ込みながら扱うことでしっかりとした理解につなげたいということ、さらに十進法を初めて習う子どもたちと同様の感覚を五進法の計算を通して学生達に実感させたいということが目的であるが、これも従前から我々が大事にしてきたことである。実際、五進法を高等学校で学習してきているはずの学生も、その仕組みを考えながら加法や減法を行うことで、十進法をはじめて習うこどもの気持ちがわかった気がするとか、五進法の意味がしっかりとわかったと言ってくることもある。

現テキストで新しく追加したのものとして小数がある。それまでのテキストでは上述の内容を自然数のみに対して行っていたが、現テキストでは小数まで統一的に扱うことにした。それにより、より広い視野をもって理解を深めることを目的とした。小数というと少し敷居が上がる感じがするが、これも同じように小数第一位を☆というような記号を用いて、全く同様に繰り上がり、繰り下がり等の計算でも仕組みを説明させる問題を随所に追加した。

小数の乗法で小数点が動く仕組みも本テキストで新しく追加したものである。ここでもこれまでと共通の記号を用いて、○に10かけると△、○を10で割ると☆、というように表現させた。そして10をかけたりわったりすることで位がかわること、その結果として小数点が動いたかのように見えることを問題を通して「説明」させるよう仕向けている。

もうひとつ新しく追加したのものとして「分数と小数の関係」がある。ここでは、分数を小数に直す際にもこの位取りの考え方である「まとまりの個数」に着目した考え方を紹介した。これは、余りのある割り算を元にした長除法のアルゴリズムを述べた杉山・張間(2008)にて、その背景として説明されている仕組みである。たとえば $3/4$ を $3 \div 4$ と考えるのではなく、 $3/4$ というひとつの数とみて、その中に $1/10$ の個数を求める、そのあまりの中に $1/100$ の個数を求める、…としていく考え方である。つまり、 $3/4 \div 1/10$ をし、その商(整数)が $1/10$ の位、すなわち小数第1位、その余りである $1/20$ に対して $1/20 \div 1/100$ をし、その商(整数)が小数第2位に、という考え方である。位取り記数法の仕組みによりやく馴染んできたころの学生にとって、その考え方自体は素直に入っていくようであるし、位取り記数法の仕組みの再確認になるものであろう。し

かし、この計算において、割り算の余りの扱い方に困難を感じる学生もいた。これは杉山・張間（2008）でも次のように指摘されていることである。

この方法を授業で紹介し実行させると、必ずといってよいほど次のような計算をする学生が現れる。

$$\frac{3}{4} \div \frac{1}{10} = \frac{3}{4} \times 10 = \frac{30}{4} = 7 + \frac{1}{2} \quad \text{なので}$$

$$\frac{3}{4} \div \frac{1}{10} = 7 \cdots \frac{1}{2}$$

そこで、 $\frac{1}{2}$ は $\frac{1}{10}$ よりも大きいので「余り」ではないことを指摘すると、途方にくれた顔をする。

（杉山・張間，2008）

そこで、杉山・張間（2008）では「確かめの式」の有効性に触れ、さらにこの計算を整理・効率化し、長除法のアルゴリズムにつなげていく議論をしているのだが、我々のテキストでは、その前段階である上述の計算を、位取り記数法からの流れの一環として紹介した。そのため、上で引用したような杉山・張間（2008）の指摘を踏まえて丁寧に説明を試みたが、やはりこれが余りではないことに納得できない学生もいた。ここについては授業での取り扱い方に改善が必要であるし、テキストの改訂時にもここはより丁寧な説明をつけたほうがよいと思われる。また、その際には杉山・張間（2008）の長除法のアルゴリズムまで紹介した方が迷いが少ないだろうと考える。

3. 1. 2. 第2章「約数・倍数，素数」について

ここではおもに最大公約数と最小公倍数を求める問題を載せてある。最大公約数と最小公倍数の求め方は小学校以来様々なものを習ってきているはずだが、それらが飛び飛びの知識になっていたり、方法だけを丸暗記していたりすることもありえるだろう。そのため、テキストでは様々な方法を整理して紹介した。そして、それらに対して「共通の約数・倍数」という小学校算数における基本的な考え方から出発して説明をつけたり、説明をつけさせる問題を配置した。その説明はここでも学生にさせ、小学校算数における約数・倍数の理解を深めさせる。また、様々な方法をまとめて扱ったことで、学生が状況にあった適切な方法を選択できるようになることも期待している。

（文責 黒川）

3. 2. 統計領域

3. 2. 1. 現テキストに統計領域を加えた理由

平成29年度に現テキストを作成した際に、歴代のテキストにはなかった統計領域の内容を加えた。その理由は、学習指導要領の改訂に伴い、統計的な内容等の改善・充実が示されたことである。その中で、学生が実際に標本抽出実験を行うことによって、データのばらつきの感覚を養ってもらいたいと考えた。

小学校で学ぶ「平均」は全数調査が可能な場合を扱うので、合計して個数で割って求めた平均は絶対に正しいもの、という意識を持つ学生が多い。しかし、中学校へ進むと、全数調査が困難な状況で全体の平均（母平均）を知りたい場合に、標本調査によって得られた一部分の平均（標本平均）に基づいて母平均を予測することを学ぶ。この場合は、予測した母平均は必ずしも正確なわけではない。このような中学校へのつながりも理解できるように、標本平均を扱うこととした。つまり、標本平均の値は一定ではなくばらつくが、母平均に近い値を取りやすく、標本平均の値が母平均から大きく外れることは少ない。よって、標本平均を用いると母平均をある程度予測できるということを、標本抽出実験を通して実感してもらうことを目指した。

以下では、この標本抽出実験に関する説明を行う。

3. 2. 2. 標本抽出実験の準備

この授業では、事前に、ノーマル・チップスと、実験結果集計用紙とグラフ記入用紙を準備した。ノーマル・チップスとして、画用紙を小さく切って、形・大きさ・重さ・手触りの同じものを200個作り、その各々に次のような割合で自然数を記入して、袋AとBにそれぞれ100個ずつ入れたものを準備した。

表2

数値	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	計
A (個)	0	1	3	7	12	17	20	17	12	7	3	1	100
B (個)	1	3	7	12	17	20	17	12	7	3	1	0	100

このようにして作られたチップは、Aでは、平均50, 分散4.02の離散分布であり、Bでは、平均49, 分散4.02の離散分布である。そして、これらは、この離散分布と同じ平均と分散をもつ正規分布に似た離散分布となるので、ノーマル・チップスと呼ばれる。(もし、100個ではなく、998個のノーマル・チップスを作れば、上で述べた離散分布よりも、さらに正規分布に近いノーマル・チップスを作ることが出来る(鈴木(1975)参照。)) また、同じ大きさの画用紙を多数作るのが大変であれば、たとえば、付箋紙を2つに折って作っても良いだろう。実験結果集計用紙の例と、グラフ記入用紙の例は、3. 2. 6. を参照していただきたい。

3. 2. 3. 標本抽出実験を行う上での補足説明

実験1回目として、袋Aの中をよくかきまぜて、非復元抽出により $n=4$ 個のチップを取り出し、各チップに書かれた数を調べて実験結果集計用紙に記入する。同様に、袋Bの中をよくかきまぜて、非復元抽出により $n=4$ 個のチップを取り出し、各チップに書かれた数を調べて実験結果集計用紙に記入する。さらに、各々の標本平均を求めて集計用紙に記入するとともに、A, Bどちらの標本平均が大きいのかも記入する。取り出したチップを元の袋に戻すと実験1回目が終了する。

$L=40$ 回の実験がすべて終了したら、母集団A, Bの標本平均の値を、それぞれA, Bのグラフにプロットする。その際、1回目の実験の標本平均は①、2回目の実験の標本平均は②、というように、○の中に実験番号を書いておくと、プロット図をチェックしやすく、また、間違いが少ない。

$L=40$ 個の標本平均の値をすべてプロットし終えたら、その図をもとに、各母集団の母平均を各自に予想させる。その後、その予想した母平均を真の母平均と比較する。授業では、時間の関係で、袋A, Bの各母平均だけを学生に伝えたが、もし、時間に余裕があれば、各袋の中のチップの構成、つまり、どんな数値のチップが何枚入っているかを調べて、各母平均を確認するのが良いと思われる。

次に、母集団Aの母平均と、標本抽出実験から得られた $L=40$ 個の標本平均について、母平均と一致した標本平均の個数や、母平均との差が2以上の標本平均の個数などを確認し、母集団Bについても同様の確認をした。そして、今日の標本抽出実験では、標本平均と母平均との差はほとんどが2未満であることや、A, Bのどちらが重いかについて誤った判断をすることがある程度あることを確認した。

なお、テキストには、実験回数を $L=100$ と記載しているが、授業では時間の関係で $L=40$ として実験を行った。

3. 2. 4. 工夫した点

この授業では、実際に標本抽出実験をやることによって、標本平均がどの程度ばらつくのか、そのバラツキの感覚を養ってもらえることがねらいである。そのためには、ばらつき過ぎず、ばらつかな過ぎず、適度なばらつきになるよう工夫する必要があるので、2つの母平均の差をどれくらいにするか、母分散をどれくらいにするか、標本数 n や実験回数 L をどれくらいにするかななどを事前に検討した。

3. 2. 5. テキストの統計領域から抜粋

この実験の目的を学生に伝わるよう工夫した。テキストの統計領域から、標本抽出実験に関わる部分の抜粋を以下に示す。この項の最後まで抜粋である。

標本平均を用いて母平均を推定するとき、次のような疑問を感じないだろうか。

「標本平均の値はいつも母平均と一致するのか？」

「標本平均の値が母平均と大きくずれることはないのか？」

「どちらが重いかを、いつも正しく判断できるのか？」

そこで、チップに書かれた数を卵の重さと考えて、実際に母集団（袋の中の全てのチップに書かれた数の全体）から標本を抽出し、母平均（母集団分布の平均）を推定してみよう。

母集団から標本を抽出する場合の注意点：

（ ）抽出，すなわち，母集団のどの資料が取り出される確率も等しくなるように抽出する。具体的には，母集団があまり大きくなればくじ引きも可能であるが，母集団が大きいときには乱数サイや乱数表，あるいはコンピュータを利用するとよい。

標本抽出実験の概要：

1. 各母集団から非復元抽出により $n = \underline{\hspace{2cm}}$ 個の標本を取り出す。
2. 母集団毎に，1。で抽出した $n = \underline{\hspace{2cm}}$ 個の標本から標本平均を計算する。
3. 2。で求めた2つの標本平均をもとに，AとBのどちらが重いかを判断（予想）する。
4. 上の1～3の実験を $L = 100$ 回繰り返す。
5. $L = 100$ 回の実験で得られた母集団A，Bの標本平均の値を，それぞれA，Bのグラフに○で表す。
また，各母集団の母平均を予想する。

Aの母平均の予想：（ ） Bの母平均の予想：（ ）

標本抽出実験による推定結果の評価とまとめ

標本抽出実験から得られた標本平均の値を，母平均と比べてみよう。そのために，チップの構成を調べて各母集団の母平均を求めよう。

チップの構成

数値													計
A (個)													
B (個)													

母集団Aの場合：

母平均は () (予想は () だった)

今回の標本抽出実験から得られた100個の標本平均について、以下の結果が得られた。

母平均の値と一致した標本平均の個数は () 個

母平均との差が _____ 以上の標本平均の個数は () 個

母平均との差が _____ 以上の標本平均の個数は () 個

母平均との差が _____ 以上の標本平均の個数は () 個

母集団Bの場合：

母平均は () (予想は () だった)

今回の標本抽出実験から得られた100個の標本平均について、以下の結果が得られた。

母平均の値と一致した標本平均の個数は () 個

母平均との差が _____ 以上の標本平均の個数は () 個

母平均との差が _____ 以上の標本平均の個数は () 個

母平均との差が _____ 以上の標本平均の個数は () 個

また、AとBのどちらが重いかについて誤った判断をしたのは、100回中 () 回であり、統計的推測には誤りが生じる可能性があることに注意しよう。

まとめ

- (1) () 抽出された標本の () を用いて () を推定すると、その結果が大きくなる危険性は () 。たとえば、今回の標本抽出実験において、母集団Aでは母平均との差が _____ 以上の標本平均の個数は () 個であり、母集団Bでは母平均との差が _____ 以上の標本平均の個数は () 個であった。
- (2) 標本調査では、母集団についての確定的な判断は困難である。今回の標本抽出実験の結果からもわかるように、() の値は () に近い値を取りやすいが、実験を行う度に () の値はばらつく。たとえば、今回の標本抽出実験において、母平均の値と一致した標本平均の個数は、母集団Aでは () 個、母集団Bでは () 個であった。
- (3) 今回の標本抽出実験において、AとBのどちらのニワトリが産んだ卵が重いかということに対して誤った判断をした回数は () 回であった。このように、標本調査では、予測や判断に誤りが生じる可能性がある。
(抜粋終わり)

3. 2. 6. 実験結果集計用紙とグラフ記入用紙の例

(1) 実験結果集計用紙の例

表3

A, B から n=4 を40回繰り返す標本抽出実験

実験番号	A						大きい母集団	B						
	1	2	3	4	合計	標本平均		標本平均	合計	1	2	3	4	
1														
2														
3														
4														
5														
6														
7														
8														
9														
10														
11														
12														
13														
14														
15														
16														
17														
18														
19														
20														
21														
22														
23														
24														
25														
26														
27														
28														
29														
30														
31														
32														
33														
34														
35														
36														
37														
38														
39														
40														

(2) グラフ記入用紙の例と一部記入例

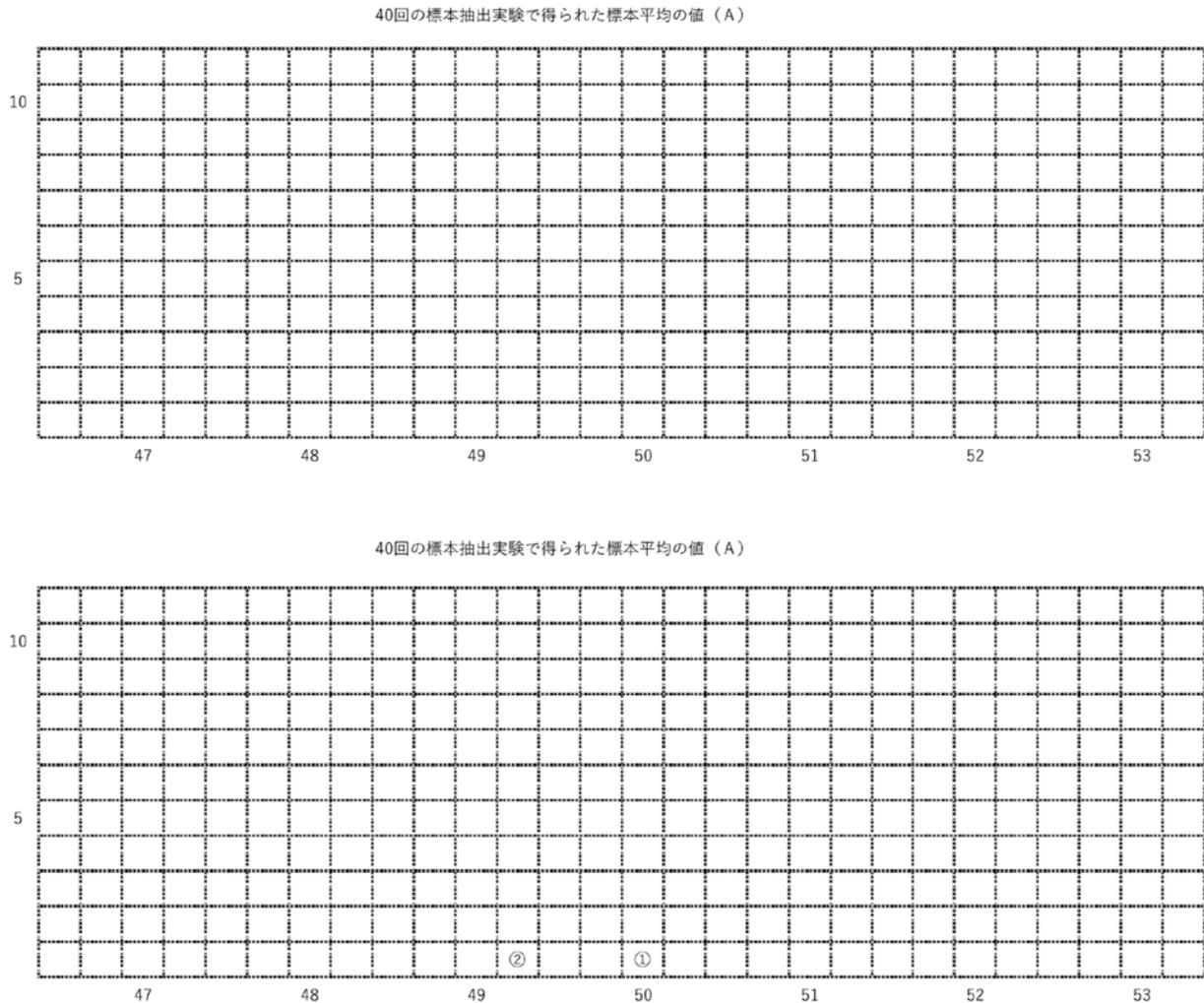


図 1

(文責 関谷)

3. 3. 図形領域の授業の進め方

3. 3. 1. テキストの構成

テキストを使って、実際にどのように授業を進めているかを、以下に紹介する。授業を担当する教員のうち、1名はスライドを作成してスライドを中心に授業を行い、残りの教員は黒板を用いて授業を行っている。この科目全体を通して、40人程度のクラスサイズを活かして、発言や黒板での発表を通して学生に授業に参加してもらい、計算したり知識を覚えるだけではなく、とりわけ、言葉や文章で理由などを説明できるようになることを目指している。テキストもそういった授業がし易いように心がけて構成されている。

ここでは、テキストの第6章「図形と証明」を例にとって述べる。この章の主な内容は、定規とコンパスを用いた作図と、図形に関する証明、及び、四角形の包摂関係であり、これらを90分2コマないし3コマで扱う。特に、黒板で授業をする場合、内容に比べると時間が不足気味の章である。

以前のテキストには、証明に関する内容はわずかであったが、現テキストからは扱いを大幅に増やしている。三角形の合同条件などを陽に用いる証明は小学校算数の内容からは外れており、かつ、大学生が復習するには優先度は低いはずのものであるが、中学校との接続や、最近の学生の傾向を鑑みて、扱いを増やした

という経緯がある。その他の部分は以前のテキストの内容を概ね引き継いでいる。

3. 3. 2. 作図と証明の授業の進め方

まず定規とコンパスを用いた作図と、図形に関する証明について、その授業の進め方の例を述べる。最初に基本的な作図として、角の二等分線、垂直二等分線、垂線、平行線を見た後、その応用に進む。最初の角の二等分線は例題的な扱いであり、作図の手順や、その作図で角の二等分線が引けていることの証明が記されている。この部分は基本的に教員が解説することになる。次の垂直二等分線では、作図の手順は記してあるが、作図の正当性の証明は学生が解く「問題」としてある。さらに続く、直線上の1点における垂線、直線外の1点から引く垂線、直線外の1点を通る平行線の作図は、作図の手順も含めて「問題」としてある。このように、教師が例題を解説して、学生に問題を解いてもらうという流れが基本である。

「問題」は時間を設けて学生に解いてもらった後、単に教員が解答を解説することもあるが、しばしば、1人または数人の学生に黒板に出て解答を板書してもらい、必要に応じて教員が解説を加える。ここで学生には、単に作図を実行したり、証明を板書するだけではなく、作図の説明や証明の説明を述べることを求めている。40人前後のクラスサイズで授業を展開しているため、何とかこのようなことも可能である。この章に限らないことであるが、一方向の講義にならないように、黒板に出たり、説明を述べるなど学生が授業に参加し易いよう、クラスサイズの調整やテキスト構成について配慮している。

また、垂直二等分線の問題では、下図のように、恐らく初めて目にするであろう、標準的ではない作図の方法も示してある。

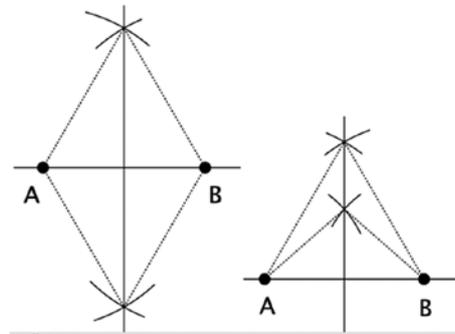


図2

垂直二等分線などの作図は1つの方法しかないといった誤解を解き、柔軟な思考を持ってもらう目的もある。また、小学校算数の教科書には現れないが、中学校との接続を意識した内容や、自然と派生していく知識として知っておくべきことを、極力盛り込もうという意味もある。

これら基本的な作図を学んだ後、それを用いた応用に進む。具体的には、円周上の1点における接線や、与えられた線分を1:2に内分する作図などであるが、これらは問題とせず、「課題」としている。課題は原則として授業では取り扱わず、宿題や、授業の評価の1割を占める課題に回すことにしている。特に時間が不足気味なこの章では、黒板で授業を行った場合、課題の授業中の扱いは困難である。

以上のように、図形に関する証明は、定規とコンパスを用いた作図に関係するもののみ限定している。小学校算数では、対称性を用いて作図の正当性を確認するに留まるわけであるから、この章で扱う証明は、そこから一歩だけ進んだものと言える。対称性を用いるにせよ、三角形の合同条件を用いた証明をするにせよ、理由を説明することを学生に求めるという趣旨に沿った授業が可能なよう、繰り返しになるがテキスト等において配慮がなされている。

3. 3. 3. 包摂関係の授業の進め方

次に、四角形の包摂関係について、その授業の進め方の例を述べる。ここから2コマ目に入るのが通常の時間配分である。例えば、授業冒頭で「正方形は台形である」という文章が正しいかどうかのアンケートをとる。クラスによるが、半分ずつに意見が割れることも多い。授業の最後には、これが「日本人は人間である」が正しいと同程度の自明さで正しいことを理解してもらう必要がある。ただ、実際には「正方形は台形の特殊な場合である」のように、特殊と一般の関係にあることを強調する言い方が望ましいことも伝えることにはなる。

テキストでは、2本の平行線と、それを横切る直線が2本ある場面が最初に提示される。横切る直線がどういう角度であれ、4本の直線で囲まれる四角形は台形であることを「問題」で確認した後、横切る2直線が平行である場合をとりあげ、台形になるか?と問う。この問題を通して、四角形における特殊と一般の関係とは何かを学ぶ。ここでも、複数の学生に理由を述べてもらうことを通して、理解を深めていく。

これが済めば、長方形やひし形も含めて、各種の四角形どうしのうち、どれとどれが特殊と一般の関係にあるかを理解しており、「正方形は長方形とひし形の特殊な場合である」のような文章がいくつも言えるようになってはいるはずなので、その問題を解くことへ進む。

長方形の向かい合う2組の対辺が平行であることは、長方形の定義から直ちに出てくるが、例えば、ひし形の向かい合う2組の対辺が平行であることは、ひし形の定義から直ちには出てこない。こういった場合には、学生にその証明を求めるのだが、時間の都合でそのような証明は「課題」に割り振ってある。

そして、ここまで来れば、包摂関係を表すベン図を受け入れることには抵抗がなくなっている。小学校で扱うものの他に、やや複雑にはなるが、等脚台形などもベン図に書き入れることを問題として行う。

学生には見落されがちではあるが、包摂関係の証明への応用の観点として、包摂関係があることで可能になる証明方法がある。例えば、平行四辺形において成り立つ性質は、すべて長方形においても成り立つと結論する方法である。具体的には、「長方形は平行四辺形の特殊な場合である」とことと、平行四辺形の性質である「向かい合う辺の長さは等しい」ことを用いると、長方形の向かい合う辺の長さは等しいことがわかるという方法である。ここで、平行四辺形の向かい合う辺の長さが等しいことを、三角形の合同条件等を用いて証明したのと同じ証明を長方形で反復するのではなく、包摂関係を用いて証明するという点が大事である。このことを理解するために、「この伏せたカードには台形の性質が1つ書いてあります。この性質が正方形でも成り立つことを証明して下さい」というような問いかけをする。性質が伏せられていると証明も不明なので、同じ証明の反復という手段がとれないから、包摂関係の価値が伝わる。ここに来て、「正方形は台形の特殊な場合である」という文章の正しさだけでなく、その自明さに反して強力な意味を持つことが理解されることとなる。

(文責 和地)

4. 協働の展望

本稿で述べてきた数学専門担当教員と数学教育担当教員の協働は、今日の教師教育の抱える二つの課題を解決するための糸口になりうると考える。二つの課題というのは、「教科専門の指導と一般教育法の指導の接続」と「探究型教育のための新しい専門性の開発」である。一つ目の課題については、“didactic divide”という言葉で国際的に議論されている (Bergsten & Grevholm, 2004)。教員養成課程において、一方で教科の親学問の知識 (専門数学・専門物理など) が指導され、もう一方で教科普遍的な指導法や教育学や心理学が指導される。そして、これらの知識の体系化は学生個人に委ねられる (勿論、各教科教育法の講義はある

が、教員免許の取得に必要となる単位数全体からみれば非常に少ない)。本稿で紹介した協働は初等算数に関わるものであったが、同様の試みを様々な講義で展開していけば、didactic divideの問題は解消されていくように思う。しかし当然、その実現のためには我々教員には新しい専門性が、そして大学には新しい運営の仕組みが求められることになる。

二つの目の課題は、最近ますます強調されてきている「探究的な学習」に関わるものである。数学教育の文脈では“inquiry-based mathematics education”という言葉で、国際的に注目を集めている (cf. Artigue & Blomhøj, 2013)。極論すれば、こうした学校教育の新しい理念が目指すのは、「大学の卒業研究のような指導を学校教育で実現する」ということである。これが意味するのは、その実現のためには、現在とはかなり異なった教師の専門性が必要になる、ということである。卒業研究には、学習指導要領に定められているような「教えるべき知識」などはなく、大学教員が自身の専門性と指導学生の関心のバランスをとりながら、研究能力と専門知識を授けていくのである。実際の卒業研究ほどではないにしろ、程度の差こそあれこれと類似の指導を実現することが、これからの教師に求められているのである。こうした状況をふまえて、教科専門の領域における探究の経験を積ませることが、教員養成課程にとって一層重要になってくると、筆者らは考えている。我々の文脈で述べれば、「数学的探究を経験していないものに数学的探究の指導はできない」ということである。そして、そうした経験を学生全体のためにシステムチックに組織するためには、教科専門担当教員のもつ親学問の知識と、教科教育担当教員のもつ教科指導の知識を結集した新しい教師教育の仕組みを生み出す必要があろう。その意味で、本稿で提案した協働は、新しい教師教育の実現のための第一歩であると信じる。

(文責 大滝)

引用・参考文献

- 杉山佳彦・張間忠人 (2008). 「割り算への誘 (いざな) い」. 『日本数学教育学会誌』, 90(4), 58-66.
- 鈴木義一郎 (1975). 『統計解析術』, 実教出版.
- Artigue, M., & Blomhøj, M. (2013). Conceptualizing inquiry-based education in mathematics. *ZDM Mathematics Education*, 45(6), 797-810.
- Bergsten, C., & Grevholm, B. (2004). The didactic divide and the education of teachers of mathematics in Sweden. *Nordic Studies in Mathematics Education*, 9(2), 123-144.

(杉山 佳彦 釧路校教授)
 (早勢 裕明 釧路校教授)
 (黒川 友紀 釧路校講師)
 (関谷 祐里 釧路校教授)
 (和地 輝仁 釧路校教授)
 (大滝 孝治 釧路校特任講師)