問題解決過程における「子供の停滞」を解消する方策に関する研究（Ⅱ）数学科における問題解決的な学習の日常化を目指して

問題解決過程における「子供の停滞」を解消する方策に関する研究（Ⅱ）

数学科における問題解決的な学習の日常化を目指して

赤　本　純　基

北海道教育大学附属釧路義務教育学校後期課程

Through Problem Solving on Everyday Practice in Mathematics

AKAMOTO Junki

Kushiro Compulsory Education School Attached to the Hokkaido University of Education

概　要

本研究は，『問題解決過程における「子供の停滞」を解消する方策に関する研究』（赤本，2018）の第２報である。第１報では，問題解決過程における「子供の停滞」を解消する方策を明らかにし，その継続実践可能性を確認した。さらに，子供へのアンケート結果から，この方策の必要性を示唆し，今後の課題のひとつとして「方策の開発」を指摘した。

この第２報では，「目標達成に必要な考えを引き出すためのよい方策」の条件を提案し，方策を開発するための工夫の仕方をまとめることを目的としている。

その結果，具体的な方策をもとに３つの条件を提案した。また，「目標達成に必要な考えを引き出すための方策開発の際の工夫の仕方」として３つの工夫の仕方をまとめ，普段の授業においても問題解決過程における「子供の停滞」を解消する「目標達成に必要な考えを引き出すためのよい方策」として授業に生かされていくことを述べた。

キーワード：問題解決的な学習，停滞

１．研究の経過と目的

第１報『問題解決過程における「子供の停滞」を解消する方策に関する研究』（赤本，2018）では，「子供の停滞」を「授業の個人思考・集団思考の場面で，机間指導や問い返しなどの働きかけをしても，子供が考えを広げたり深めたりすることができない状況」と定義した。

また，授業の個人思考・集団思考の場面における「子供の停滞」を解消する方策として，次の２点を指摘し，授業の中に「子供の停滞」を解消する方策を意図的に位置付けていくことの重要性を強調した。

・目標達成に必要な考えを引き出すための方策

・子供の考えをつなぐための方策

本稿では，「目標達成に必要な考えを引き出すための方策の開発」に焦点を当て，次の①，②を研究目的とする。

①目標達成に必要な考えを引き出すための方策の条件を提案する。

②目標達成に必要な考えを引き出すための方策開発の際の工夫の仕方をまとめる。

研究方法としては，授業実践の中から具体的な目標達成に必要な考えを引き出すための方策を抽出し，方策の条件や方策を開発するための工夫の仕方を分析する。

２．２つの方策の比較から

目標達成に必要な考えを引き出すためのよい方策とは，どのような方策なのだろうか。次のような事例を通して考えていく。

「２つの方策の比較」のための事例

・学年：中学校第１学年

・学習事項：文字式の利用

・本時の目標：正方形の１辺にｘ個並べた碁石の総数を求める活動を通して，数量の関係を，文字式を用いて表したり，読み取ったりすることができる。

この授業は，公立中学校での出前授業である。

次のような流れで，「問題の把握」，「課題の明確化」を行った（図１）。

（●：教師　○：子供）

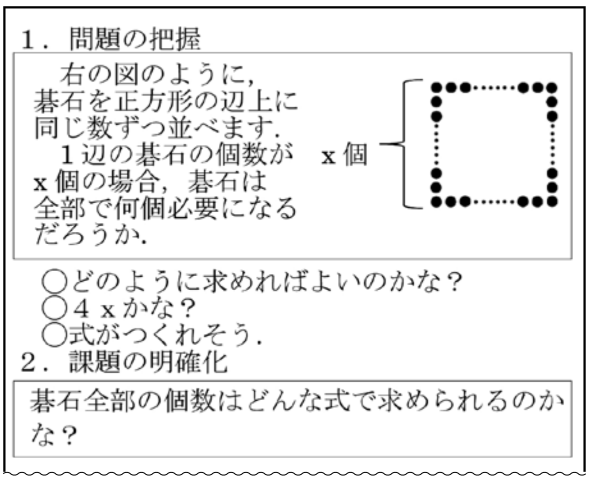


図１　方策までの指導の流れ

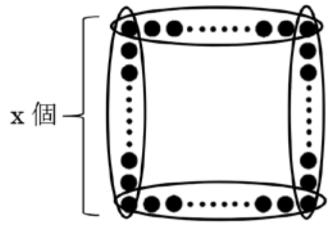
中学生にとって，碁石全部の個数を様々な式で表したり，表された式の意味を読み取ったりすることは容易ではない（国立教育政策研究所，2013)。

課題を明確化させた後の個人思考・集団思考で，子供が停滞したときに，例えば次の方策１，方策２のような働きかけをすることが考えられる。

これらの比較を通して，問題解決過程における「子供の停滞」を解消する「目標達成に必要な考えを引き出すためのよい方策」について考察する。

方策１

囲みを入れた図だけ示す。



途中の考えを図として提示し，「どのように考えたと思う？」と発問する。すでに「正しい考え方の図」が示されていて，子供は図の囲みの意味を考える。しかし，図から式を考える流れは１つしかない式をつくらなければない印象となり，苦しく感じる子供も多い。もし，式がつくれなくてさらに停滞したら，教師は「ここの囲みはどのように表される？」などと誘導的な一問一答をしかねない状況となる。

それに対して次の方策２では，「４ｘ－４」という式だけを提示し，「どのように考えたと思う？」と発問する。

方策２

「４ｘ－４」という式だけ示す。

式だけ示すと，子供は図をいろいろに囲み試行錯誤できる。方策１よりも方策２の方が，さらなる停滞を招きづらく，子供は気持ちも楽なのではないだろうか。加えて，教師も「－４って何？」

などと問え，子供が「ｘ個のかたまりが４つあるということなのかな」，「－４だから２回数えてしまっている４個をひくっていうことじゃないかな」と考え始めるので，誘導色を薄めることができる。

以上２つの方策のように，同じ問題解決過程における「子供の停滞」でも，教師がどのような方策で働きかけるかによって，目標達成に必要な考えを引き出す際に，「どの子供も考えられるか」，「異なる考えが生まれるか」といったところに違いが生じる。

結果として碁石全部の個数を様々な式で表したり，表された式の意味を読みとったりすることは同じであるが，本時の目標達成に向けて関心をもち，粘り強く考え続ける子供の姿勢には，大きな違いが見られるのである。

３．問題解決過程における「子供の停滞」を解消する

「目標達成に必要な考えを引き出すためのよい方策」

次に，問題解決過程における「子供の停滞」を解消する「目標達成に必要な考えを引き出すためのよい方策」とは，どんな方策なのだろうか。「目標達成に必要な考えを引き出すためのよい方策」の条件として，次の⑴～⑶を提案する。

⑴　どの子供も考えられそうかどうか

方策で示したことが複雑で意味がわからなかったり，停滞を助長したりするような難しいものでは，子供は考えようとしない。誰でも何らかのことを考えられそうな方策を位置付けたい。次の事例を通して考えていく。

「どの子供も考えられそうかどうか」についての事例

・学年：中学校第２学年
・学習事項：確率による説明
・本時の目標：さいころを使ったゲームの公平性について，確率を用いて説明することができる。
この授業は，公立中学校での出前授業である。

次のような流れで，「問題の把握」，「実験」，「課題の明確化」を行った（図２）。

（●：教師　○：子供）

１．問題の把握

図のような階段で兄と弟がゲームをしています．

〈ルール〉
①　兄と弟がそれぞれ１回ずつさいころを投げる．
②　出た目の数だけ兄は上り，弟は下る．
③　上にいた方が勝ちとする．

兄と弟ではどちらの方が勝ちやすいだろうか．

●予想しよう．
①兄　②弟　③同じ
●どのように確かめればよいのかな？
○実験する．
２．実験
○ペアをつくり 20 回程度実験する．（兄の方が勝つ回数が多くなる．「なぜ兄の方が勝ちやすいのかな？」）
３．課題の明確化

なぜ兄の方が勝ちやすくなるのかな？確率を用いて説明しよう．

図２　方策までの指導の流れ

問題提示後の個人思考・集団思考で，子供が停滞したときに，例えば次の方策３のような働きかけをすることが考えられる。

方策３

次の表だけを示す。

兄＼弟	1	2	3	4	5	6
1	1,1	1,2	1,3	1,4	1,5	1,6
2	2,1	2,2	2,3	2,4	2,5	2,6
3	3,1	3,2	3,3	3,4	3,5	3,6
4	4,1	4,2	4,3	4,4	4,5	4,6
5	5,1	5,2	5,3	5,4	5,5	5,6
6	6,1	6,2	6,3	6,4	6,5	6,6

表だけを示して，「この表を使って考えられないかな？」と考えを促す方策である。示した表は単純であり，誰でも「この表の組み合わせの中で，兄が勝つ場合の数と弟が勝つ場合の数を調べて，

それぞれの確率を求めればよい」などと答えられるため，学級全体で考えることが焦点化できる。

この方策３を，例えば次のような形で示したらどうだろうか。

> 方策４
>
> 「表を使って考えると…」と考え方だけ示す。

どちらの方策であっても，表を使って起こりうる場合の数を求めていることに変わりはない。しかしこの方策４では，停滞している子供にとっては表のつくり方から復習しなければならないため，もし，表がつくれなくてさらに停滞したら，教師は「ここに何をかいたらいいのかな？」などと誘導的な一問一答をしかねない状況となる。結局，本時の目標であるさいころを使ったゲームの公平性について，確率を用いて説明するまでに時間がかかりすぎてしまうことも考えられはしないだろうか。

⑵　異なる考えが生まれそうかどうか

人間は自分の考えとは異なる考えに出会ったとき，「どういう意味なのか」と関心をもち，その意味を考えようとする。授業でも，自分の考えとは異なる考えが生じる方が，子供は考え続けようとする。

例えば次のような事例における方策では，異なる考えが生じる。

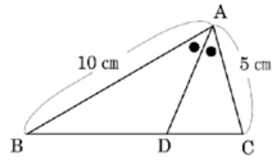
「異なる考えが生まれそうかどうか」についての事例

・学年：中学校第３学年
・学習事項：三角形の角の二等分線と線分の比の定理
・本時の目標：既習の定理を活用して，三角形の角の二等分線と線分の比の定理についての証明の方針を説明することができる。

この授業は，公立中学校での出前授業である。次のような流れで,「問題の把握」,「課題の明確化」を行った（図３）。

（●：教師　○：子供）

●二等辺三角形の頂角の二等分線は，底辺を２等分することを確認する．
１．問題の把握

> 次の△ABC で，∠A の二等分線と辺 BC との交点を D とすると，BD:CD は何だろうか．
>
> 
>

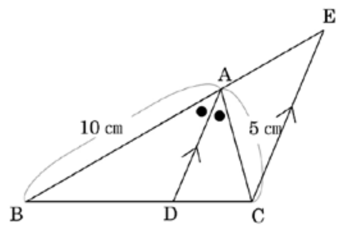
●予想しよう．
○2:1（「見た目で」「10:5=2:1 だから」など）
●どのように確かめればよいのかな？
○実測する．(どうやら 2:1 っぽい，みんなの図の形や大きさは違うのに不思議)
２．課題の明確化

> いつでも BD:CD＝2：1 は成り立つのかな？

●仮定と結論は何になるのかな？
○仮定は，∠BAD＝∠CAD，AB:AC＝2:1 で，結論は，BD:CD＝2:1 です．
●結論を導くためには，何を根拠にすればよいのかな？証明の方針を説明しよう．

図３　方策までの指導の流れ

この後の個人思考・集団思考で，子供が停滞したときに，例えば次の方策５のような働きかけをすることが考えられる。

> 方策５
>
> 補助線を入れた図だけを示す。
>
> 
>

「この図を使って証明の方針を立てられるかな？」と問う。すると，平行線に着目し，∠BAD＝∠BEC，∠CAD＝∠ACEが子供から引き出される。それらを使ってBD：CDを求めるために，次の２つの異なる考えが引き出される。

引き出される子供の考え１

三角形の相似を根拠にする

△BADと△BECにおいて

AD//ECで平行線の同位角は等しいから，
∠BAD＝∠BEC　　　…①
∠Ｂは共通　　　　　…②
①，②より，２組の角がそれぞれ等しいから，
△BAD∽△BEC
相似な図形の対応する線分の比は等しいから，
BA：BE＝BD：BC　　…③
仮定より，
∠BAD＝∠CAD　　　…④
AD//ECで平行線の錯角は等しいから，
∠CAD＝∠ACE　　　…⑤
①，④，⑤より∠AEC＝∠ACE
△ACEは２つの角が等しいからAC＝AE＝５cmとする二等辺三角形　　…⑥
③，⑥よりBA：BE＝10：15＝２：３だから，
BA：AE＝BA：AC＝10：５＝２：１…⑦
同様にして，
BD：DC＝２：１
BD：CD＝２：１

引き出される子供の考え２

三角形と比の定理を根拠にする

AD//ECで三角形と比の定理より，
BA：AE＝BD：DC　　…①
仮定より，
∠BAD＝∠CAD　　　…②
AD//ECで平行線の同位角は等しいから，
∠BAD＝∠BEC　　　…③
AD//ECで平行線の錯角は等しいから，
∠CAD＝∠ACE　　　…④
②，③，④より∠AEC＝∠ACE
△ACEは２つの角が等しいからAC＝AE＝５cmとする二等辺三角形…⑤
①，⑤よりBA：AC＝BD：DC＝10：５＝２：１
よって，BD：CD＝２：１

子供は自分の考えとは異なる考えに出会うことで，「そんな考えもあったのか！」と驚きや発見を経験することができる。この方策のように，異なる考えが生まれるような方策が「目標達成に必要な考えを引き出すためのよい方策」といえるのではないだろうか。

⑶　問いが生じるかどうか

方策により誰でも考えられたり，異なる考えが引き出されたりすればそれでよい，というものではない。⑴，⑵の前提として，この⑶の条件がある。つまり，方策で示されたことを考える過程で新たな問いが生じるような方策でなければ，子供が本時の目標達成に向かっていかない。問いを解決することによって，子供は本時でねらう新たな知識や考え方を身につけていく。

例えば，⑴の方策３では，「この表を使って，確率を用いた説明をするにはどうすればよいのか」ということが問いになり，既習事項を使いながら，確率を用いた説明について学習を進めることができた。

このように，問いの解決の積み重ねにより本時の目標が達成されていく。したがって，方策の開発にあたっては，本時の目標を明確にしてから，それにつながるような問いを想定し，できうる限り問題解決過程における「子供の停滞」を予想し，方策を位置付けていくという手順が基本になる。

目標達成に必要な考えを引き出すための方策開発の手順

１．本時の目標の設定
↓
２．問題と課題の設定
↓
３．問題解決過程における子供の問いの想定
↓
４．「子供の停滞」箇所の想定と方策の位置付け

以上のことから，「目標達成に必要な考えを引き出すためのよい方策」の条件として次の３つを提案する。

「目標達成に必要な考えを引き出すためのよい方策」の条件

⑴　どの子供も考えられそうかどうか
⑵　異なる考えが生まれそうかどうか
⑶　問いが生じるかどうか

４．方策づくりの工夫

３．で述べたような条件を満たすような方策をつくるためには，具体的にどのような工夫をすればよいのだろうか。

次の⑴〜⑶の３点の工夫の仕方で方策をつくることが多いと考える。これらの工夫の仕方は，ちょっとした工夫であるが，これだけの工夫で「よい方策」をつくれると主張したい。

⑴ 式や図だけ示してその意味を考えられるように工夫する

例えば次のような事例では，式を示して考えさせることで子供の停滞を解消することができる。

「式や図だけ示してその意味を考えられるように工夫する」についての事例

・学年：中学校第１学年

・学習事項：扇形の面積と弧の長さ

・本時の目標：２つの扇形の面積や弧の長さを比較することを通して，それらの求め方について説明することができる。

この授業は，公立中学校での出前授業である。

次のような流れで，「問題の把握」，「課題の明確化」を行った（図４）。

（●：教師 ◯：子供）

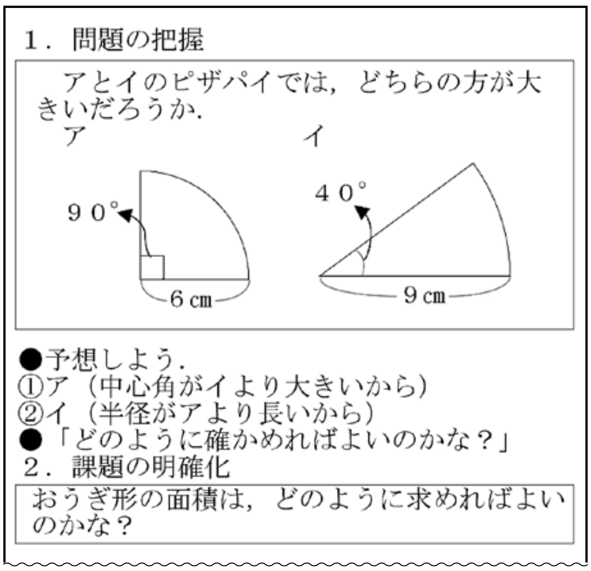


図４ 方策までの指導の流れ

問題提示後の個人思考・集団思考で，子供が停滞したときに，例えば次の方策６のような働きかけをすることが考えられる。

方策６

「$9 \times 9 \times \pi \times \frac{1}{9}$」という式だけ示す。

この方策６を位置付けると生徒は，「$9 \times 9 \times \pi$のところは円の面積だ」「$\frac{1}{9}$って何を表しているのだろう」などと考え始める。このように考え始めることが，図５をもとにして考えることにつながり，扇形の面積を求める方法の理解につながるのである。

図５

⑵ 不十分な説明を示してそれを洗練させられるように工夫する

子供によりよい説明について考えさせたい場面では，不十分な説明を示して，それを洗練させられるように促していくことで，子供の停滞を解消することができることが多い。例えば次のような事例について考える。

「不十分な説明を示してそれを洗練させられるように工夫する」についての事例

・学年：中学校第１学年

・学習事項：比例とみなすこと

・本時の目標：「伝言ゲーム」における人数とかかる時間の関係を，理想化・単純化して捉え，比例であるとみなして「伝言ゲーム」にかかる時間を予測することができる。

この授業は，公立中学校での出前授業である。

次のような流れで，「問題の把握」，「課題の明確化」，「データの収集」を行った（図６）。

（●：教師　○：子供）

1．問題の把握

来年度の学校祭生徒会企画で，全校生徒（304 人）で「伝言ゲーム」をすることしました．「伝言ゲーム」は次のような「やり方」でしようと考えています．

やり方
①目を閉じて待つ
②右の人に肩を叩かれたら，目を開き３文字の伝言を１回聞く
③左の人の肩を叩き，３文字の伝言を１回伝える
④静かに待つ

「伝言ゲーム」を１回行うとき，何秒くらいかかるだろうか．

●予想しよう．
○900 秒　1000 秒　など
●どのように確かめればよいのかな？
①やってみる
②比例するから学級全員でやったのを何倍かする
③競技時間は競技人数に比例するはず

2．課題の明確化

「伝言ゲーム」では，ゲームにかかる時間は人数に比例すると考えてよいのかな？

●比例すると考えてよいかは，学級全員でかかる時間のデータだけで判断してもよいのかな？
○何人かで実際にやってみて，時間がどのくらいかかるのか調べます．
●では，実際に人数を決めて「伝言ゲーム」をして，調べよう．

3．データの収集

人数	3	6	9	12	15
秒数	8.76	15.56	23.91	33.12	39.21

●実験のデータから，時間は人数に比例すると考えてよさそうですか．
○人数が２倍，３倍，４倍ってなっても，時間は２倍，３倍，４倍にはなっていない．だから比例していないと思います．
●時間は人数に比例しているとはいえないのですね．では，「伝言ゲーム」を１回行うとき，何秒くらいかかるかは予測できないのかな？

図６　方策までの指導の流れ

この後の個人思考・集団思考で，子供が停滞したときに，次の方策７のような働きかけをした。

方策７

実験の測定値の近くに「８，16，24，32，40　比例？」とだけ示す。

教師の発問に対して，子供が停滞しているときに，教師が全てを説明してしまっては，目標達成に必要な考えを引き出すことはできない。

この授業は，公立学校における筆者による出前授業であったが，この方策を位置付けたことで，次のような子供とのやり取りが生まれた。

Ｓ１：8.76秒とか15.56秒ってみたら，比例はしていないけど，８，16，24，32，40くらいに秒数はなっているとみたら，だいたい比例しているとみれます。

Ｓ２：ぴったりと比例はしていないけど，だいたいはしているという意味がわかりません。

Ｓ３：8.76を２倍したら17.…になるけどなってないでしょ。でも，304人で何秒くらいかかるか調べたいんだから，そんな細かいこと気にしないで，8.76秒は８秒，15.56秒は16秒，23.91秒は24秒ってみてもいいってことだよ。

Ｔ：納得できる方は手をあげてください。

Ｓ：（ほとんどの生徒が挙手）

Ｔ：（挙手をしていない生徒を指名）どのあたりに困っていますか？

Ｓ３：やっぱり，だいたい比例しているってところがピンときません。

Ｓ４：理科のグラフで誤差の話やったよね。この人数と秒数の関係を点を打ってみると，こんな感じでだいたい一直線上に並ぶでしょ。だから，だいたいは比例しているとみれるんだよ。

図７　方策後の指導の流れ

このように，子供の停滞が解消され，子供どうしの対話の中で，「だいたい比例しているとみれる」，「304人で何秒くらいかかるか調べたいんだから，そんな細かいこと気にしないで，8.76秒は８秒，15.56秒は16秒，23.91秒は24秒ってみてもいい」，「グラフでだいたい一直線上に点が並ぶから，だいたいは比例しているとみれる」といった本時の目標でねらう「伝言ゲーム」における人数

とかかる時間の関係を，理想化・単純化して捉え，比例であるとみなして「伝言ゲーム」にかかる時間を予測しようとする姿を引き出すことができた。

⑶ 教科書を読んでその意味を考えられるように工夫する

子供が停滞したときには，教科書を読んでその意味を考えられるように工夫することも有効である（相馬，1997）。例えば次のような事例について考える（早勢・赤本，2020）。

「教科書を読んでその意味を考えられるように工夫する」についての事例

・学年：中学校第３学年
・学習事項：平方根の利用
・本時の目標：数の平方根を活用して，問題の解決の仕方を説明することができる。

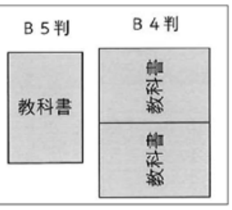
この授業は，公立中学校での出前授業である。

次のような流れで，「問題の把握」，「課題の明確化」を行った（図７）。

（●：教師　○：子供）

１．問題の把握

教科書はB5判という規格の紙を使っています．長い辺の長さは短い辺の長さの何倍になっているのだろうか．



●予想しよう．
①2倍　②1.5倍　③1.5倍より大きい
④1.5倍より小さい　など
●「どのように調べればよいのかな？」
○実測すればよいと思います．
1.5倍より小さいくらいだ・・・．

２．課題の明確化

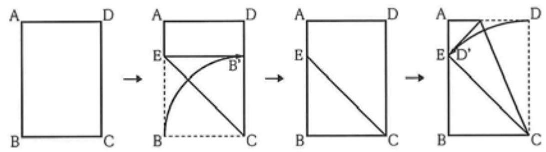
正確には長い辺の長さは短い辺の長さの何倍になっているのかな？短い辺の長さを１とみて説明しよう．

図８　方策までの指導の流れ

この後の個人思考・集団思考で，子供が停滞したときに，次の方策８のような働きかけをした。

方策８

教科書の図を示す。



子供は，結果的には教科書の図をもとにして解決方法について理解していくが，課題が明確になっていることから，受身ではなく必要感をもって教科書の図の考えを読み取ろうとしていく。このような教科書の活用の仕方が，「教科書で教える」指導の実現にもなっていると考えられる。

５．本稿のまとめ

本稿のまとめとして，「目標達成に必要な考えを引き出すためのよい方策」の条件と目標達成に必要な考えを引き出すための方策開発の際の工夫の仕方を示す。

「目標達成に必要な考えを引き出すためのよい方策」の条件

⑴　どの子供も考えられそうかどうか
⑵　異なる考えが生まれそうかどうか
⑶　問いが生じるかどうか

目標達成に必要な考えを引き出すための方策開発の際の工夫の仕方

⑴　式や図だけ示してその意味を考えられるように工夫する
⑵　不十分な説明を示してそれを洗練させられるように工夫する
⑶　教科書を読んでその意味を考えられるように工夫する

これらのことは，普段の授業構想においても問題解決過程における「子供の停滞」を解消する「目標達成に必要な考えを引き出すためのよい方策」として生かされていくと考えずにはいられない。

６．今後の課題について

これまで述べてきたように，問題解決過程における「子供の停滞」を解消する「目標達成に必要な考えを引き出すためのよい方策」は，特別な方策ではない。授業構想段階で,「ちょっとした準備」でできる方策である。しかし，この「ちょっとした準備」により，子供の停滞を解消することができるのである。

「方策の開発」に関しては，本稿で述べた他にもいろいろな工夫の仕方があるだろう。工夫の仕方を追加，または修正していくことが今後の課題である。また,「よい方策」そのものの蓄積もしていきたい。

引用・参考文献

赤本純基（2018）．問題解決過程における「子供の停滞」を解消する方策に関する研究―数学科における問題解決的な学習の日常化を目指して―．日本数学教育学会誌第100巻第11号．pp.2-9.

赤本純基（2018）．数学教育2018年８月号．明治図書．pp.38-41.

赤本純基（2019）．数学教育2019年２月号．明治図書．pp.94-97.

国立教育政策研究所（2013）．平成25年度全国学力・学習状況調査報告書．pp.124-128.

相馬一彦（1997）．数学科「問題解決の授業」．明治図書．pp.89-98.

早勢裕明（2020）．中学校数学科Before & Afterでみる実践！全単元の「問題解決の授業」．明治図書．pp.84-87.

（附属釧路義務教育学校教諭）