或る麻雀の組合せの問題

メタデータ	言語: Japanese 出版者: 公開日: 2012-11-07 キーワード (Ja): キーワード (En): 作成者: 奥田, 恵孝 メールアドレス: 所属:
URL	https://doi.org/10.32150/00000079

條件 (31) を入れゝば、

$$D\Gamma^{\lambda}_{\rho\sigma}\, y^{\rho}\, y^{\sigma}=0 \qquad (35)$$

これは　高野氏：K−Spread　の空間の無限小變形（数学第1卷3号）に於て　K＝1, Ddu＝0　なる場合に帰結する。

即ち　　$T\lambda=0$ より

$$\nabla\xi^{\lambda}=y^{\sigma}\,\xi^{\lambda}{}_{/\sigma} \qquad (36)$$

となり、更に　$(D\Gamma^{\lambda}_{\rho\sigma})_{|\nu}=(D\Gamma^{\lambda}_{\nu\sigma})_{|\rho}$　を使へば (35) より

$$D\Gamma^{\lambda}_{\rho\sigma}=0 \qquad (37)$$

從つて (23) より

$$D\Gamma^{\lambda}_{\rho}=0 \qquad (38)$$

尙 (24), (36) を使つて (37) を書き直せば

$$\xi^{\lambda}{}_{/\rho/\sigma}+R_{\sigma\omega\cdot\rho}^{\ \ \ \cdot\lambda}\,\xi+B_{\rho\sigma\omega}^{\ \ \ \ \nu\lambda}\,\xi^{\omega}{}_{/\nu}\,y^{\nu}=0 \qquad (39)$$

を得る。之は無限小擬相称の條件である。尙 (39) の積分可能條件に関しては前記論文參照され度い。一般の場合及び連續變換群への論及はこゝでは止めて今は序論的考察にとゞめる。

(1950.　9. 15)

參考論文

1. Kentaro, Yano : Groups of Transformations in generalized spaces. Akademeia press company ltd. Tokyo, Japan 1949
2. W. Slebdzinski : Sur deux connexions affines générallisées.
3. 高野一夫：K-Spreads　の空間の無限小變形たついて。数学第1卷第3号：(210—211)(1948)

或る麻雀の組合せの問題

奥　田　惠　孝

北海道学藝大学旭川分校数学研究室

Eko Okuda : On a Certain Combination of Majong-Games.

は し が き

"4種の階層からそれぞれ4人の選手を出して4チームを作り、4卓を囲んで麻雀戰をやるのに、

①同チームの人とは当らず、②他チームの人でも一度当つた人とは再び当らず、且つ③必ず他チームの人全部と当る。

という條件の下では何莊まで出來るか、叉出來るとすればその組合せ如何" という問題を本夏の現職教育で置換群、組合せ等の講義中、紋別郡遠軽町社名淵小学校長、森透氏に質問されたが多忙のため深く考えもせず放任しておいた所、4莊まで出來る組合せを暗探法によつて求めた一例をレポートにし提出された。だが理論的に解明出來ないとのことである。"出來る回数は最大4莊まででそれ以上回数を重ねれば必ず2人が重複して出会うこと" は直ちに判る。というのは或一人について考えるのに1莊で3人、2莊で6人、3莊で9人、4莊で12人に当るので自分のチーム以外の人に隈なく当つたことになるからである。併し所要の組合せ方を発見する理論は容易ではなく叉筆者は麻雀を全く知らないので麻雀に熟達した友人にその実際を尋ねたらよく起る問題だがその正規の組合せは容易でないので適当にしているとのこと、止むなく数日考え込んで得た一解法を述べようと思う。勿論この種の問題は既に解決しているかも知れないが、実際に屢々遭遇することであり、3個乃至4個のものの置換群の構造を看取するのに好個の例でもある。

本校高田助教授は透明な考え方でn人1組、nチームの場合を考えておられる。本研究の示唆を與えられた高田、森両先生に謝意を表する。

1. チーム名を a, b, c, d; 卓名を A, B, C, D とし第1莊に於て A, B, C, D 各卓についた各チームの4名をそれぞれそのチームの 1, 2, 3, 4, とする。——第1莊。叉 a チームの 1, 2, 3, 4 をそれぞれ A, B, C, D 卓のテーブル・マスターとしよう。

第1莊

卓＼チーム	a	b	c	d
A	1	1	1	1
B	2	2	2	2
C	3	3	3	3
D	4	4	4	4

2. 次に第2莊A卓に b チームの2がついたとする。3叉は4がついたとしても以下の議論では、その3叉は4と2とを交換して考え得るので一般性を失わないことが後程判明するであろう。

又Cチームから3又は4が選ばれねばならないが、今3を選べば、Dチームからは4ときまる。

第2荘

	a	b	c	d
A	1	2	3	4
B	2			
C	3			
D	4			

3. さてA卓の配置を第3,4荘について考えるのに、番号の重複が各荘に於て全く許されないことから

$$\boxed{\begin{array}{ccc} b & c & d \\ 3 & 4 & 2 \end{array}} \text{及び} \boxed{\begin{array}{ccc} b & c & d \\ 4 & 2 & 3 \end{array}}$$

と限られる。

4. $E=\begin{pmatrix}1&2&3\\1&2&3\end{pmatrix}$, $P_1=\begin{pmatrix}1&2&3\\2&3&1\end{pmatrix}$, $P_2=\begin{pmatrix}1&2&3\\3&1&2\end{pmatrix}$,

$Q_1=\begin{pmatrix}1&2&3\\1&3&2\end{pmatrix}$, $Q_2=\begin{pmatrix}1&2&3\\3&2&1\end{pmatrix}$, $Q_3=\begin{pmatrix}1&2&3\\2&1&3\end{pmatrix}$

は3個のものの置換で、3.の順列は $\boxed{\begin{array}{ccc} b & c & d \\ 2 & 3 & 4 \end{array}}$ に P_1 を施したものと P_2 を施したものであることに注目せられたい。B, C, D 卓の場合にも第3第4荘についてはこの2置換に限られるのである。

5. 次にB卓の配置を第2荘について考えるのに、

$\boxed{\begin{array}{ccc} b & c & d \\ 2 & 3 & 4 \end{array}}$ の $\boxed{\begin{array}{c} b \\ 2 \end{array}}$ を $\boxed{\begin{array}{c} b \\ 1 \end{array}}$ と書き換えた $\boxed{\begin{array}{ccc} b & c & d \\ 1 & 3 & 4 \end{array}}$

に Q_1, Q_2, Q_3 の何れかを施さねばならない。

勿論 P_1 或は P_2 を施したなら $P_1^2=P_2$, $P_1P_2=E$; $P_2P_1=E$, $P_2^2=P_1$ だからA卓、B卓の b, c, d 下の番号から出來る6個の順列に2文字重複するものが現れるので P_1 或は P_2 は採用出來ない。

	a	b	c	d
A	1	2	3	4
B	2	3	4	1
C	3			
D	4			

	a	b	c	d
A	1	3	4	2
B	2	4	1	3
C	3			
D	4			

	a	b	c	d
A	1	4	2	3
B	2	1	3	4
C	3			
D	4			

	a	b	c	d
A	1	2	3	4
B	2	4	1	3
C	3			
D	4			

	a	b	c	d
A	1	3	4	2
B	2	1	3	4
C				
D				

	a	b	c	d
A	1	4	2	3
B	2	3	4	1
C	3			
D	4			

6. 実は Q_1, Q_2, Q_3 のうち Q_1 に限ることが証明される。何となれば Q_2 を施したものを第2荘B卓に採れば、第3,第4荘はそれに P_1, P_2 を施すから $Q_2P_1=Q_3$, $Q_2P_2=Q_1$ でこれらは E と重複する要素を持つている、即ち次の表で見る通り第1荘で出会つた各チームの3が又出会うことになる。

	a	b	c	d
A	1	2	3	4
B	2	4	3	1
C	3			
D	4			

	a	b	c	d
A	1	3	4	2
B	2	3	1	4
C	3			
D	4			

	a	b	c	d
A	1	4	2	3
B	2	1	4	3
C	3			
D	4			

Q_3 を施したものを第2荘B卓に採れば、$Q_3P_1=Q_1$, $Q_3P_2=Q_2$ であるから、全く同様に次の表で見る通り第1荘で出会つた各チームの4が又出会うことになる。故に Q_1, Q_3 は採用出來ない。

	a	b	c	d
A	1	2	3	4
B	2	3	1	4
C	3			
D	4			

	a	b	c	d
A	1	3	4	2
B	2	1	4	3
C	3			
D	4			

	a	b	c	d
A	1	4	2	3
B	2	4	1	3
C	3			
D	4			

7. 然るに Q_1 を採用すれば $Q_1P_1=Q_2$, $Q_1P_2=Q_3$ で

	a	b	c	d
A	1	2	3	4
B	2	1	4	3
C	3			
D	4			

	a	b	c	d
A	1	3	4	2
B	2	4	3	1
C	3			
D	4			

	a	b	c	d
A	1	4	2	3
B	2	3	1	4
C	3			
D	4			

となる。然るに

b c d　　b c d　　b c d
2 3 4,　3 4 2,　4 2 3,
1 4 3,　4 3 1,　3 1 4,

なる6個の順列にはどの2個をとつても2個の位置が同じ数字であるものはない。即ちどの2人も重複して出会うことはない。

8. 注意。1, 2, 3 に E, P_1, P_2; Q_1, Q_2, Q_3 を施した順列

1 2 3,　2 3 1,　3 1 2,
1 3 2,　3 2 1,　2 1 3,

に於て下段の1を1, 2, 3以外のもの例えば0で置き換えた順列

1 2 3,　2 3 1,　3 1 2,
0 3 2,　3 2 0,　2 0 3,

は2個の位置を全く同じ数字で埋められてはいない――即ちこの2卓3回戦ではどの2人も重複して出会わないことに相当する。7.はこの注意に於ける1, 2, 3, 0にそれぞれ2, 3, 4, 1を対應させたものである。

9. 次にC卓の配置を第2荘について考えると

$\boxed{\begin{array}{ccc} b & c & d \\ 2 & 3 & 4 \end{array}}$ の $\boxed{\begin{array}{c} c \\ 3 \end{array}}$ を $\boxed{\begin{array}{c} c \\ 1 \end{array}}$ と書き換えた $\boxed{\begin{array}{ccc} b & c & d \\ 2 & 1 & 4 \end{array}}$

に Q_2 を施した $\boxed{\begin{array}{ccc} b & c & d \\ 4 & 1 & 2 \end{array}}$ が採用され、$Q_2\ P_1=Q_3$, $Q_2\ P_2=Q_1$ と 8. の注意とから7. の場合と全く同樣に A 卓と C 卓とに於てはどの２人も重複して出会わないことが云える。

	a	b	c	d
A	1	2	3	4
B	2	1	4	3
C	3	4	1	2
D	4			

	a	b	c	d
A	1	3	4	2
B	2	4	3	1
C	3	1	2	4
D	4			

	a	b	c	d
A	1	4	2	3
B	2	3	1	4
C	3	2	4	1
D	4			

10. さて B 卓と C 卓との關係は、B 卓の $\boxed{\begin{array}{ccc} b & c & d \\ 1 & 4 & 3 \end{array}}$ の $\boxed{\begin{array}{c} d \\ 3 \end{array}}$ を $\boxed{\begin{array}{c} d \\ 2 \end{array}}$ と書き換えた $\boxed{\begin{array}{ccc} b & c & d \\ 1 & 4 & 2 \end{array}}$ に Q_3 を施したのがC卓の $\boxed{\begin{array}{ccc} b & c & d \\ 4 & 1 & 2 \end{array}}$ である。

$Q_3\ P_1=Q_1$, $Q_3\ P_2=Q_2$ であり、8. の注意から 7., 9. の場合と同樣に B 卓 C 卓のどの２人も重複して出会うことはない。

以上で A, B, C の各卓４莊までにどの２人も重複して出会うことのないことが云えた。

11. D卓第２莊の配置はA卓の $\boxed{\begin{array}{ccc} b & c & d \\ 2 & 3 & 4 \end{array}}$ の $\boxed{\begin{array}{c} d \\ 4 \end{array}}$ を $\boxed{\begin{array}{c} d \\ 1 \end{array}}$ と書き換えた $\boxed{\begin{array}{ccc} b & c & d \\ 2 & 3 & 1 \end{array}}$ に Q_3 を施した $\boxed{\begin{array}{ccc} b & c & d \\ 3 & 2 & 1 \end{array}}$ が採用され、$Q_3\ P_1=Q_1$, $Q_3\ P_2=Q_2$ であり、7., 9. の場合と同樣に A 卓 D 卓のどの２人も重複して出会うことはない。

Ⅰ

	a	b	c	d
A	1	1	1	1
B	2	2	2	2
C	3	3	3	3
D	4	4	4	4

	a	b	c	d
A	1	2	3	4
B	2	1	4	3
C	3	4	1	2
D	4	3	2	1

	a	d	c	d
A	1	3	4	2
B	2	4	3	1
C	3	1	2	4
D	4	2	1	3

	a	b	c	d
A	1	4	2	3
B	2	3	1	4
C	3	2	4	1
D	4	1	3	2

12. 10. の場合と同樣にして B 卓 D 卓、C 卓 D 卓の關係が論ぜられ結局 A, B, C, D の各卓４莊まで重複して出会つたり、１人が同時に２卓に現れることのない求める組合せ方が、上表Ⅰとして得られた。

13. 以前 2. に於ては c チームから３又は４が選ばれ得るうち、３を採つて考えて來た。それで c チームの４を採りⅠ表で c チームと d チームとの番号を各莊で交換した場合を考えると、これも採用出來る訳である。

Ⅱ

	a	b	c	d
A	1	1	1	1
B	2	2	2	2
C	3	3	3	3
D	4	4	4	4

	a	b	c	d
A	1	2	4	3
B	2	1	3	4
C	3	4	2	1
D	4	3	1	2

	a	b	c	d
A	1	3	2	4
B	2	4	1	3
C	3	1	4	2
D	4	2	3	1

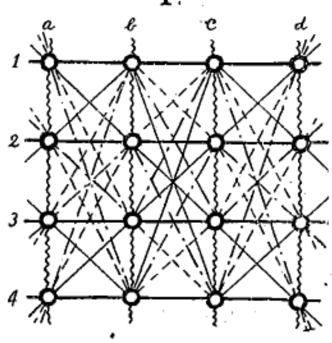
	a	b	c	d
A	1	4	3	2
B	2	3	4	1
C	3	2	1	4
D	4	1	2	3

14. 上の組合せの 第１, 第２, 第３, 第４莊の順序は実は交換して差支えなく、例えば 3. に於ては第２莊 A 卓に b チームの２がついたとしたが、b チームの３又は４がついたと考えたければ第２莊の組合せを第３又は第４莊の組合せと交換して考えればよい。

結　　語

以上で可能な組合せ方は 14. の但し書のもとでⅠ及びⅡに限ることが判明し問題は一應解決したのであるが、尙この結果は16人をチーム分けにしなければ５莊まで可能な組合せを示し、位相的に云えば空間の16個の点を、５色の４ループ線を以て余す所なく、重複することなく貫通する（１色の線が１点から２本ずつ出る）仕方を意味する。又Ⅰ, Ⅱの表に現れている24個の順列は 1, 2, 3, 4 から得られる順列の凡てゞあることを附言する。

Ⅰ.



Ⅱ

b c 間だけ

と變えたもの、