地温の日變化より土壌の温度傳導度を求める時の誤差に就いて

地温の日變化より土壌の温度傳導度を求める時の誤差に就いて*

沢　田　孝　士

北海道学藝大学旭川分校物理学研究室

Takashi SAWADA

On the Errors of Thermal Diffusivity of Soil Calculated from Daily Change of Earth Temperature.

1. 惠庭村に於ける地温觀測

筆者は札幌鉄道教習所に勤務中、惠庭村において地温の観測に従事したことがある。第1図は1948年8月24日午前5時より25日午後20時迄観測した時の記録の一部である。但し図中、0〜5時の値は25日の値であつて24日の実際の値と完全に一致する訳ではないが、無理のない曲線で連続させることができた。（氣温と深さ19.0cmの地温は喰い違つてきたので適当な曲線で結付けておいた。しかしこの二曲線は温度傳導度の計算には利用しなかつたから、大体の傾向を知るために掲げたにすぎない。）当時一週間以上に汎つて快晴が続き、特に観測の当日は一点の雲もないという理想的な状況であつたから、この種の記録としては満足なものであると思う。地表温度測定の時は地面に寒暖計を横たえ、球部には極くうすく土をかぶせておいた。土質は大体、火山性砂土で水分は平均20%程度であつた。

第1図の様な観測値を用いて土壌の温度傳導度（熱傳導度/(密度×比熱)）を計算することができる。地表温度は簡単な正弦曲線ではないから、フーリエ級数の理論にしたがつて調和分析しなくてはならない。その計算の方法は「氣象常用表」[1]に詳記してある。即ち温度θを

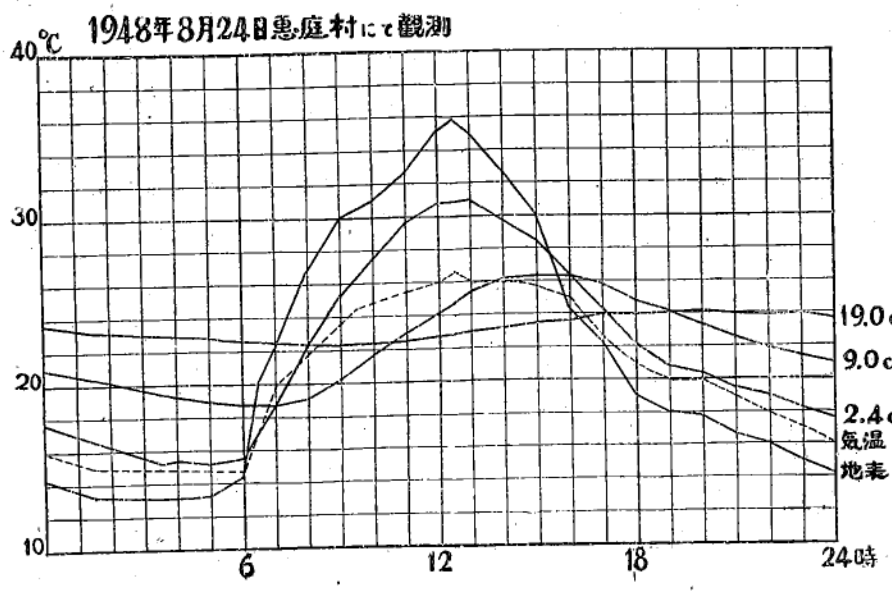
$$\theta = \Sigma\ a_s \sin(s\omega t + A_s) \qquad (1)$$

とおき、これを

$$\left.\begin{aligned}\theta = \theta_0 &+ p_1\cos\omega t + p_2\cos 2\omega t \cdots\cdots\cdots\cdots\\ &+ q_1\sin\omega t + q_2\sin 2\omega t \cdots\cdots\cdots\cdots\end{aligned}\right\} \qquad (2)$$

と展開する。すると θ_0, p_1, p_2 ……, q_1, q_2, ……等を観測値から計算することができる。但し一時間毎の観測

第　1　圖



値、即ち24回観測の場合の公式を利用する。すると

$$\left.\begin{array}{l}\tan A_1 = p_1/q_1,\ \tan A_2 = p_2/q_2,\ \cdots\cdots \\ a_1 = \sqrt{p_1^2+q_1^2},\ a_2 = \sqrt{p_2^2+q_2^2},\ \cdots\cdots\end{array}\right\} \quad (3)$$

となる。

さて熱傳導の理論[2]によると、地表の溫度が(1)の如く變化するときは、充分長い時間たつたのちには表面から x なる点の溫度は

$$\theta_x = \Sigma a_s\ e^{-\sqrt{\frac{s\omega}{2k}}\cdot x} \cdot \sin\left(s\omega t - \sqrt{\frac{s\omega}{2k}}\cdot x + A_s\right) \quad (4)$$

で示される事を証明できる。但しこゝで k は溫度傳導度である。

したがつて、種々な深さに於ける地溫の變化を観測し、これを調和分析して、土壤の溫度傳導度を計算できる。即ち、$s=1$ なる一日波に対しては、深さ m, n に対する振幅は夫々

$$a_{1m} = a_1\, e^{-\sqrt{\frac{\omega}{2k}}\cdot m}$$

$$a_{1n} = a_1\, e^{-\sqrt{\frac{\omega}{2k}}\cdot n}$$

となるから

$$\log \frac{a_{1m}}{a_{1n}} = \sqrt{\frac{\omega}{2k}}\ (n-m) \quad (5)$$

半日波の振幅比に対しては同様にして

$$\log \frac{a_{2m}}{a_{2n}} = \sqrt{\frac{\omega}{k'}}\ (n-m) \quad (6)$$

となる。又位相差に対しては、夫々

$$\vartheta_{1n} - \vartheta_{1m} = \sqrt{\frac{\omega}{2k}}\ (n-m) \quad (7)$$

$$\vartheta_{2n} - \vartheta_{2m} = \sqrt{\frac{\omega}{2k}}\ (n-m) \quad (8)$$

となる。筆者が第1図の観測値から（5）～（8）の公式によつて、2.4～9.0cm 間の溫度傳導度を計算した結果によると次の如くな。

	一日波	半日波
振　幅　比	0.00339	0.00299
位　相　差	0.00316	0.00244

理論上からは当然これ等の四つの値は一致すべきであるが実際は仲々そうならない。即ち、振幅比から計算したものに a, 位相差から計算したものに p, 一日、半日波に対し夫々 1, 2の添字をつけると

$$k_{1a} = k_{2a} = k_{1p} = k_{2p} \quad (9)$$

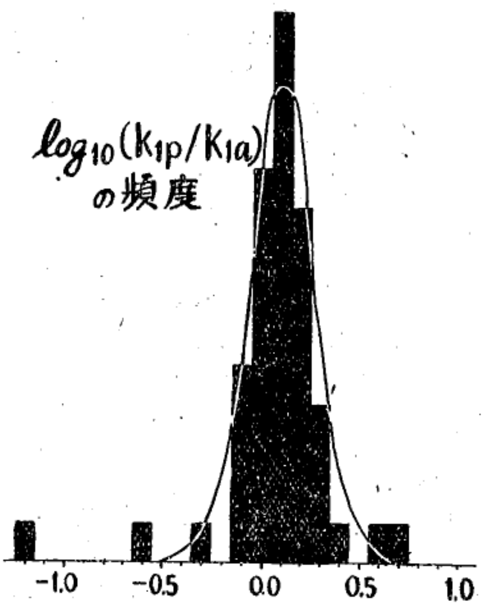
の関係が成立つべきである。しかし実際には一致しない事については、溫度及び時刻の観測の不正確、日變化が完全な周期函数でないことなど多数の理由をあげることができるが、筆者は上記の欠陥が完全に除かれたとしても、土壤の日變化からはその正確な溫度傳導度を求めることは不可能であると考えてゐる。その理由については第3節を参照していただき度い。

2. 八鍬利助氏の地溫の研究

「北海道氣象要報」[3]に発表された八鍬利助氏の地溫の研究は、地溫の日變化から土壤の溫度傳導度を計算したものとしては、もつとも詳細なものの一つであろう。氏は12種の土壤について、地表～5cm, 5～10cm, 10～20cm, 20～30cm間の四つの溫度傳導度k_{1a}, k_{2a}, k_{1p}, k_{2p}を計算して居られる。ところが之等の4個の値の不一致は意外に大きいのに吃驚する次第である。そこで筆者はこれらの値の比の対数を求め、0.1 を間隔とする区間を作つて、その頻度を調べたのである。その結果は第2～4図に示す通りである。

第2図は $\log_{10}(k_{1p}/k_{1a})$ の頻度であるが、一見して明らかなように 0.05～0.15 に極大を有する美しい確率曲線がえられる。したがつて $k_{1a} > k_{1a}$ の傾向があるらしい事を知るのである。 −0.05～+0.05 に極大を生じないことに注目しなくてはならない。

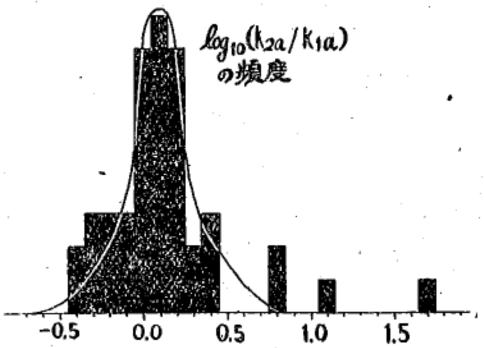
第 2 圖



第3図は $\log_{10}(k_{2a}/k_{1a})$ の頻度であるが、この場合も極大が 0.05～0.15 の辺にある確率曲線がえられる。即ちこの場合も$k_{2a} > k_{1a}$ の傾向があるらしい。

第4図は $\log_{10}(k_{2p}/k_{1p})$ の頻度であるが、分布が廣

第 3 圖



く分散してゐる爲に明瞭でないが −0.05～+0.05 の辺に極大があるから、$k_{2p}=k_{1p}$ の傾向があることが判る。しかし元來観測、計算の精度から見て k_{2a}. k_{2p} は, k_{1a}, k_{1p} に比して劣つてゐるから、もつとも大切なことは何故 $k_{1p}>k_{1a}$ の傾向があるかを明にすることである。

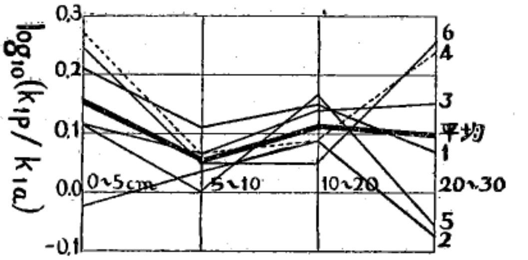
第 4 圖

第5～7図は、12種の土壤の中から、これ等4個の溫度傳導度の比が余り1より大きな偏倚を示さない6種のものについて、その比の対数が深さと共に變つてゆく樣子を示してある。そして太い黒線はその対数値の6種の土壤についての平均を示してゐる。

第5図は $\log_{10}$ (k_{1p} / k_{1a}) の場合で、その値と深さとの間には非常に明瞭な一定の傾向がある如く思はれる。

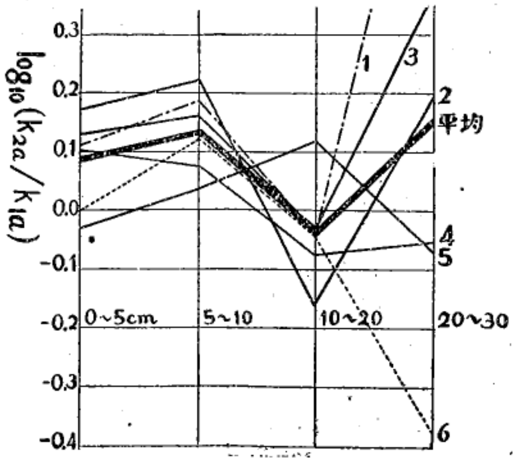
第6図は $\log_{10}$ (k_{2a} / k_{1a}) の場合で、この場合も 0～20 cm の間には、その變化に一定の傾向があることが判る。しかし20～30cm の値が廣く分散して了うのは、深い所では振幅が小さくなつて誤差が大となる爲であらう。

第 5 圖

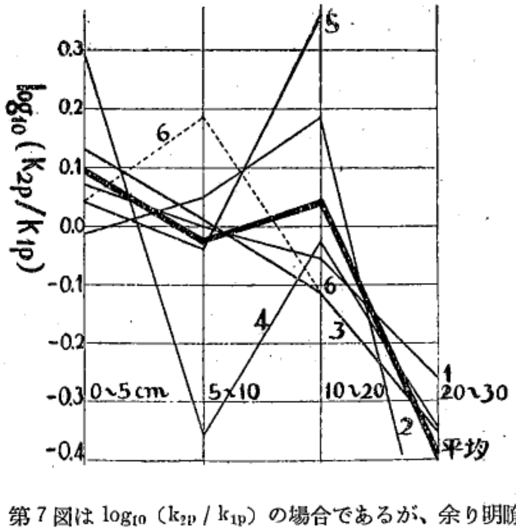


1 埴壤土; 2 埴土; 3 火山性砂土; 4 砂土; 5 標準区
6 黒色区

第 6 圖



第 7 圖



第7図は $\log_{10}$ (k_{2p} / k_{1p}) の場合であるが、余り明瞭な一般的傾向は見出しえない。

3. 誤差の原因に就いて

元來一致すべき４個の溫度傳導度の値が、この樣に甚しい不一致を生ずる原因を考えなくてはならない。もしその原因を除去できるなら除去し、若し不可能なら、日變化から土壤の眞の溫度傳導度を求めることは斷念した方がよい。

北海道大学理学部の東晃氏[4]は土壤の溫度傳導度を正確に測定する裝置を製作しておられる。その場合も振幅の減衰から求める方法は、振幅を一定に保つ事が困難であるため、精度が悪いといつて居る。同じ事情は地溫の日變化に於いても生ずるからk_aはk_pに比して不正確であると言えるが、しかし $k_p > k_a$ の傾向はこれでは説明できない。

次に土壤中の水分の影響を考えてみる。日中、特に太陽熱の强い夏期には、表面から水分の蒸発が盛におこつてゐる。そこで毛細管現象によつて内部から冷い水が昇つて來る。したがつて表面からの高溫の波が内部に傳播して行く場合に、内部の溫度上昇を妨げる。夜間は露が下り、逆に水分が内部に浸透していく。これは夜間に於ける表面の低溫の波が内部に傳わることを助けるが、この時内部からの水分の上昇も引續いておこつてゐるから差引き、一日を通じて考えれば水分上昇の効果の方が大きいと思われる。

地中の水分の運動と溫度傳導度との關係については八鍬利助氏[5]の計算がある。その計算の結果を、水分の速度の小なる場合について簡單化して示すと次の如くなる。即ち速度をｂとし、地面より下方に向う場合を正にとる。今、表面に

$$a \sin(\omega t + A)$$

なる波があるとする。すると表面からｘなる場所の波は近似的に

$$a\, e^{-\left(\sqrt{\frac{\omega}{2k}} - \frac{b}{2k}\right)x} \sin\left(\omega t - \sqrt{\frac{\omega}{2k}}\, x + A\right)$$

となる。即ち(4)と比較して考えると、位相の遲れに對しては何の變化も生じないから k_p は $b=0$ の場合と同一の値となる。これに反して若し $b<0$ なら、$b=0$ の場合に比して振幅は速に減衰するから、あだかも溫度傳導度が小さくなつた樣な外觀を呈する。即ち$k_p > k_a$となる筈である。

土中の水分の運動の樣子は詳しい事は判つてゐない樣である。[6] そして個々の場合に異つた事情がおこるから一般的なことはいえないが、$k_{1p} > k_{1a}$ なる著しい傾向の説明として考慮すべきである。

更に忘れてならないことは水分の蒸発の際の潜熱である。若し蒸発、又は凝結が地面でのみ起るなら問題はおこらないだろう。實際には土壤の間隙中に存在する水分は、盛に地中でも蒸発又は凝結を行つてゐる筈である。空隙率の大きな土壤なら、おそらく表面から4.5cmの所迄は著しくおこつてゐると思う。今直接これを証明する文献はないが、吉田順五氏[7]が積雪の熱傳達を考える時、積雪内部の水蒸氣の昇華が重要因子であるといつておられるのは、上記の論説を肯定させるものであらう。

すると日中は地中で蒸発の潜熱が奪われる結果、溫度の上昇は妨げられ、振幅で考えた溫度傳導度はあだかも小さくなつた如き外觀を呈するだらう。又逆に夜間地中で凝結がおこるなら、潜熱が與えられ、溫度の冷却を妨げられるから、同じく溫度傳導度は小さくなつた樣に見える。しかし恐らく水分の運動の場合と同樣に位相の遲れに對しては何の影響も與えないだらう。

結局 $k_{1p} > k_{1a}$ はこの点からも説明出來る。

以上の点から $k_{1p} = k_{2p}$ の一般的傾向も極く自然に肯定できる。ただ $k_{2a} > k_{1a}$ の傾向は簡單に理解出來ない。何れにしても k_{2p}, k_{2a} は誤差が大きいから余り問題にしない方がよい。土壤の眞の溫度傳導度を與えるものは k_{1p} であつて、k_{1a} は見掛けの溫度傳導度を示すに過ぎないと結論出來よう。

(1950, Ⅸ, 18)

---

* 日本物理学会北海道支部1949年度秋季大会にて講演

文　献

1) 日本氣象学会編, 氣象常用表, p. 37 (1947), 地人書館
2) 川下研介, 熱傳導論, p. 95 (1944), 河出書房
3) 八鍬利助, 北海道氣象要報, vol. 2, no. 2～3, (1943)
4) 東晃, 日本物理学会北海道支部 1949 年度秋季大会に於ける講演
5) 八鍬利助, 前掲
6) 日下部正雄, 應用氣象, vol. 2, p. 106 (1948)
7) 吉田順五, 黒岩大助, 科学, vol.18, p. 80 (1948)