

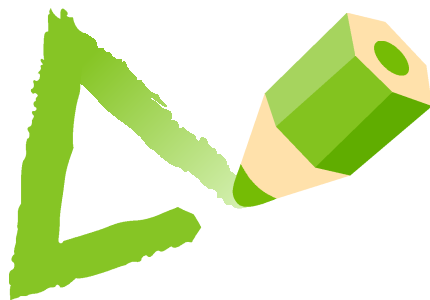
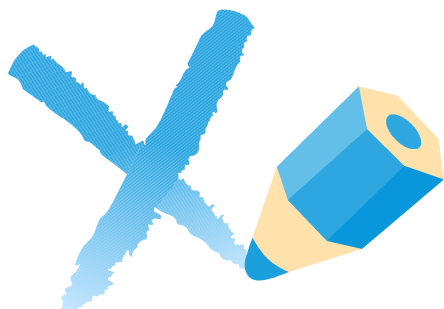
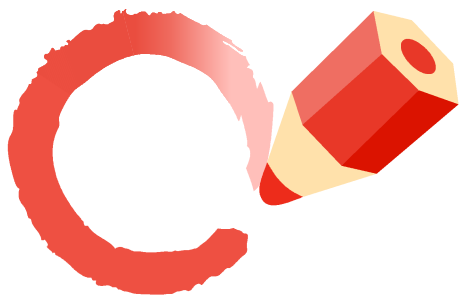


算数・数学授業づくりハンドブック

メタデータ	言語: Japanese 出版者: 公開日: 2016-03-28 キーワード (Ja): キーワード (En): 作成者: 北海道教育大学, 数学教育プロジェクト [編著] メールアドレス: 所属:
URL	https://doi.org/10.32150/00008942

算数・数学 授業づくり ハンドブック

北海道教育大学「数学教育プロジェクト」編著



はじめに

昨年8月には、中央教育審議会教育課程企画特別部会の論点整理が公表され、新しい学習指導要領の骨格が見え始めています。現行学習指導要領に示されている「算数的活動」や「数学的活動」の充実を一層図ることが、新しい算数・数学の授業への円滑な移行につながるばかりではなく、算数・数学科における「自立・協働・創造」のキーワードの実現に資すると考えています。

この「算数・数学授業づくりハンドブック」は、平成25～27年度に、附属小・中学校の算数・数学担当教員と大学の数学専門・数学教育担当教員が共同研究を行ってきた成果をまとめたものです。

平成25年度には、若手教員のための授業づくり支援に向けた課題や情報提供すべき内容の検討を行いました。

それらを受け、平成26年度初頭、北海道のすべての小・中学校を対象に、おおむね5年以内の経験年数で算数・数学の授業を担当されている先生方にアンケートをお願いし、算数・数学の授業づくりで課題と捉えられている事項を把握させていただきました。アンケートにご協力くださった関係の皆様には、改めてお礼を申し上げます。

このアンケート結果について、研究メンバーで分析や考察を行い、ハンドブックの構成を策定するとともに、各附属小・中学校の授業をメンバー全員で参観して、研究協議を重ね、大学教員が第1章の理論編を、附属学校教員が第2章の実践編を執筆しています。

本ハンドブックの第1章〔理論編〕では、大きく「単元レベル」と「本時レベル」に分けて、授業づくりにおいて大切にしたいことを述べています。授業づくりの基本的な考え方の参考にさせていただきたいと思います。

また、第2章〔実践編〕では、本時の授業づくりを指導過程の段階にそって、具体的な事例を示しながらポイントを解説しています。アンケートから明らかになった北海道における算数・数学の授業づくりの実際にかかわる悩み等に応えるよう考えました。学級の実態等に応じて、アレンジして活用させていただきたいと思います。

本ハンドブックが、「算数・数学の授業をよりよいものにしたい」と日々努めていらっしゃる先生方の一助となれば幸いです。

平成28年3月

北海道教育大学 数学教育プロジェクト代表

早勢 裕明

目次

- はじめに … 1
- 目次 … 2
- このハンドブックの使い方 … 3
- 第1章 授業づくりの基本的な考え方〔理論編〕 … 4
- 1.1 単元の指導と評価にかかわって

- 1.1.1 指導観 … 5
- 1.1.2 教材観 … 7
 - 1.1.2.1 小学校算数A「数と計算」領域 … 9
 - 1.1.2.2 中学校数学A「数と式」領域 … 11
 - 1.1.2.3 小学校算数B「量と測定」領域 … 13
 - 1.1.2.4 中学校数学B「図形」領域 … 15
 - 1.1.2.5 小学校算数C「図形」領域 … 17
 - 1.1.2.6 中学校数学C「関数」領域 … 19
 - 1.1.2.7 小学校算数D「数量関係」領域 … 21
 - 1.1.2.8 中学校数学D「資料の活用」領域 … 23
- 1.1.3 単元の目標 … 25
- 1.1.4 単元の指導計画 … 27
- 1.1.5 単元の評価計画 … 29
- 1.2 本時の指導と評価にかかわって

- 1.2.1 基本とする指導過程と授業づくりの流れ … 31
- 1.2.2 本時の目標 … 35
- 1.2.3 本時の導入問題 … 37
- 1.2.4 本時の課題 … 39
- 1.2.5 個人思考の段階での教師の働きかけ … 41
- 1.2.6 集団解決の段階での教師の働きかけ … 43
- 1.2.7 本時の終末, まとめ … 45
- 1.2.8 本時の評価 … 47
- 第2章 授業づくりの実際〔実践編〕 … 50
- 2.1 小学校算数科の授業づくり

- 2.1.1 本時の目標(附属函館小) … 51
- 2.1.2 本時の導入問題(附属函館小) … 55
- 2.1.3 本時の課題「？」(附属旭川小) … 59
- 2.1.4 個人思考での教師の働きかけと机間指導(附属釧路小) … 67
- 2.1.5 集団解決での教師の働きかけと話合いのポイント(附属釧路小) … 71
- 2.1.6 本時の終末, まとめ「!」, 本時の評価(附属函館小) … 79
- 2.1.7 板書とノート指導の工夫(附属札幌小) … 83
- 2.1.8 教科書の活用(附属札幌小) … 89
- 2.1.9 日常的に書く指導案の工夫(附属旭川小) … 95
- 2.2 中学校数学科の授業づくり

- 2.2.1 本時の目標(附属釧路中) … 99
- 2.2.2 本時の導入問題(附属旭川中) … 103
- 2.2.3 本時の課題「？」(附属札幌中) … 107
- 2.2.4 個人思考での教師の働きかけと机間指導(附属函館中) … 111
- 2.2.5 集団解決での教師の働きかけと話合いのポイント(附属釧路中) … 115
- 2.2.6 本時の終末, まとめ「!」(附属函館中) … 119
- 2.2.7 本時の評価(附属札幌中) … 123
- 2.2.8 板書とノート指導の工夫(附属釧路中) … 127
- 2.2.9 教科書の活用(附属旭川中) … 131
- 2.2.10 教育機器・ICTの活用(附属函館中) … 135
- 2.2.11 テスト問題の工夫(附属札幌中) … 139
- 2.2.12 日常的に書く指導案の工夫(附属旭川中) … 143
- プロジェクトメンバー … 148
- あとがき … 149

第 1 章

授業づくりの基本的な考え方〔理論編〕

- 1.1 単元の指導と評価にかかわって 5
- 1.2 本時の指導と評価にかかわって 31

1.1.1 指導観

1 算数・数学科のねらい

2007年7月に出された「学校教育法等の一部を改正する法律」によって、学力の重要な要素として次の3つが示されました。

- ①基礎的・基本的な知識・技能
- ②知識・技能を活用して課題を解決するために必要な思考力・判断力・表現力等
- ③主体的に学習に取り組む態度

これを受けて、2008年-2009年に出された学習指導要領において、「各教科で、生涯にわたり学習する基盤が培われるよう、基礎的な知識及び技能を習得させるとともに、これらを活用して課題を解決するために必要な思考力、判断力、表現力その他の能力をはぐくみ、主体的に学習に取り組む態度を養うこと」が求められています。

2008年1月の中央審議会答申「幼稚園、小学校、中学校、高等学校及び特別支援学校の学習指導要領などの改善について」において、「各教科における言語活動の充実」が示され、『言語活動の充実に関する指導事例集』が作成され、学習指導要領では各教科等において思考力、判断力、表現力等を育成する観点から、言語環境を整え、言語活動の充実を図ることに配慮することが掲げられました。

算数・数学科での言語活動の充実に関しては、PISAの調査結果や全国学力・学習状況調査の結果も大きく影響しています。今までの調査で、例えば、資料や情報に基づいて自分の考えや感想を明確に記述すること、日常的な事象について、筋道を立てて考え、数学的に表現することなど「活用」に関する記述式問題を中心に課題が見られたことが指摘されています。同時に、数学的な思考力、判断力、表現力等は、合理的、論理的に考えを進めるとともに、互いの知的なコミュニケーションを図るために重要な役割を果たすものです。

また、学習指導要領の改定をうけて、算数・数学科では算数的活動、数学的活動を教育目標により重く位置づけ、また指導内容として領域内容との縦横関係の構造的な位置づけを行っています。

さらに、基礎的・基本的な知識・技能の確実な定着や学びの深まりを意図し、発達段階に応じたスパイラルによる学習指導がとり入れられました。

2 算数・数学教育の目標

学習指導要領において算数・中学校数学の目標は以下のように示されています。

算数科の目標

算数的活動を通して、数量や図形についての基礎的・基本的な知識及び技能を身に付け、日常の事象について見通しをもち筋道を立てて考え、表現する能力を育てるとともに、算数的活動の楽しさや数理的な処理のよさに気付き、進んで生活や学習に活用しようとする態度を育てる。

中学校数学科の目標

数学的活動を通して、数量や図形などに関する基礎的な概念や原理・法則についての理解を深め、数学的な表現や処理の仕方を習得し、事象を数理的に考察し表現する能力を高めるとともに、数学的活動の楽しさや数学のよさを実感し、それらを活用して考えたり判断したりしようとする態度を育てる。

1で述べてきたように現行の学習指導要領では、これからの社会において必要となる「生きる力」を身に付けてほしいという考えのもと、基礎的・基本的な知識や技能の習得とともに思考力・判断力・表現力などの育成を重視しています。

算数・数学教科では、TIMSS等の調査等で日本の子どもは世界と比較して算数・数学の学習を楽しんでいないことが示されている。児童・生徒が算数・数学の学習が楽しいと感じるのは、数の四則計算の方法とか積分の計算方法を教えられ、それを使って計算練習をしたり、でき上がった算数・数学を表面的、形式的にその内容を知るだけではなく、自ら事象を観察して性質、法則を見つけたり、具体的な操作や実験を試みることを通して理解するなど、活動を通して算数・数学を学ぶことを経験し、理解する過程で数学の面白さ、考えることの楽しさを味わうことが大切であると考えられます。

算数・数学を学ぶことの意義や有用性、社会全般における数学の果たす役割についての認識を高めるためには、問題の設定や学んだことの活用等、もっと算数・数学を他教科や日常生活に関連づけることが必要と考えます。即ち、事柄や場面を数学的に解釈すること、数学的な見方や考え方を生かして問題を解決すること、自分の考えを数学的に表現する等の力を育てることが求められるのです。

また、そのような学習を通して、様々な事象を数学的に見たり、考えたりすることができるようになっていくのではないのでしょうか。こうしたことから、基礎的な知識や技能の習得とともに、本書で主張されている児童生徒の問題解決を大事にした学習が求められるのです。

3 評価規準

学習指導要領が目指す学力観が各教科の目標の実現の状況を「関心・意欲・態度」、「思考・判断」、「技能・表現（又は技能）」及び「知識・理解」の観点ごとに示されています。例えば、算数科においてはそれぞれの項目について評価の観点が以下のように示されています。

【算数への関心・意欲・態度】

数理的な事象に関心をもつとともに、算数的活動の楽しさや数理的な処理よさに気づき、進んで生活に活用しようとする。

【数学的な考え方】

日常の事象を数理的にとらえ見通しをもち筋道立てて考えを表現したり、そのことから考えを深めたりするなど、数学的な見方や考え方の基礎を身に付けている。

【数量や図形についての技能】

数量や図形などについての数学的な表現や処理にかかわる技能を身に付けている。

【数量や図形についての知識・理解】

数量や図形についての豊かな感覚をもち、それらの意味や性質などについて理解している。

学習指導要領が目指す学力観に立つ教育と指導要録における評価とは一体のものであるとの考え方に立って、各教科の目標の実現の状況を上で述べた観点ごとに適切に評価するため、学習指導のねらいが児童の学習状況として実現されたというのはどのような状態になっているかが具体的に想定されている必要があります。このような状況を具体的に示したものが評価規準です。その規準は各学校において設定するものとされています。〔札幌校・大久保〕

1.1.2 教材観 …… 教材研究にかかわって

次のような場面に出くわしたことがあります。

$$\frac{3}{5} \div \frac{4}{7} = \left[\frac{3 \times 7}{5 \times 7} \div \frac{4 \times 5}{7 \times 5} = (3 \times 7) \div (4 \times 5) = \right] \frac{3 \times 7}{4 \times 5}$$

子どもは、[]の部分の式を書かずに最後の結果だけを示したので、教師は「間違い」として修正させるだけの対応をしてしまいました。「通分して計算した」という子どもの考えを読み取ることができなかったのです。

「教師は教材研究の深さだけの授業しかできない」と多くの先輩教師からいわれました。子どもの考えを生かすも殺すも、教師の教材研究にかかっているのです。

1 教材研究の進め方（新しく先生になられた方や若手の先生に）

新しく先生になられた方に向けて、次のような教材研究の進め方についての視点が挙げられています。これらの視点は、若手教員だけのものではないようにも思えます。簡単な解説を加えて示したいと思います。

- (1) **なぜ、算数・数学を教えるのかをつきつめましょう。**
単に計算などの技能ができればよいと考えている教師と表現力や思考力を伸ばそうと考えている教師では、自ずと授業が変わってきます。まずは、学習指導要領の算数・数学科の目標を肝に銘じたいものです。
- (2) **教科書を教えるのではなく教科書で教えましょう。**
教科書で何を教えるのかを明確にしましょう。そのために、使用している教科書以外の教科書を比較研究するとともに、学習指導要領解説算数編・数学編を熟読したいものです。
- (3) **数学ではどんな意味なのかを知るようにしましょう。**
数学専門ではない先生には抵抗感があるかもしれませんが、子どもに嘘を教えるは一大事です。指導内容について、数学的にはどんな意味があるのか、学習指導要領解説の熟読に止まらず、教科書会社の教師用指導書や算数教育指導用語事典(教育出版)などでも調べたいものです。
- (4) **縦の関連(学年の系統性や小・中・高の接続)を確認しましょう。**
1単位時間の授業での指導内容だけの教材研究では不十分です。学年間の指導系統をとらえて既習事項(考え方を含む)を把握しなければピント外れの指導になりかねません。さらには、小・中・高等学校でどのように接続していくのかを見すえた指導が求められています。
- (5) **本時の目標の達成に向けて、子どもの反応を可能な限り考えましょう。**
教材研究の段階では、子どもの反応を可能な限り予測し、仮の指名計画を立てることにつきると言えます。反応の想定は、豊かな経験を重ねられた先生には自然と蓄積されていきます。
- (6) **どんな問題(教材)を提示し、どのように子どもから課題を引き出すかを考えましょう。**
教材研究を問題の工夫や問題提示の工夫に具現化し、子どもの問いである課題をどう引き出すかと工夫することも醍醐味です。せめて、教科書の問題提示の仕方を工夫したいものです。
- (7) **どんな板書にするかを考え、ICTなども効率的に使いましょう。**
教材研究の成果を板書計画にまとめる先生にも多く出会いました。教材研究ノートに毎時間の板書計画をかき、授業後に板書の写真を撮りためることもよいでしょう。授業時間の有効活用等の視点から書画カメラなどの活用も考えたいものです。
- (8) **子どもの多様な考え(誤答やつまずきを生かす視点で)を引き出すように心がけましょう。**
確かな理解を図り、算数・数学のよさや考える楽しさを実感させるためには、誤答やつまずきを含め、どのような考えを取り上げるか、そのため、どんな発問をするかなど主なものを構想したいものです。
- (9) **授業のまとめを教師の考えで押しつけないようにしましょう。**
いろんな考えを出し合い、みんなで解決した後、教師が「今日のまとめを書きます」としてしまっただけは興ざめです。子ども達の発言を生かしながらキーワードを強調し、あたかも自分たちで見つけたかと思えるようにまとめたいものです。
- (10) **どんな確認問題や練習問題、宿題を提示するかを考えましょう。**
本時の目標の達成をどのように評価するかにもかかわって、授業の終末で扱う練習問題や、まとめにつなげる一題としての確認問題にも配慮したいものです。目標を評価する観点とずれた、いわゆる無駄な練習問題をやらせないようにしたいものです。

(参考：「新しい教材研究の進め方・深め方」, 1989, 新算数教育研究会, 東洋館出版)

2 教材研究の具体例

授業と同様に教材研究も「数学的な意味や系統性」と「子どもの実態」の双方を考慮して行うことは言うまでもありません。まずは、算数・数学的な筋を確認し、子どもの実態に即して授業を構想することになります。

(1) 本時の指導にかかわって

小学3年「分数」の導入は、教科書各社によって扱い方が異なります。それ以前に、分数先行か小数先行かも教科書によって異なります。小学校学習指導要領算数編では、「等分してできる部分の大きさや端数部分の大きさを表すのに分数を用いることや、分数は単位分数の幾つ分かで表せることを指導する」と記されています。

① 分数

1 やまどさんが両手を広げた長さをテープにうつすと、1mど下の図のようなあまりがありました。1mより短いあまりの長さの表し方を調べましょう。

1 ゆみさんは、下のように1mの紙テープを4等分しました。このようにして作った $\frac{1}{4}$ の長さについて調べましょう。

1 下の⑥から⑦の図のどれかを使って、1mを4等分した1こ分の長さの色をぬりましょう。

教出
東書
大日本

日
文
学
図
啓
林

〔図①〕日本文教出版3年下(抜粋)

〔図②〕教育出版3年下(抜粋)

学級の実態を踏まえ、「はした(あまり)の部分の表し方で単位分数の幾つ分を強調するか」〔図①〕で導入するか「等分割に基づいて分割分数と量分数の違いを意識付けるか」〔図②〕を考えることができます。

(2) 単元の指導にかかわって

中学1年の「基本的な作図」については、「垂直二等分線」「垂線」「角の二等分線」の指導順序が教科書各社によって、次のAとBのように異なります。

- A 「垂線」 → 「垂直二等分線」 → 「角の二等分線」 (東書・学図・教出)
- B 「垂直二等分線」 → 「角の二等分線」 → 「垂線」 (大日本・数研・日文・啓林)

扱う作図の指導順序を単元レベルで考えることもできるのではないのでしょうか。

(3) 小・中学校の接続にかかわって

小・中学校の接続の視点からも、小学6年の「1点を中心とした拡大図の作図」が中学3年の「相似の位置、相似の中心」の素地指導の意味合いをもっています。

4 右の三角形ABCの辺AB、辺ACをのばして、2倍に拡大した三角形のかき方を考えましょう。

▶ 頂点Bに対応する頂点D、頂点Cに対応する頂点Eの位置は、どのように決めればよいでしょうか。

このようにしてかいた三角形ADEを、頂点Aを中心にして2倍にした拡大図といえます。

教出
算数6年

教出
数学3年

Q 下の図は、点Oを中心として、 $\triangle ABC$ を2倍に拡大した $\triangle A'B'C'$ をかき方を示しています。どのようにかいたかを説明してみましょう。

前ページのQや問1などのようにしていた $\triangle ABC$ と $\triangle A'B'C'$ は相似の位置にあるといい、点Oを相似の中心という。

相似の位置にある2つの図形は相似である。

相似の中心Oをどこにとっても、もとの図形と相似な図形をかきことができる。

小学校で作図の手順のみを指導する危うさ、中学校で小学校の既習内容を踏まえて指導する大切さがうかがえるのではないのでしょうか。本節では、主に教材研究の前ページの(3)について、この後、解説していきます。

〔釧路校・早勢〕

1.1.2.1 小学校算数 A「数と計算」領域

小学校の算数4領域のひとつ「A数と計算」の内容について、結合法則・交換法則・分配法則といった計算規則を軸に、指導内容の系統性を見てみます。

1 整数の加・減

加法には増加した結果や順序を求める意味もありますが、合併集合の要素の個数と考えれば、2つの自然数の和 $a + b$ が交換法則を満たすこと、および、3つの自然数の和 $a + b + c$ が結合法則を満たすことは自明です。

第1学年で学ぶ繰り上がりのある計算を、加数分解で丁寧に書けば、

$$9 + 3 = 9 + (1 + 2) = (9 + 1) + 2 = 10 + 2 = 12$$

と、結合法則が使われていることがわかります。さらに、 $12 - 3$ のような減法では、交換法則や差も交えた計算規則も利用しています。この段階で結合法則等自体を意識する必要はありませんが、当然成り立つものとして操作を実行できることが大事です。

第2学年で学ぶ2桁の筆算、例えば、 $28 + 57$ の計算の仕組みを、

$$28 + 57 = (20 + 8) + (50 + 7) = (20 + 50) + (8 + 7)$$

という式で説明することができます。ここでも、結合法則や交換法則が用いられています。この段階では、交換法則や結合法則自体を取り扱うことにもなり、計算規則が徐々に表舞台に出てきます。

2 整数の乗法

第2学年で乗法九九の表を完成する過程は、結合法則・交換法則・分配法則の素地形成の場としても有効です。例えば、 3×5 を求める考えを表した

$$3 \times 5 = (3 + 3 + 3 + 3) + 3 = 3 \times 4 + 3$$

$$3 \times 5 = 5 \times 3$$

$$3 \times 5 = 3 \times (2 + 3) = 3 \times 2 + 3 \times 3$$

という式は、それぞれ、単純な同数累加、既習の結果の利用、3行5列のアレイ図の分割に対応しますが、どれも結合法則等の計算規則に帰着されます。こういった計算規則が当然成り立つと感じられ、乗法九九以外の計算においても、計算規則を活用して効率よく計算したり、検算に利用したりすることが大事です。

また、第3学年で学ぶ乗法の筆算の計算の仕組みを

$$23 \times 4 = (20 + 3) \times 4 = 20 \times 4 + 3 \times 4$$

という式で説明できますが、ここでも分配法則が活用されています。

3 除法

第3学年から学ぶ除法には、包含除(累減)、等分除、乗法の逆算の3つの意味があります。さらに細かく言えば、乗法の逆算は、乗数を求める場合と、被乗数を求める場合に分けられます。これらは意味としては異なりますが、同じ仕方で求められ、つまり、同じ計算であることを、早い段階で十分に納得する必要があります。

4 計算の意味と計算規則の主客転倒

第4学年までに、整数の四則演算を学び、その計算規則を修得します。ここまでは、演算の意味に基いて状況を解釈すると交換法則等の計算規則が成立するのは必然でした。ところが、第5学年で学ぶ小数の乗法・除法のあたりから、状況が一変します。

整数の乗法では、長さが2倍の布の代金を、同数累加なのだから、2を掛ける乗法で求まるとしました。他方、小数の乗法では、長さが2.5倍の布の代金は、同数累加では意味付けられないけれど整数の場合と同様にして、2.5を掛ける乗法で求めればよいとしました。

また、整数での除法の3つの意味のうち等分除は、小数で割る場合、意味の理解が困難ですが、2.5等分するというこの意味を、2.5で割り算することだと納得して行うことができます。

分数の割り算は、しばしば意味の理解なしに手順だけを覚えがちです。除法の意味のうち乗法の逆算で考えると、 $3/4$ を掛けてから $3/4$ で割れば元に戻るとわかり、他方、 $3/4$ を掛けてから $4/3$ を掛けても元に戻ります。このことから、 $3/4$ で割る操作は $4/3$ を掛ける操作と一致することがわかるので、割り算は逆数の掛け算に置き換えることがわかります。

以上の例のように、整数の範囲であれば、意味が計算を定義し計算規則を導いていたのに対し、数の範囲が広がるにつれ、計算が意味を規定したり、計算規則が計算を定めたりといったように、主客転倒が起こり始めます。

5 計算規則の重要性と中学校への接続

こういった主客転倒は、整数の演算の意味を確実に理解し、計算規則を必然の規則として習熟し、自在に扱えるようになって初めて円滑に実行できます。数の計算を一般化するには、計算規則の深い理解も必要と言えます。

整式(多項式)の乗法を「 x 倍」と思うのはまだしも、整式の除法を包含除や等分除で意味付けることは可能には思えません。しかし、乗法の逆として定義し、整数の除法の一般化と思うことは十分自然です。複素数でも同様です。

また、正の実数 a に対して a^0 をなぜ 1 と定義するかについては、分数 a^3/a^3 が、 a^{3-3} と一致すべきだからという説明ができます。これらが一致すべきということは、指数法則の成立を要請しているということです。つまり、計算規則が演算を規定するという例になっています。

以上のように、結合法則等の計算規則は、計算の手段としてはもちろんのこと、演算の意味の理解や、演算の一般化を円滑に行うための手段としても重要です。将来、自然と計算規則を定式化できるよう、低学年のうちから素地を形成することが重要です。

1.1.2.2 中学校数学 A「数と式」領域

中学校の数学4領域のひとつ「A数と式」について、指導内容の系統性を見てみます。

1 負の数

小学校では、自然数から小数・分数へと数の拡張が行われました。中学校では、まず第1学年で負の数が導入されます。これにより、整数全体の集合を手に入れますが、これは代数的に言えば環（和・差・積の演算で閉じている）の最初の例であり、また、有理数全体の集合も手にしますが、これは体（0除算以外の四則演算で閉じている）の最初の例です。つまり、数の拡張の動機は、演算で閉じている集合を手に入れるためであるというのが、ひとつの見方です。

負の数に対する演算は、数直線を用いるなどして意味を考え、例えば積の結果が正か負か結論します。この段階では、意味を確実に理解することがもちろん大事ですが、理解を助ける別の方法として、分配法則等の計算規則を用いて計算結果を導き出すこともできます。例えば、正の数と負の数の積が負であることは、

$$a(b - b) = a \times 0 = 0$$

$$a(b - b) = ab + a \times (-b)$$

の2式を比較して、 $a \times (b - b) = a \times 0 = 0$ と導けます。負数を含むときの分配法則等の計算規則は証明が必要ですが、小学校段階での計算規則を必然のものとして体得し習熟していれば、上のような、分配法則を成立させるためには正×負＝負でなくてはならないという説明は、十分な説得力を持ちます。

2 平方根

第3学年で平方根を学び、数はさらに拡張されます。平方の逆演算としてある意味自然に導入されるわけですが、これまでの数と異なるのは、その定義が間接的であることです。つまり、2の（正の）平方根を1.414…と定めるのではなく、平方すると2になる（正の）数と定めています。

言い方を換えると、平方根は2次方程式の解として導入された数です。振り返れば、正の有理数や負の数も、 $3x = 2$ や $2x + 3 = 2$ という方程式の解として導入されたと考えられるわけで、数の拡張は、一貫して、方程式の解を追加することで行われてきたというのも、ひとつの見方です。

整数係数の方程式の解である数は代数的数と呼ばれますが、円周率 π や自然対数の底 e のような、整数係数の方程式の解にはなり得ない数は、超越数と呼ばれます。つまり、将来的には、演算で閉じていることや、方程式の解を追加することでは得られない数の拡張も行われます。

3 文字式

文字式は中学校の第1学年から本格的に導入され、数の計算が一気に一般化されます。当初文字は、数を代入するためにあると考えられることが多く、言い換えると、文字

式は（関数ではない、狭い意味の）多項式・整式ではなく、多項式関数と考えられることが多いです。また、項の概念や計算規則を理解したり、文字式の立式の手助けをしたり、文字式の意味を深く理解するために、文字に数を代入して考えることが役立つということもあり、文字式の導入段階では、文字は数の代わりだととらえることが早い理解の助けになります。

他方、文字式は、代入され計算の結果を得るためだけのものではなく、むしろ、代入されない状態で、計算の方法を表せることも大事です。例えば、大人1人と子ども2人の料金を $a + 2b$ と表せることは、結果の値よりも意味が豊富です。これを推し進めると、文字式を見て1次関数だと判断するなど、文字式から数量の関係を捉えることにも至ります。

さらに、代入されることを意図しない、より抽象的な文字の使われ方も、いずれ出てくることには注意が必要です。中学校までの段階だと適切な例がありませんが、（関数としては見ない）多項式環はその例です。他の例としては、複素数の虚数単位の文字 i も代入を意図しない文字で、交換法則などの計算規則を満たし、さらに $i^2 = -1$ という規則も満たすものとして定められています。

4 1元1次方程式・連立2元1次方程式

第1学年で方程式を初めて学びます。等式変形は従来の式変更とは違い、イコールでつないでいくのではなく、両辺に3を掛けるなどして、等式が変形されていきます。項の概念や移項の操作が、特に重要な役割を担います。等式変形も、文字を含まない数の計算規則に十分習熟していれば、疑問なく受け入れられるべきものです。

第2学年で学ぶ連立1次方程式では、得られた解は2本の方程式を同時に満足するというものの理解が大事です。解の意味を考える際、1次関数との関連も重要です。

また、式の本数と未知数の数が一致すると解が一意的に求まると気付くことが出来れば理想的です。この事実の証明や、未知数が3個以上になった場合への一般化は、大学の線型代数まで待たなくてはならないものです。この段階で気付くことができれば、条件が1つあれば自由度が1減るという数学全般で通用する原理に近づくことができます。中学校で学ぶ、この原理に関連する他の例としては、条件が3つあれば三角形が決定する（2つでは決して決定しない）というものがあります。

5 展開・因数分解・2次方程式

第3学年で学ぶ、文字式の展開や因数分解の公式は、文字式を導入して初めて必要性が生まれるものです。小学校から学んできた、分配法則等の計算規則を活用して、導き出せるようになることも重要です。平方完成などと合わせて、修得するのに時間はかかりますが、この後の数式処理において極めて重要な計算です。

第3学年で学ぶ2次方程式は、因数分解で解くにしろ、解の公式で解くにしろ、抽象化された計算を経て解が求まるため、解であることの現実味が乏しいかも知れません。解とは何かに立ち帰り検算してみたり、場合によっては、解として適するかどうか確認したりして見ることは大事です。

1.1.2.3 小学校算数 B「量と測定」領域

「図形の大きさを測ること」について考えてみたいと思います。

1 面積の基本原則

図形の大きさを測ることの目的には、2つの図形の大きさを比べてどちらが大きいかわかることがあります。それには、2つの図形を重ね合わせてみるのが基本となります。広くひろがっているように見える図形のほうを大きいと考える子どももいます。線分の長さを誤認させる錯視図形を知ることで、直接重ね合わせることの重要性に気がつくでしょう。また、分割して形を変えることで重ね合わせができるようになる場合があります。そこで、次の2つが基本原則として要請されます。

基本原則1 合同な図形の大きさは等しい。

基本原則2 2つの部分からなる図形の大きさはそれぞれの図形の大きさの和である。

直接重ね合わせることが難しい場合は、例えば、長さを比べるには長い紐を用意したり、体積を比べるには大きな水槽と水を用意するなどして、紐の長さや水のかさに換算(変形)して間接的に比べる方法が考えられます。ただしこのことの正当性は自明ではありません。基準とする図形をあらかじめ決めておけば、“基準の図形いくつぶん大きさ”といった数値化ができます。これを3つめの基本原則とします。

基本原則3 基準の図形の大きさを1とする。

基準の図形はこれから測ろうとするものの大きさや目的におうじて自由に決めることができます。数値は持ち運びに便利ですが、ただし異なるグループ同士でそれぞれ数値化したものを比べたいときには、基準の統一が必要です。

2 数学の考え方

現代数学では、与えられた図形たちに対してこれら3つの基本原則を性質としてもつ非負の実数に値をとる関数が一通りに存在することを構成的に証明し、それを図形の大きさと定義します。図形 K の大きさを $m(K)$ と書くことにすると、3つの基本原則は、次のように、関数 $m(K)$ の条件式の形で述べることができます。

1. K_1 と K_2 が合同ならば $m(K_1) = m(K_2)$ である。
2. $K = K_1 \cup K_2$ かつ $K_1 \cap K_2 = \phi$ ならば $m(K) = m(K_1) + m(K_2)$ である。
3. 基準の図形を E とするとき、 $m(E) = 1$ である。

基準の図形 E は、例えば平面図形の場合は一辺の長さ1の正方形とします。 ϕ は空集合を表す記号です。長さ、面積、体積を、すべてひっくるめて測度といいます。

3. 平面図形の面積

小学校では最初に正方形と長方形の面積を学び、三角形や台形の面積は基本原理2を用いて正方形や長方形に形を変えて計算します。辺で囲まれた図形(多角形)はいくつかの三角形に分割して考えますが、面積が変形や分割のしかたによらず“一通りに存在する”ことの確認が必要です。

三角形の面積公式から、底辺の長さが高さが等しければどのような三角形も面積が同じことが分かり、カバリエリの原理¹につながります。カバリエリの原理は、多角形だけでなく円など曲線で囲まれた一般の平面図形について成り立ちます。

平面図形に対しては紐や水槽と水に相当する自由に変形できる適当な媒介物がなく、長さや体積の場合と異なり²、例えば円の面積の公式を導くにも、分割を無限に細かくしていくと面積の正確な値になるという極限の考えが必要です。小さな構造をもつ矩形の面積を、基準の図形を細かく分割して“いくつぶん”と数え直した経験は理解の助けになるでしょう。高等学校で区分求積法を学び、置換積分法を用いて無理関数 $\sqrt{1-x^2}$ の積分計算ができること、円の面積の問題はようやく解決します。

4 誤差の評価

最後に、辺の長さが10数cm程度の大きさの平面図形について、辺の長さを定規で測って周の長さや面積を計算することを考えてみましょう。

$\triangle ABC$ の辺の長さを測って $AB=13.4\text{cm}$, $BC=10.0\text{cm}$, $CA=9.6\text{cm}$ という値を得たとします。基本原理2にもとづいて周の長さは $AB+BC+CA=13.4+10.0+9.6=33.0(\text{cm})$ と計算できますが、測定値に1%程度、値にして0.1(cm)の誤差が見込まれた場合、

$$13.35 + 9.95 + 9.55 = 32.85 \leq AB + BC + CA \leq 13.45 + 10.05 + 9.65 = 33.15$$

のように評価すると、計算結果に含まれる誤差は0.3と測定値の誤差の3倍になっていることが分かります。ただし、誤差の割合(相対誤差)は $0.3 \div 33.0 \times 100 = 0.9(\%)$ なので、大きな差はありません。

これに対して、辺の長さが13.4cmと10.2cmと測定された長方形 K の面積を $13.4 \times 10.2 = 136.68(\text{cm}^2)$ と計算したときの評価は

$$13.35 \times 10.15 = 135.5025 \leq m(K) \leq 13.45 \times 10.25 = 137.8625$$

となり、誤差の割合は約1.7%と測定値の2倍近くになっています。これは、たし算とかかけ算の違いによるもので、136.68を小数第2位で四捨五入して136.7 cm^2 と答えてはいけない理由もこれで分かります。

[札幌校・後藤]

¹ 切り口の長さがいつも等しい2つの平面図形は同じ面積をもつ。

² 数学的には測度の定義は次元によらない。

³ $m(K_n) \leq m(K) \leq m(\tilde{K}_n)$ より、 $\lim_{n \rightarrow \infty} m(K_n) = \lim_{n \rightarrow \infty} m(\tilde{K}_n) = M$ ならば $m(K) = M$ である。

1.1.2.4 中学校数学 B「図形」領域

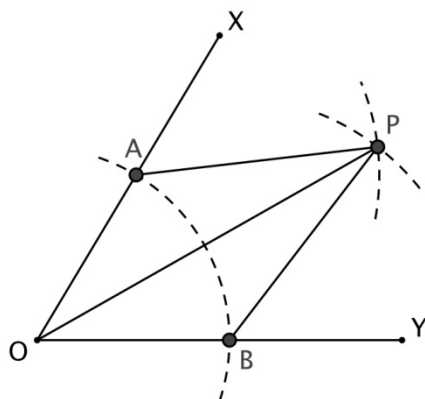
中学校の数学4領域のひとつ「B図形」の内容について、指導内容の系統性を見てみます。

1 作図

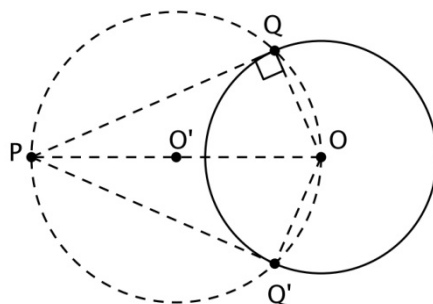
第1学年から学ぶ、定規とコンパスを用いた作図の学習は、単に図を描くだけでなく、論理的に考察し表現する能力を培い、第2学年から始まる証明に備える意味があります。

行き当たりばったりは無駄な手順を踏まないよう、どう進めると作図が完成するかの見通しを持ち、また、なぜその方法で目的の図形が作図できるのかを論理的に考察し説明できることが大事です。

角 XOY の二等分線をかくには、角 XOY の対称軸上に点 P をとればよい。



円の接線がひけたとすると、 PO を直径とする円周上に接点があるので、接線をひくには PO を直径とする円をかけばよい。



例えば、第1学年で学ぶ角の二等分線や垂直二等分線では、対称性を利用して作図をしますから、対称性を根拠にして作図の方法を説明することになります。証明について学んだ後、第3学年で扱う円の外部の点から円に接線をひく問題は、一見ただけではなぜこの方法で接線が描けるかわかりませんので、論理的な証明の必要性が非常に高い問題と言えます。

また、定規とコンパスを用いた作図は、ほぼ中学校でその学習を終えてしまいます。一般の角の三等分は不可能であるとか、正7角形は作図できないが正17角形は可能であるとか、わかりやすい話題は豊富にあります。残念ながら多くの話題は大学で学ぶ体の理論が必要です。

2 空間図形

空間図形について、第1学年で扱う、平面図形の運動により立体図形を作ることについてのみ触れます。高等学校の第3学年では、平面図形を場合によっては形も変えながら掃引して得られる立体図形や、平面図形を軸の回りに回転して得られる回転体の体積

を、積分を用いて求めます。ちょうどこれに対応する図形を第1学年で学びますので、空間図形を多面的にとらえ、平面図形の運動で立体図形を作ることも含め、空間的な直観力を十分につかんでおくことが大事です。

3 証明

第2学年から証明を学びます。それまでにも作図などを通して筋道立てた説明は学んでいますが、証明をするときに大事なことがらとしては、根拠を明らかにすること（厳密性）、演繹的であり例外なく成立すること（一般性）、既知の事実に帰着すること（定理の活用）などがあります。

対頂角の大きさが等しいことも、平行線の同位角の大きさが等しいことも図を見ると正しく思えます。しかし、対頂角については証明を与えますが、同位角については公理として認めます。つまり、正しそうだから証明の根拠にしてよいというのではなく、既に証明された定理や、公理として認めているものを根拠にしてよいということです。何を公理に採用するかは人為的に決められていることには注意が必要です。すべてに証明を与えるという立場をとると、教科書がユークリッドの原論と同じ規模になってしまうので、途中で打ち切って公理として採用したということです。他の例としては三角形の合同条件も公理として認めるものです。

例外なく成立するという一般性は証明のよさのひとつであり、帰納的な推論では導かれないことです。また、一から組み立てると長くなる証明も、困難は分割し既知の定理に帰着することで見通しよく簡潔に述べることができるようになります。この点は作図での学習が生きると言えます。

4 解析幾何へ

第3学年で学ぶ三平方の定理は、図形と数式を統合的に把握することができる場面のひとつです。高等学校では、図形を座標平面に置き、その性質を証明することが行われます。ベクトルや複素数平面で図形を扱うことも、それに近い考えです。座標を用いた図形の扱いは解析幾何と呼ばれ、座標を用いない初等幾何と区別されますが、座標平面上の2点間の距離を与える三平方の定理をその第一歩とし、次第に初等幾何から解析幾何へと学習が進みます。

[釧路校・和地]

1.1.2.5 小学校算数 C「図形」領域

1 図形領域のねらい

小学校学習指導要領には、この領域のねらいは次のように記載されています。

この領域では、平面図形と立体図形の意味や性質について理解し、図形についての感覚を豊かにするとともに、図形の性質を見いだしたり説明したりする過程で数学的に考える力や表現する力を育てることを主なねらいとする。

2 図形についての感覚

図形は身の回りに山ほどあります。その中でいくつかの種類のをピックアップし、「図形」という考察対象としてとらえ、それとの関わりを通して数学的な能力を育てていくということです。学年が上がるにつれて段階的に扱う図形の種類も増え、関わり方も深くなっていきますが、そのたびごとに実際の図形に触れる機会を大事にしたいものです。

図形は図形だけに終わらず、将来的には関数や統計量などに関係した様々なものの理解においても重要な役割を果たしていることがあります。実際の図形に直接触れて考察した経験があるからこそ培われた基礎的な図形の感覚が、より複雑な図形や抽象的な概念の理解へとつながっていくでしょう。

3 数学的に考える力や表現する力

先述の「ねらい」にある通り、図形領域では、図形について単に知るだけでなく、その学習を通して、数学的に考える力や表現する力を育てることが求められています。図形は数や式と比べると、考察対象を直接目で見たり手で触ったりすることができ、式や文字を用いずとも考えることができるので、直観的に様々なものを理解しやすいと感じるかもしれません。つまり、比較的とっかかりやすいものでしょうから、よい教材を通して、子どもたちが積極的に図形と関わりながら、積極的に考える力を伸ばせるようにしたいものです。

図形の観察を通して「なんとなくこんな性質があるような気がする」と気づくことと、それについて根拠をもって説明しようとすることは、どちらも非常に大切なことです。

4 定義の理解と包摂関係

6年間を通して様々な図形を次から次へと学んでいきますが、それらの関係の整理を通して数学的に考える力が育まれるでしょう。たとえば、3つの辺の長さがすべて等しい三角形を正三角形といいます。当然任意の2辺の長さが等しいので二等辺三角形でもあります。二等辺三角形の定義である「2つの辺の長さが等しい三角形」という表現は、もう1つの辺の長さがそれらと等しいとも、等しくないとも言っていないのです。

つまり、どちらでもよいのです。数学では、このようにどちらでもよいことについては言わないのが普通です。そして正三角形も二等辺三角形であることになります。対象となる図形の性質を理解するためには、定義を正確にとらえ、典型的なよくあるタイプの形だけでなく様々なタイプのその図形に触れ、それらに共通した性質として認識できるようにすることが大切です。

5 グループ分け

単に正三角形といっても、その数は無限にたくさんあります。正三角形とだけいうときには辺の長さはいかようにもとれるからです。このように無限通りある図形の中からいくつかの図形をグループ分けするときは、何に着目して分けるのかということがポイントになります。辺、頂点、面に加え、それらの長さや面積、また角などのうち、何に着目したかによってグループ分けの仕方が変わってきますし、逆に別のものに着目しても同じグループ分けになることもあります。図形への着目の仕方に関するあるルールにしたがってグループ分けをするという作業は、集合の概念の理解のための素地になり得るでしょう。

6 まっすぐなものとは曲がったもの（余談）

第5学年では角柱や円柱の展開図を学びますが、これらの展開図は平面上に描かれ、平面上の領域は線分を敷き詰める（数学的には）ことができるので、元の立体図形は表面に線分を敷き詰めることができるということになります（このような曲面を線織面といいます）。ある意味で“曲がった”部分を含むような円柱面が、まっすぐな図形である線分だけから作られるという不思議な現象です。そして、例えば円柱を作ろうとするときには、2つの円と1つの長方形という3つの面を組み合わせるだけでなく、ぴんと張った糸や楊枝などを組み立てて作ることも可能です。作業は大変になりますが。このように線が集まって面を作ったり、面が集まって立体を作ったりすることは、中学校数学の第1学年で学ぶことですが、その理解のためには、ここでも実際の図形によく触れることが大切だと考えます。

ちなみに、一見どこからみても曲がった図形に見えるようでも実は線織面であるものもあります。一葉双曲面と呼ばれる図形で、鼓の紐を張った部分のようなイメージの図形です。これもどこに着目するかによって、見方が変わる一例でしょう。

参考文献

佐藤伊助「いろいろな曲線と曲面」裳華房

1.1.2.6 中学校数学 C「関数」領域

「関数」とは、中学校数学の各社教科書には、次のように記されています。

ともなうて変わる2つの数量 x, y がある。
 x の値が1つ決まると、それともなうて y の値がただ1つ決まるとき、
 y は x の関数であるという。

1 小学校→中学校→高等学校での関数

小学校算数科では、伴うて変わる二つの数量の関係について学んでいます。特に、比例関係は様々な具体例を通して何度となく現れ、第6学年でそれらが比例としてまとめられました。そして、中学校数学科で負の数の学習後、関数が導入され、比例に加えて反比例、一次関数、 $y = ax^2$ 、階段関数の具体的な性質を学ぶこととなります。高等学校数学科では、さらに一般の二次関数、指数関数、対数関数、三角関数等が扱われます。

この流れの中において、中学校での関数の導入は非常に重要な意味を持ちます。変数や座標を理解すること、表・式・グラフなどを関連付けて具体的な関数の性質を知ることとはもちろんですが、関数という概念自体をしっかりととらえる必要があります。

2 関数の概念の理解

上述の枠内の関数の定義を再考したいと思います。関数はわかりにくい概念です。だからこそ、前述のとおり、式やグラフで関数を表現できることは有益であり、それができる場合にはそこから様々な情報を読み取ることで関数の理解を深めることが可能となります。そして、中学校数学科で扱う関数はそれが全てできる関数ですから、ここでしっかりとそれを学ぶ必要があります。

ところが、関数の中には、 x に値を代入して計算によって y を求めることが困難なもの、グラフを描くことが困難だったり曲線で表すことが不可能だったりするものもあります。関数がグラフのことだとか、式のことだとか、一面的に理解した気になることのないよう、概念の理解にも目を向けることが大切でしょう。

関数は冒頭の定義のみならず、より広い解釈がなされています。関数の指導にあたって、教師自身が多変数関数、ベクトル値関数、複素関数、特殊関数、汎関数、一般に写像などを研究してみるのもよいかもしれません。

3 未知の関数を知るために

中学校数学科で学ぶ1次関数と2次関数は、“基本的”な関数です。基本というのは、簡単という意味ではなく、より複雑なものを考えるときに基礎となり得る重要なものだというこあです。

・変化の割合

第2学年で1次関数の変化の割合が一定であること、第3学年で2次関数の変化の割合は一定ではないことを学びます。2つの数量の関係を把握するために、一方が増加したときにもう一方が増加するのか減少するのか、またそれはどの程度の増減なのかを知ることが大切です。基本的な関数である1次関数と2次関数の変化の割合をここでしっかりと理解することが、未知の関数と出会ったときの助けとなり得るでしょう。練習問題として、単に y の増分/ x の増分を機械的に計算するだけでなく、その意味の理解を丁寧に行うことが大切です。変化の割合を極限的にとらえたものが高等学校で学ぶ微分です。

・近似式

$f(x)$ は十分に滑らかな関数とし、定数 a をとります。 a の近くの x に対して、関数 $f(x)$ と関数 $f(a) + f'(a)(x - a)$ はよく似ていることが知られていて、これは1次近似式と呼ばれています。この関数は1次関数ですから係数さえわかればよく知っているものです。つまり、関数 $f(x)$ 自体はよく知らない関数やとても複雑な関数であったとしても、 $f(a)$ と $f'(a)$ さえわかれば、 a の近くの x に対して、 $f(x)$ のことが少しわかるようになります。1次関数をよく知っているからこそです。2次関数のことも知っていれば、2次近似式により、より $f(x)$ のことがわかるようになります。

4 方程式の解と関数のグラフ

1次方程式 $ax + by = c$ の解は無数にありますが、 $b \neq 0$ のときには座標平面上に描いた1次関数 $y = -\frac{a}{b}x + \frac{c}{b}$ のグラフ（直線）上の点の座標とみなすことができます。2元1次連立方程式の解も同様にして、2直線の交点の座標とみなせます。連立方程式は決まった計算を機械的にこなすだけになりがちですが、このようなイメージをもつことも大切です。

ちなみに、先の1次方程式 $ax + by = c$ の解は、座標空間内に描いた2変数関数 $z = ax + by - c$ のグラフ（平面）と平面 $z = 0$ （ xy 平面）との共有部分（直線）上の点の座標とみなすこともできます。空間内の2変数関数 $z = f(x, y)$ のグラフと xy 平面との共有部分は、平面上の曲線 $f(x, y) = 0$ を描きますが、この曲線は先の例のように1変数関数のグラフとなる場合もあるし、 $f(x, y) = x^2 + y^2 - 1$ のように平面上の円となり、関数のグラフにならない場合もあります。

1.1.2.7 小学校算数 D「数量関係」領域

小学校学習指導要領解説算数編には、数量関係領域のねらいが、次のように記されています。

この領域のねらいは、「A数と計算」、「B量と測定」及び「C図形」の各領域の内容を理解したり、活用したりする際に用いられる数学的な考え方や方法を身に付けること、また、数量や図形について調べたり、表現したりする方法を身に付けることである。

算数科では、低学年から「D数量関係」の領域が設けられるなど、言葉、数、式、図、表、グラフなどを用いた思考力、判断力、表現力等が重視されていることから、「数量関係」は特に重要な領域であるといえます。

1 「数量関係」領域の内容の系統性

この領域では、数学的な考え方や方法を身に付けることや、数量や図形について調べたり表現したりする方法を身に付けることをねらいとしています。この領域の主な内容は、「関数の考え」、「式の表現と読み」、「資料の整理と読み」に分けられています。

(1) 関数の考え

「関数の考え」とは、数量や図形について取り扱う際に、それらの変化や対応の規則性に着目して問題を解決していく考えです。ここでは、伴って変わる二つの数量の関係を考察し、特徴や傾向を表したり読み取ったりできるようにすることが重要になります。第1学年から第3学年では、「数と計算」領域の関連する内容として、ものともとの対応付けたり、一つの数をほかの数の和や差としてみたり、一つの数をほかの数の積としてみたり、乗数が1ずつ増えるときの積の増え方の様子に着目したりすることがあげられます。さらに、第4学年での伴って変わる二つの数量の関係、第5学年での簡単な比例の関係、第6学年での比、比例と反比例へと繋がっていきます。

(2) 式の表現と読み

「式の表現と読み」では、事柄や関係を簡潔、明瞭、的確に、また、一般的に表すことができる表現方法である式について指導します。ここでは、式を読み取ったり、言葉や図と関連付けて用いたりすることも重要です。第1学年では加法及び減法の式の表現とその読み、第2学年では加法と減法の相互関係、乗法の式の表現とその読み、() や□などを用いた式、第3学年では除法の式の表現とその読み、式と図の関連付け、□などを用いた式について指導します。さらに、第4学年では、四則混合の式、() を用いた式、公式、□や△などを用いた式、四則計算の性質、第5学年では数量の関係を表す式、第6学年では文字を用いた式へと繋がっていきます。

(3) 資料の整理と読み

資料の整理と読みでは、目的に応じて資料を集めて分類整理したり、それを表やグラフなどを用いて分かりやすく表現したり、特徴を調べたり、読み取ったりできるようにします。ここでは、目的に応じて表やグラフを選んだり、関連付けたり、読み取ったり、活用したりすることも求められる。第1学年では絵や図を用いた数量の表現、第2学年では簡単な表やグラフ、

第3学年では表や棒グラフを用いた表現や読みを指導します。また、第4学年では資料を二つの観点から分類整理して特徴を調べること、折れ線グラフの読み方や書き方、第5学年では百分率、円グラフや帯グラフについて指導します。さらに、第6学年では、資料の平均、度数分布、起こり得る場合について指導します。

小学校算数科の「数量関係」領域の内容は、「関数の考え」が中学校数学科の「関数」領域と、「式の表現と読み」が中学校数学科の「数と式」領域と、「資料の整理と読み」が中学校数学科の「資料の活用」領域とそれぞれ関連しています。関数領域では、第1学年で比例、反比例、第2学年で一次関数、第3学年で2次関数を扱います。資料の活用領域では、第1学年で資料の散らばりと代表値、第2学年で確率、第3学年で標本調査を扱います。

2 「資料の整理と読み」に関する教材研究の留意点

この領域の内容は、「関数の考え」、「式の表現と読み」、「資料の整理と読み」と多岐にわたりますが、ここでは、「資料の整理と読み」に関する教材研究について述べたいと思います。

「資料の整理と読み」の授業で、児童の意識を変化させることによって成績向上等へ繋がるような教材を扱ってみてはどうでしょうか。たとえば、「朝食を食べると成績が良くなる」、「テレビやゲームの時間が長いと成績が悪くなる」、「家庭学習の時間が長いと成績が良くなる」、「睡眠時間が短いと成績が悪くなる」、「歯磨きをしないと虫歯が多くなる」等の真偽に児童が興味を示すような教材を用いた授業を構想してみたいと思います。参考までに、日本統計学会が2012年11月に行った統計検定4級の問題の一部を紹介します。

かすみさんは「朝食をとると成績がよくなる」という話を聞いて興味をもった。

そのことを確かめるために、朝食についての習慣と前回の数学の試験の点数を、3つのクラスで実際に調査した。調査には全員が回答し、その結果を次のような度数分布表や統計数値で示した。(中略)

この結果から、かすみさんは朝食をとる頻度が多いほど成績がよいと判断した。この判断を支持する材料として次の(ア)、(イ)、(ウ)、を考えた。(中略)「朝食をとる回数が多いほど成績がよい」と判断する理由として、次の①～⑤のうちから最も適切なものを一つ選べ。(中略)

たかしさんは、この結果を聞いて、朝食をとる回数が多いほど成績が良いことは分かるが、朝食をとるから成績が良いとはいいきれないのではないかと考えた。その理由として、次の(カ)、(キ)、(ク)を考えた。(中略) (カ)～(ク)の理由について、次の①～⑤のうちから最も適切なものを一つ選べ。(後略)

このような教材を扱う場合に配慮すべき点として、実際にクラスの児童を対象とした調査結果を用いることは避けることが望ましいと思われます。それは、自分の、あるいは特定の児童の成績がどこに位置するかに意識が向き、それによって嫌な思いをしたり、純粋に算数の問題として集中できなくなったりする危険性があると考えられるからです。したがって、他のある学校の調査結果等として、本当らしい人工データを用いるのが無難であろうと思われます。

参考文献

『統計教育の質評価に利用する問題及び解説【基礎編】』、統計教育大学間連携ネットワーク、2013年3月8日発行。

1.1.2.8 中学校数学 D「資料の活用」領域

1. いまこそ確率・統計！

「学校数学は微分積分を頂点に編成されている」というのは、数学教育の常識と
いってよいと思います。しかしそれは前時代の常識であって、新しい時代のスタート
地点にいる子ども達のための教育として、それでよいのでしょうか？表現や認識
に程度の差こそありますが、おおむねこのような課題意識が、「資料の活用」領域の
出現条件となっているとあって差し支えないでしょう。その実用性から、確率・統
計はこれからの学校数学の主役を担いうる領域であり、来るべき新しい数学教育の
ために、現在、試行錯誤の真っ只中にあります。「なんだか授業がしづらいなあ」と
感じる先生が少なからずいるでしょうが、それはこのような理由のためです。最前
線であるが故の苦難であり、誤解をおそれずにいえば、扱いつらくて当然なのです。

2. 「資料の活用」領域の構造

改めていうまでもないかもしれませんが、日本の算数・数学カリキュラムは「問
題解決」型の指導・学習を教授法(pedagogy)として前提にしています。従って内
容領域の構造を捉えるための一つの方法として、「解決作業のタイプを整理する」と
いう手が使えます。中学校「資料の活用」領域に出てくる作業タイプは、「小集団の
全数調査」、「確率算出」、「大集団の標本調査」になります。これらはそれぞれ1年
生、2年生、3年生に対応します。標本調査が3年生の内容ですから、中学校の統
計教育はそれを目指して構造化されている、といってもいいと思います。

このゴールを達成するためには何が必要でしょうか？まずは、標本調査を通して
明らかにしたい母集団の性質を表現するための概念やテクニックがいります。要す
るに「分布」、「代表値」、「散らばり」、そしてそれらの表現手法や計算手法です。こ
れらは1年生の「小集団の全数調査」によって指導・学習されます。次に、「なぜ標
本の性質を調べただけで母集団の性質がわかるのか？」という疑問に答える必要が
あります。そのためには「大数の法則」の発想が必要で、2年生の内容に「確率」
単元が設定されているのはこうした事情からと解釈できます。「3年生で簡単な標本
調査を扱いたい」というねらいのみでは、ひょっとすると確率概念（特に数学的確
率）まで導入する必要はないかもしれません。相対度数の収束法則さえおさえれば、
標本調査の発想はわかります。しかし、日常生活における使用や高校以降のより本
格的な統計との関連を考えると、ここで確率を取り扱う必要があるというのが現行
カリキュラムの意図ではないでしょうか。あるいは、少し斜めからみれば、次のよ
うにもいえるかもしれません。「統計学は数学ではない」というのは学問数学の世界
におけるある種の常識らしく、それをそのまま学校数学に持ち込んで、「なぜ数学科
で統計をやるのか？」といった議論がなされたりします。一方、学問数学的には確
率論は解析学の一部門となりますから、まぎれもなく数学です。以上から、「『資料
の活用』を数学科に位置づけるために、前回カリキュラムでは『数量関係』にあっ
た確率単元が『資料の活用』の中に移されている」ということができるかもしれま
せん。これは「資料の活用」に限りませんが、多種多様な条件と制約の下で数学カ

リキュラム（そして日々の数学の指導と学習）は成り立っており、往々にして、それらの条件や制約は全く自明ではないのです。

次に中学校「資料の活用」領域と小学校や高校の内容との関係を簡単にみてみましょう。まずは小学校から。小学校1～5年生では集団整理の基礎（グラフの書き方など）が指導・学習され、それに基づいて小学校6年生で中学校1年生の「小集団の全数調査」の小学校版が、統計的な言葉遣いというよりもむしろ日常的な言葉遣いで行われます。また、数学的確率の算出に必要な「場合の数」の考え方の導入も、6年生の内容です。これらの点からみて、現行カリキュラムは小学校と中学校の確率・統計領域における接続を意識していると思います。さらに「割合」は小学校算数きっての難所であると同時に、確率・統計の指導と学習に不可欠な概念です。高校に話しを移せば、統計単位に関しては、数学Iでは集団の性質をより詳細に記述するための新しい概念的な道具が導入され、数学Bでは確率分布に基づくより厳密な推測が展開されます。確率単位については、統計教育的な機能よりは、むしろ「場合の数」や「集合と論理」の応用単位のような役割を担っているような感じもみられなくはないです（数学A）。

3. 教材研究というメチエ

ここまで書いてきたことは、私なりの教材研究の成果であり、「資料の活用」領域に関する一見解でしかありません。明示的には述べていませんが、本考察は「人間学的方法」(cf. Chevallard & Sensevy, 2014) という数学教育研究における一つの立場から行われています。数学を勉強する(study)子どもにとって「数学的な見方・考え方」が重要であるように、数学教材を研究する(study)我々にとって『「数学教育的な」見方・考え方』は大切です。数学教育研究というのは、日々の生活を営む中で無意識に作られた「日常の視点」を離れて、数学の指導や学習に関わる現象を探求するのに特化した「別の角度」から、「ああでもないこうでもない」と考えることだと、私は理解しています。したがって、学習指導要領や教師用指導書や教材事例集をただ読むのでは、教材を研究していることにはなりません。問題はどのようなレンズを通して教材をみるかであり、そのレンズは自らの経験やベテラン教師や学問数学や数学教育研究から提供されます。ぜひ「これは！」と思うような視点から、教科書を分析したり授業を設計したりしてみてください。

現行の確率・統計カリキュラムはいわばサナギのような状態だと私は認識しています。まだまだ未成熟であり、先生方の新しい発明・発見が子ども達のために不可欠です。日本の場合は学習指導要領があるので、どうしても「指導・学習内容は上から降りてくる」イメージになりがちですが、そうではなく「私たちの実践がカリキュラムを変える！」くらいの気概をもって取り組まれるのが素敵だと思います。10年ごとの改定もあることですし。

参考文献

Chevallard, Y. & Sensevy, G. (2014). Anthropological approaches in mathematics education, French perspective. In S. Lerman (ed.), *Encyclopedia of mathematics education* (pp. 38-43). Springer.

1.1.3 単元の目標

「単元」について検討する際は、カリキュラムの構成原理（目的・目標、内容、方法、評価）に照らして考える必要があります。それは、「単元」には内容に重点を置いた「教材単元」と、子どもの経験に重点を置いた「経験単元」という2つの考え方があるからです。算数・数学教育では、これまで以上に算数・数学の社会的有用性が重視されていることを考えると、この2つの考え方を認識しておくことが重要です。

ただし、これらを踏まえつつ、本稿では現行学習指導要領に照らし前者に着目します。

1 「単元」構成の考え方

「単元」とは、内容を“まとまり”のあるものに組織、構成したものです。ここでは、算数・数学の系統性と子どもの発達の段階に照らして“まとまり”がつくられていくわけですが、特に算数における「単元」構成は、教科書に照らしてもその考え方は多様です。ここには、「単元」の中身だけでなく、「単元」の配列も含まれます。子どもの関心や理解の様相などを検討し、これを先生方が共有しながら、子どもの状況に即した「単元」構成がなされていくこととなります。具体的には、教科書を比較することからはじめ、算数・数学教育に関係する文献などを参考にして議論を行うことが大切です。教育現場では実践に直結する書籍等が重視されているようですが、「単元」構成として、“何を”、“どのような順番で”、“どこまで”指導するかは、先生方の経験だけでなく、数学教育学研究の理論にも目を向けることも大切です。

例えば、算数における除法の指導では、等分除が先か包含除が先かという議論が教育現場ではいつの時代でもなされていますが、ここには算数教育の理論があります。中学校では、基本の作図における「垂直二等分線」、「垂線」、「角の二等分線」の指導配列などが考えられます。

2 「単元」の目標と留意点

学習指導要領には、「単元」ごとに目標が示されています。例えば、算数の第4学年〔C図形〕の「C(1) 平行四辺形、ひし形、台形」には次のような記述があります。

- | |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| (1) 図形についての観察や構成などの活動を通して、図形の構成要素及びそれらの位置関係に着目し、図形についての理解を深める。
ア 直線の平行や垂直の関係について理解すること。
イ 平行四辺形、ひし形、台形について知ること。 |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|

「ア」では、学習指導要領解説にも記されているように、「平行」の指導について、「どこまでいっても交わらない」という表現やその意味理解において困難を示す子どもがいることが指摘されています。このような場合は、「平行」の前に「垂直」を指導するといった具体例が示されていますが、このような配慮は、教科書の記述や指導配列を踏まえつつも、教師の力量が発揮される場面だと思えます。「垂直」を先に指導した場合、「平行」は「一つの直線に垂直な二つの直線があるとき、この二つの直線は平行であるという。」と約束されるわけですが、このような場面では、身のまわりにある具体物を活用す

ることも強調されています。ただし、ここでは、平面で考えるべきところを空間で考えてしまう子どもの存在も想定しておかなければなりません。「単元」の目標を考えれば、「単元」の中身についてのさらなる検討が必要でしょう。第4学年のその後の「単元」として「C(2)」(立体図形)があることから、「C(1)」(平面での考察)の導入場面において、「空間での考察」(例えば教室を直方体と見立てたときの垂直)も含めて考えさせ、“今は教室の一つの面(平面)だけで考える”ことを約束して学習を進めることも考えられます。このような指導は、子どもを混乱させるようにも考えられますが、私たちが生活している世界は“空間”であるということを前提に「単元」の中身を考えることも重要でしょう。なお、「イ」では、「単元」の構成として四角形の包摂関係にまで触れるかが問題になりますが、これの考え方も教科書によって違いがあることを念頭に置いて検討することが大切です。

3 「単元」構成における“スパイラル”的な学習の重要性

現行学習指導要領では、知識・技能を確実に身に付けさせるために、“スパイラル”による教育課程を編成することが重視されています。「単元」の目標を達成させるためには、この“スパイラル”に着目することが重要です。例えば、算数の指導では、「分数」は第2学年から扱われ、ここでは操作の結果としての分数表記に重点が置かれ、第3学年以降では、分数の認識が“数”としての認識へと高まっていくことが重要ですが、「分割分数」を「量分数」や「商分数」などの理解へと高めることは難しいといわれています。ここでは「単元」の構成として、分数が徐々に“数”として認識されていくような“スパイラル”的な学習が必要であり、「単元」の中に繰り返して学習する場面を設定していくことが求められます。これは、中学校数学科でも同様です。

4 「単元」における評価の4観点への着目

「単元」の構成では、評価の4観点への着目も大切です。3で例に挙げた「分数」では、四則演算において「技能」(その意味に立ち返らなくても機械的に処理ができる力)に重点が置かれる傾向がありますが、「単元」の中身が「技能」を中心に構成されることはないでしょう。例えば、第5学年の「分数のたし算とひき算」における「単元」構成では、「等しい分数のつくり方」、「通分、約分の意味とその活用」、「異分母分数(帯分数)のたし算、ひき算数の仕方及びその計算」が考えられますが、これを10時間扱いで考えた場合、評価の4観点に照らした指導を計画することが必要です。また、地域によっては1時間ごとの授業目標をより明確化するために、4観点の中の1つか2つを主とした授業目標として設定するようですが、このような考え方に立てば、「単元」の構成において、評価の4観点を1時間ごとに明確にしておく必要があります。ただし、授業目標の達成度を最優先にした授業展開には問題があります。それは、分数の加法における「技能」を目標とした授業で、「通分」の必要性や意味が理解できていない子どもがいるにもかかわらず、授業目標を最優先して「通分」の意味理解に立ち返らない授業があるからです。「技能」の学習の中で、「通分」の必要性を納得する子どもの存在を忘れてはいけません。3で述べた“スパイラル”は、内容だけでなく、評価の4観点にも通ずると捉えることができるでしょう。

1.1.4 単元の指導計画

指導計画について検討する場合には、「単元」をどの学年で指導するか、「単元」を各学年の中でどのように配列するか、また、1つの「単元」においてその中身をどのように構成するかという3つの視点があります。

本稿では、学習指導要領によって指導する学年がある程度規定されていることを踏まえ、後の2つに着目して検討します。

1 学年内における単元の配列

学年内の配列については、中学校数学では第3学年の図形などで教科書による若干の違いが見られますが、小学校算数では6社の教科書によって大きな違いがあります。

具体的には、中学校第3学年の図形では、「図形の相似」、「円周角と中心角」、「三平方の定理」が指導内容ですが、その配列は、どのような問題を扱うかに依存していると考えられます。例えば、「円周角と中心角」の学習の中で相似を用いたり、「三平方の定理」において相似や円の性質を用いたりする問題を扱う場合は、上記のような「単元」配列となります。一方、算数の場合は、子どもの興味、関心や、子どもの理解の段階などを考慮して「単元」配列を工夫しているようです。例えば「数と計算」領域が続くことがないようにしたり、小数と分数との関係や理解の様相などを考慮しての工夫だと考えられます。

小学校の場合を例に、第3学年の指導計画を「単元」ごとに示すと、次のような配列が考えられます。() 内の記述は単元内の最終的な指導内容、[] 内は配当時間です。

①かけ算(被乗数が10を超える場合の乗法) [8] , ②長いものの長さのはかり方(km) [8] , ③時刻と時間(秒) [7] , ④わり算(倍と除法の意味) [13] , ⑤円と球(コンパスの使い方と円のかき方) [7] , ⑥たし算とひき算の筆算(4位数同士の加減計算) [2] , ⑦暗算(2位数同士の加減計算) [2] , ⑧あまりのあるわり算(あまりと除数の関係, あまりのとりえ方) [8] , ⑨大きい数のしくみ(数の相対的な大きさや序列, 系列) [9] , ⑩ぼうグラフと表(棒グラフのかき方や読み方) [9] , ⑪かけ算の筆算(1)(乗法の結合法則) [14] , ⑫重さのはかり方と表し方(既習の量の単位の共通な関係) [10] , ⑬口を使った式(口の値の求め方) [3] , ⑭分数(簡単な同分母分数の加減計算) [9] , ⑮三角形と角(角の大きさの意味) [10] , ⑯小数(小数の加減計算) [9] , ⑰かけ算の筆算(2)(きまりを使った乗法の計算の工夫) [14] , ⑱そろばん(そろばんを使った加減の計算) [5] , ⑲3年の復習 [6]

2 単元内の指導計画

「単元」の中身の指導計画では、「単元」内の指導内容の配列に加え、授業目標を評価の4観点に照らしてバランスよく設定することが大切です。

本稿では、上記の小学校第3学年「⑮三角形と角」を例に挙げますが、内容配列と目標は、次表のようにまとめることができます。なお、目標における「関心・意欲・態度」は、すべての内容に含まれるという立場に立っています。

小単元名	指導内容と学習活動【主な目標】	指導上の留意点	時数
二等辺三角形と正三角形	ア. 二等辺三角形や正三角形の定義や性質を知る。 【知識・理解】【考え方】 イ. 二等辺三角形と正三角形を弁別する。 【考え方】【知識・理解】 ウ. 二等辺三角形, 正三角形を作図する。 【考え方】【技能】	・長さを測る。切ったり折ったり回したりするなどの活動を取り入れる。 ・作図のアイデアとその根拠を追究する。	5
三角形と角	エ. 「角」の意味, 「頂点」や「辺」の用語を知る。 【知識・理解】 オ. 二等辺三角形や正三角形の角を調べる。 【技能】【知識・理解】	・いろいろな長さの二等辺三角形と正三角形を扱い, 一般化をはかる。	3
まとめ	キ. 学習内容を振り返る。		2

次に授業目標と問題提示の関係について, 上記の表の「ア」(定義や性質)を2時間扱いで行う場合を例に考えてみたいと思います。“棒”か“紙”かが大きな着眼点です。

第1時	○本時の目標: 棒でいろいろな三角形をつくる活動を通して, 等辺の数という観点から二等辺三角形や正三角形がどのような図形かを知る。【知識・理解】 (長さが6cmの棒4本と, 長さが10cmの棒2本を子どもに配布する。) ○問題: 「この6本の棒で, 三角形をつくってみよう。」
------------	--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

自由に三角形をつくらせると, 「10, 10, 6」の二等辺三角形と「6, 6, 6」の正三角形をつくる子どもと, 「6, 6, 10」の二等辺三角形を2つ作る子どもに分かれます。パズルのような活動ですが, 子どもたちの話し合いから議論は長さに焦点化されます。計3種類の三角形について, さらにこれを仲間分け(分類)する活動から, 二等辺三角形と正三角形の特徴についての理解を深めることとなります。なお, 分類では新たなものがどこに分類できるのかの判断が重要です。そこで, さらに10cmの棒を1本配布して別の三角形をつくらせ, これを“等辺の数”という観点からどちらに分類できるのかを考えさせていきます。(本時では, 長さが等しいことは棒の移動で行います。)

第2時	○本時の目標: 正三角形の性質を見いだす。【考え方】 (1辺の長さが6cmの正三角形の紙を配布する。) ○問題: 「正三角形には, どのようなひみつがあるだろうか？」
------------	-------------------------------------------------------------------------------------------

子どもは紙を折る活動を通して, 3つの角が等しいこと, 折り目の線から3か所で半分に分れることなどに気づいていきます。次に, 隣の子どもと協力して考えさせると, 裏返したり少し回したりすると同じ形になること, 2枚をつけると四角形ができること, さらに, 4人や6人グループで考えさせると, 4枚で大きな正三角形が, 6枚でおもしろい図形(六角形)ができることなどを見いだしていきます。このことを二等辺三角形の場合と比べながら考えさせ, 次の「イ」「ウ」へとつなげていきます。

【参考文献】

中村享史他(2013)『小学校新教育課程 算数科の指導計画作成と授業づくり』, 明治図書。
久保良宏他(2013)『中学校新教育課程 数学科の指導計画作成と授業づくり』, 明治図書。

1.1.5 単元の評価計画

単元の指導と評価では、「単元の目標」と「単元の指導計画」をふまえて「単元の評価計画」を作成します。

作成に当たっては、『目標と指導と評価の一体化』を図ることが大切です。

1 『評価規準の作成，評価方法等の工夫改善のための参考資料』の活用

国立教育政策研究所教育課程研究センターで作成した次の資料の中に、「単元の評価計画」に関連することがまとめられています。

- 「評価規準の作成，評価方法等の工夫改善のための参考資料【小学校算数】」
- 「評価規準の作成，評価方法等の工夫改善のための参考資料【中学校数学】」
(どちらも，発行は教育出版，平成23年11月)

この資料(以下、『参考資料』とする)には「評価に関する事例」(小学校，中学校とも4事例)も紹介されています。「単元の評価計画」を作成する際，大変参考になります。活用することをお勧めします。

以下，「単元の評価計画」において留意したいこととして(1)，(2)に焦点を当て，『参考資料』から関連する内容を引用してコメントを加えます。

(1) 毎時間の授業で4つの観点全ての評価をする必要はない

20年以上前に観点別学習状況の評価の重要性が強調された頃，「毎時間の授業で4観点の評価をする」ことを前提にした評価計画を多く目にしました。『参考資料』【小学校算数】には，次のような記述があります。

実際に指導を進め，評価をするに当たって，毎時間で全ての児童に対して四つの観点全てにわたって評価資料をとるのは，現実的でなく，また必ずそうしなければならないわけではない。そこで，単元の目標を分析して，各時間のねらいにふさわしい1～2観点到評価項目を精選し，上の「指導と評価の計画」の中に示すこととした。(p.73)

『参考資料』の「指導と評価の計画」では，単元の全ての時間ごとに1～2観点的評価項目が表にまとめられています。そして，単元全体の指導を通して4つの観点全ての評価が行われるようになっています。

教師が無理なく児童・生徒の学習状況の評価できるように，単元全体を見通して評価規準を設定することが大切です。

(2) 評価規準ごとに全ての児童・生徒の記録を取る必要はない

時間ごとに設定した1～2観点について，全ての児童・生徒の記録を取ることも現実的には困難であると考えられます。『参考資料』【中学校数学】には，次のような記述があります。

各事例の「指導と評価の計画」において、評価規準の冒頭に「○」と「◎」の印を付している。「○」については、学習指導の過程における評価を中心とし、原則として全生徒の記録を取ることを前提としていない。「◎」については、単元における総括の資料とするための評価とし、全生徒の記録を取る。「○」についても、学習への取組の様子、ノートの記述などを通して「◎」の評価や単元の総括をする際に参考となる資料が得られることがあるので、必要に応じて生徒の学習状況を記録しておくことも大切である。(p.50)

「授業あつての評価」です。評価のための記録を取るために、授業がおろそかになることのないようにする必要があります。「◎」と「○」を意識した評価計画を作成することが大切です。

2 単元における『目標と指導と評価の一体化』

『参考資料』【中学校数学】では、評価規準の設定例等を適切に活用するためには、各単元の指導と評価の計画を次のように進めることが考えられるとしています(p.49)。

単元の目標を設定する

学習指導要領に示された教科の目標と内容及び生徒の実態等を踏まえ、既習事項との関連等、指導内容の系統性に配慮して単元の目標を設定する。

単元の評価規準を設定する

単元の目標と第2編に示した各領域の評価規準に盛り込むべき事項を基にして、単元の評価規準を設定する。

学習指導に対応して評価規準を設定する

単元の目標と評価規準及び第2編に示した評価規準の設定例を基に、小単元や各授業時間の指導の目標を設定し、それに対応させて評価規準を設定する。評価規準の設定例の中には、そのまま位置付けることができるものもあるが、学習指導の進め方との関係で1つの評価規準を2つ以上に分割して設定することや、学習指導で取り上げる問題や教材等との関係で評価規準を設定することも考えられる。

このように、単元の目標を設定し、それに対応させて単元の評価規準を設定します。評価は大事ですが、目標にないことについて評価する必要はありません。『目標と評価の一体化』です。このことをふまえて、評価計画の作成自体が大きな負担になることのないようにしたいものです。

単元の評価規準を基に、学習指導に対応した評価規準を設定します。『指導と評価の一体化』です。これによって、目標と指導と評価が一体化されます。

以上のように単元の評価計画を作成することを通して、教師が無理なく、見通しをもって児童・生徒の学習状況を評価できるようにします。 [旭川校・相馬]

1.2.1 基本とする指導過程と授業づくりの流れ

1 基本とする指導過程

(1) 問題解決型指導とは何か？

学習指導要領において算数・数学科の目標は、基礎的・基本的な知識・技能を確実に身に付け、数学的な思考力・表現力を育て、学ぶ意欲を高めることを意図して設定されています。そして、その目標を実現するための指導の方法として、授業では問題解決型指導を行うことが広く知られています。

問題解決型指導とは、大学の講義で行われがちな学習者に知識を伝達するだけの指導ではなく、学習者自身に問題解決をさせることによって数学の知識や考え方の獲得を図る指導のことです。一般に、問題解決型指導による授業の展開は次の順で行われます。

- ①発問：問題の把握
- ②個人追求：各自による問題の解決、グループによる問題の解決
- ③全体追究：各自の解法の発表、確認、比較、共有
- ④まとめ：本時の学習内容のまとめ、さらなる疑問の確認、練習

しかしながら、形式的に上記のような授業展開をすれば問題解決型指導になるかという、そういうわけではありません。つまり、問題解決型指導の本質は上記のような授業展開にあるのではなく、実は学習者が「問題を解決すること」そのものにあるのです。

(2) 問題とは何か？

問題解決型指導の本質が、学習者が「問題を解決すること」そのものにあるならば、授業において扱う「問題」は授業の核になる重要なものになります。では、そもそも「問題」とは何でしょうか。例えば、中学校第1学年の平面図形の指導において、扇形の定義をした後に次の問題を発問したとすると、この問題は問題といえるのでしょうか。もっと言えば、算数・数学科の問題解決型指導の授業で扱うべき問題といえるのでしょうか。

問題 半径が5cmで、中心角が次の扇形をかきましょう。
(1)50° (2)180° (3)300°

辞書に基づけば、「問題」には次の4つの意味があります。

- ア. 知識・思考力などを試す目的で相手に答えを求める質問。「試験——」
- イ. 議論・研究・考察の対象となる事柄。「——はその手段だ」
- ウ. 解決に困る面倒な事柄。「そんなことになったら大——だ」
- エ. 世間の注目を集めている事柄。「——の人物」

(引用：森田健二他(1993).『集英社国語辞典』.集英社.)

上記の意味の中から、問題解決型指導の授業で扱うべき問題の意味を明らかにするために、「なぜ問題解決型指導を行うのか」から遡ってみます。なぜ問題解決型指導をするのか。それは、算数・数学科の目標を達成するためです。では、なぜ算数・数学科の目標を達成する必要があるのか。それは学校教育では子どもの「生きる力」を育むことを目標としているからです。「生きる力」とは、荒く要約すれば「困難に直面したときに、既習の知識・考え方をを用いて問題解決に取り組み、それでも解決できない場合にはさらに学

ぶことで問題解決に取り組むことができる力」のことで。つまり、問題解決型指導は、将来困難に直面したときに問題解決に取り組むことができる力の育成を目指しているのです。従って、生きる力の育成という面からみれば、問題解決型指導の授業で扱うべき「問題」の意味はイやウになります。即ち、「学習者が本当に解決に困り、かつそれが考察対象として数学的に価値がある事柄」が算数・数学科の問題解決型指導の授業で扱うべき問題です。試験で得点を取ることを目的にしているわけではないから、アの意味ではないのです。

「問題」の意味を上記のように捉えれば、授業で扱う問題を検討する際には、特に次の3点について留意したいものです。

①子ども達が困る問題ですか？

:「困る問題」というのは、計算や問題設定が複雑というような悪問のことではなく、数学的に解決に困難がある問題のことである。

②数学的に価値のある問題ですか？

:その問題を解決することでどんなありがたいことがあるのか。(どんな知識・技能を身に付けられ、どんな考え方を育てられ、どんな面白さがあるのか。)

③子ども達が解決する必然性のある問題ですか？

:子ども達はその問題を解決しなければいけない理由は何ですか。(主体的に取り組めますか。また、後の学習のための準備のためだけの問題になっていませんか。)

上記の3つの要件を満たした問題を発問することで初めて問題解決型指導はその真価を発揮することができます。つまり、その後の個人追求、全体追究、まとめが算数・数学科の目標を達成するために有効に機能するのです。しかしながら、上記の3つの要件を満たした問題を発問することは決して容易なことではありません。故に、問題解決型指導の授業で扱う問題を検討する際には教材研究が必須なのです。

2 授業づくりの流れ

(1) 教材研究とは何をすることか？

教材研究とは授業を行うための下準備である。従って、授業の目標をどう設定するか、目標達成のためにどんな発問をするか、想定される子どもに解法はどのようなものか、どんな手立てを準備するか、どんな結論にたどり着くか、目標の達成をどう評価するかといった事柄は教材研究ですべきことです。しかしながら、授業をどう行うのかだけを検討していただければ、1.で述べたような問題解決型指導で扱うべき問題を見出すことは困難です。故に、教材研究においては、授業をどう行うのかを検討する前に、もう一段階やるべきことがあります。それは、教師自身が数学を探究することです。

教師自身が数学を探究するとは、例えば、平面図形の作図を指導するならば、いろいろな図形の作図をしてみてもいいでしょう。ある図形をいろいろな作図の仕方でもいいでしょう。条件を制限して作図してみてもいいでしょう。作図の正しさを証明してみてもいいでしょう。このような活動をしていると、新たな発見や、新たな疑問が見えてくるものです。その新しく見えてきたことに対して、さらに追究する。教師自身によるこの一連の取り組みが「教師自身が数学を探究すること」なのです。この一連の活動を通して、教師自身が次のような事柄に気付くことができます。

①数学の楽しさを見つける。

：困難に直面する。試行錯誤する。そして解決する。この過程そのものの楽しさを味わえるだけでなく、探究した数学の内容のどんなところにどんな面白さがあるのかを見つけることができる。

②新しい数学を見つける。

：問題解決を通して、考察した事柄の規則性や性質が見えてくる。

③新たな問いを見つける。

：ある事柄を解決してもよりよく解決したいという欲求（例えば、より簡単に解決したい、別の条件でも成り立つのか、一般化するとどうなるのか、等）から次の問いが見えてくる。

④既存の数学が必要な場面を見つける。

：問題解決の中で、数学の概念や性質、証明の練習問題でとり挙げられているような関係式などが必要になる場面を見つけることができる。

算数・数学科における問題解決型指導とは、「学習者が数学を探究する」と同義です。従って、学習者が数学を探究できる授業を実現するためには、教師自身はまず子どもが学習する数学の内容に対して探究する必要があります。そして、その活動によって得られた上記①から④の教師自身の気づきをもとにして、子ども達がそれを追体験できるように次のような観点で授業を設計していくのです。

①'どんな困難があり、どんな楽しさを味わうことができるのか。

：困るところを問題に設定する。困難が想定される場所に対する手立てを検討する。数学的に面白いところを問題解決で体験できるように組み込む。

②'どんな数学の内容を見つけて、どんな数学の体系を作ることができるのか。

：最終的にどのような数学的な結論・まとめにするのか検討する。それに到達することを目指した目標を設定する。

③'どんな数学の内容につなげていくことができるのか。

：次時につなげるために、どこに着目させ、どんな問いを持たせるのかについての検討。

④'どんな数学の知識・考え方が必要になるのか。

：前時まで既習であるべき学習内容の検討。振り返るべき事柄の検討。

以上のように、問題解決型指導の授業の実現を目指した教材研究は次の2段階で行われます。

ステップ1：教師自身が数学を探究する。

ステップ2：教師自身の探究に基づいて授業を設計する。

(2) 教材研究における数学の探究の仕方の一例

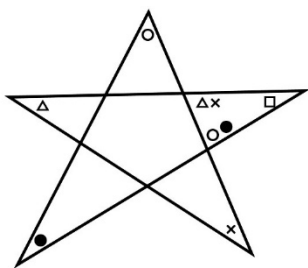
(1)において、教師自身が数学を探究する必要があることを述べましたが、では具体的にどのように探究をしたらよいのでしょうか。探究の観点はいろいろありますが、紙幅の都合で多くを示すことはできないので、本節では中学校第2学年の図形の単元で扱うことのできる「星形の先端の角度の和」についての探究を一事例として示すとどます。ステップ2の授業設計については1.2.2から1.2.8において詳説されます。

1 問題を解く

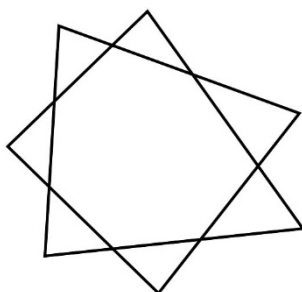
例えば、図1のように、先端の角度を1つの三角形に集めて、先端の枠の和が 180° であることを導いたとします。

2 別の場合を考える

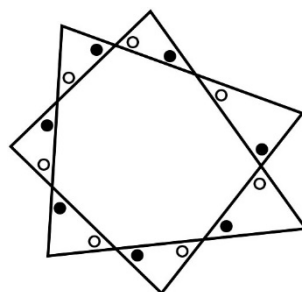
先端が5個の場合から発展させて、先端が7個や9個の場合について考えてみます(図2)。すると、上記の方法は上手く適用できません。そこで、先端がいくつの場合でも適用できる方法として、「(先端の角度の和)=(周りの三角形の角度の和)-(中央の多角形の外角の和) $\times 2$ 」を見い出します(図3)。その結果から、星形の先端が n 個(n は5以上の奇数)の場合の先端の角度の和は、一般に、 $180^\circ \times n - 360^\circ \times 2 = 180^\circ \times (n - 4)$ で求められることを導きます。



【図1】



【図2】



【図3】

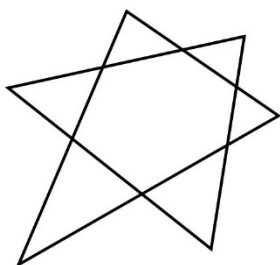
3 さらなる一般化を考える

では、先端の数が偶数個(先端が6個や8個)の場合はどうなるのか(図4)。すると、先端の数が偶数個の場合も上式が成り立つことが分かります。よって、5以上の整数 n について、星形の先端の角の和は $180^\circ \times (n - 4)$ で求められることが分かります。

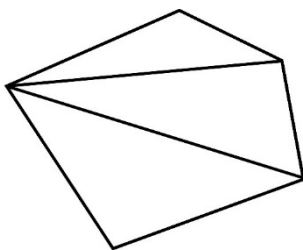
4 式の意味について考える

次に、 $180^\circ \times (n - 4)$ の式の意味について考えてみます。この式は、先端の数が1つ増えるたびに、角の和が 180° ずつ増えることを意味しています。では、先端の数が増えるたびに増えている 180° の正体は何か。図形において 180° の増加はどこに表れているのか。

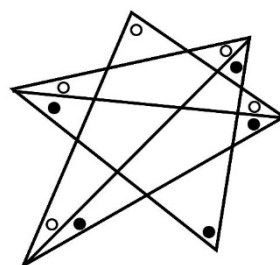
多角形の内角の和は、 $180^\circ \times (n - 2)$ で求められた。この式の 180° の正体は三角形の内角の和でした。つまり、 n 角形は $(n - 2)$ 個の三角形に分割できました(図5)。それをもとに考えてみると、「先端が n 個の星形」は「 $(n - 4)$ 個」の「先端が5個の星形」に分割できることが分かります(図6)。つまり、 180° の正体は先端が5個の星形の先端の角度の和であり、先端の数が1つ増えるたびに、先端が5個の星形が1つ増えているのです。



【図4】



【図5】



【図6】

1.2.2 本時の目標

1 単位時間の授業は、「本時の目標」を達成することをねらいとして行われる教師の意図的な営みです。そのため、教師は単元の目標を踏まえ、本時のねらいを明確にして指導に当たることが大切です。

1 本時の目標設定までの流れ

① 単元の目標を設定する

学習指導要領に示された教科の目標と内容及び生徒の実態等を踏まえ、既習事項との関連等、指導内容の系統性に配慮して単元の目標を設定します。

② 単元の評価規準を設定する

単元の目標と各領域の評価規準に盛り込むべき事項を基にして、単元の評価規準を設定します。

③ 単位時間の目標及び評価規準を設定する

単元の目標と評価規準及び評価規準の設定例を基に、各単位時間の指導の目標を設定し、それに対応させて評価規準を設定します。

【単元の指導計画】

時間	学習内容	評価規準			
		関	考	技	知
1		○	○		
2	…		○		○
3	…			○	
8	…			○	
9	…		○		

- ・単元の指導計画を作成する際には、単元を通して、4観点をバランスよく位置付けることが大切です。
- ・各時間の観点を1～2に絞り、指導の重点を明確にします。

2 本時の目標の設定

本時の目標の設定に当たり、次の点に留意することが大切です。

- ・本時の目標の観点を1～2にして、重点を明確にする。
- ・目標をできるだけ具体で示す。

(1) 本時の目標の観点を1～2にして、重点を明確にする

指導案によっては、本時の目標が一文であっても、複数の観点が示されているものがあります。一単位時間にあまりに多くの目標や評価の観点があると、指導の焦点が曖昧になったり、評価を行うこと自体が大きな負担となり、評価結果を後の指導に生かすことができなくなったりするおそれがあります。

「評価規準の作成、評価方法等の工夫改善のための参考資料【中学校数学】」には、次のような記述があります。

1 単位時間の中で4つの観点全てについて評価規準を設定し、その全てを評価し学習指導の改善に生かしていくことは現実的には困難であると考えられる。教師が無理なく生徒の学習状況を的確に評価できるように評価規準を設定し、評価方法を選択することが必要である。(p 14)

評価結果を記録する機会を過度に設定することのないよう、各観点で1単元(題材)内で平均すると1単位時間当たり1～2回の評価回数となるよう指導と評価の計画を示した。(p 15)

本時の目標の観点を1～2に絞り、指導の重点化を図ることが大切です。他の観点について、触れないというわけではありませんが、教師は何を重点とするかを明確にして指導に当たることが大切です。

【例1】小学3年「□を使った式と図」

倍の考えをもとに数量関係をテープ図などを用いて考え、未知の数量を□として式に表し、□にあてはまる数を求めることができることをねらいとして、〈目標①〉を設定しています。

〈目標①〉

乗法の場合において未知の数量を□として式に表し、□にあてはまる数を求めることができる

この〈目標①〉の評価の観点として、次の3点が挙げられます。

- ・数量の関係をとらえて□にあてはまる数の求め方を考えている。(考)
- ・□を使って式に表し、□にあてはまる数を求めることができる。(技)
- ・□を使った式の表し方や□にあてはまる数の求め方を理解している。(知)

そこで、3つある評価の観点のうち、「数学的な考え方」に絞り、子どもが数量の関係を□を用いた式で表すことができればよいということに重点を置くと〈目標②〉が考えられます。

〈目標②〉

乗法の場合で、数量の関係を□を用いた式で表すことができる。(考)

観点を絞ることにより、指導の重点が明確になるとともに、評価がしやすくなり、指導の改善につなげることができます。

(2) 目標をできるだけ具体で示す

本時の目標を実現している子どもの学習状況が、具体的にどのような状況であるかを踏まえて目標を設定することが大切です。本時の目標を具体で示すことにより、指導のポイントが明確になるとともに、子どもの学習状況を的確に評価し、指導の改善につなげることができます。

【例2】中学3年「文字と式」

乗法公式や因数分解を用いて、数の性質を調べることをねらいとして、〈目標③〉を設定しています。学習内容として、「連続する二つの偶数の積に1をたすと奇数の2乗になる」ことなどが挙げられます。

〈目標③〉

式の計算や因数分解を利用して、数の性質を調べるができる。

この〈目標③〉の、「調べることができる」ことについて、生徒が目標を実現している姿を具体的に表すと、「数量や数量の関係を帰納や類推によって捉え、文字を用いて説明することができる」と表すことができ、〈目標④〉が考えられます。

〈目標④〉

2つの数の関係を帰納や類推によってとらえ、文字式を使って説明することができる。

なお、ここでいう「説明」とは、単に説明がかけたことだけを意味するものではなく、その内容を、相手に分かりやすく伝えることも意味しています。

〔釧路校・西村〕

1.2.3 本時の導入問題

45分あるいは50分の授業は、普通いくつかの段階に区分して計画を立てます。この計画のための区分には様々なものがありますが、ここでは最も荒い「導入・展開・整理」の3段階を念頭に置くことにします。

このはじめの「導入」として、「前時の復習」を組み入れた授業も見かけますが、既習事項の想起も加えながら、本時の学習内容を含む問題を提示することによって本時の導入を図ることもできます。この後者での問題を「導入問題」と呼んでおきます。

1 導入問題の役割

導入問題には、以下のような役割が期待できます。

- (1) 学習内容に興味・関心をもたせる。
- (2) 学習内容についてのさまざまな見方・考え方を引き出す。
- (3) 本時に学習する事柄の意味や意義に目を向けさせる。

(1) 「学習内容に興味・関心をもたせる」について

例えば、割合の学習でジュースを作る場面を利用する場合、子どもたちに興味・関心をもたせるために、実際にジュースを作るなどの工夫をしたりすることもあります。その是非はおくとしても、そこで子どもが興味を示したとするなら、それは割合概念にあったのか、それともジュースにあったのか（子どもたちにとっての本時の学習が「ジュースの作り方」であったのか、「割合」の学習であったのかという問題）。

学習内容のどのようなところに興味・関心をもたせたいかを明確に意識する必要があります。割合は、量に対して質を表すことができるといわれます。飲み物の味、動きの速さなどを表す、また、それにより質をコントロールすることができる、このような側面に関心をもたせようとするならば、日常使われる割合を題材にすることも考えることができるでしょう。

一方、学習内容に関心をもたせる目的の一つが、「多くの子どもたちが学習に参加できるようにするため」であるならば、学習活動にかかわりやすくすることと考えてもよいでしょう。そのために、子どもたちが見通しをもつことができるような問題やその提示方法を工夫するとよいこととなります。

見通しは、「結果（答え）の見通し」と「方法の見通し」の二つに分けることができます。前者であれば「答えはおよそ・・・くらい」として問題にすることもできます。また、いくつかの中から選ばせることもできます。ある問題に対する答えが「正しいかどうか」や、ある図形・数の大きさなどが「同じかどうか」を問う問題もその一種でしょう。いずれにしても、導入段階での問題に対して子どもたちに抱いてほしいことは「暫定的結論」や「暫定的方法」であり、それはその後の学習を「展開」につなぐためのスタート地点に過ぎない（したがって、割合の学習で実際にジュースを作らせる、といったことは直接かかわらない）と考えられます。

(2) 「学習内容についてのさまざまな見方・考え方を引き出す」について

「導入問題」に対して「暫定的結論」や「暫定的方法」が得られているのであれば、そして、それが「決定的結論」などでなければ、そこにはかならず人により異なる考え方が介在していると考えてよいでしょう。この「人による見方や考え方の違い」が

「展開」の段階できわめて重要になってきます。それは、これらの違いを明確にして適切な見方・考え方を取り出すことが、本時の学習内容の理解や「指導目標」に到達することと直接かかわるからです。

よく行われる「予想」は、この「暫定的結論」を引き出すための一つの工夫といえます。また、子どもたちの予想が割れるという状態が好まれるのは、その裏付けとなる見方や考え方の違いが、子どもに意識されやすいことによると思われる。

(3) 「本時に学習する事柄の意味や意義に目を向けさせる」について

数学的知識や技法は、人間が長い時間をかけて作り出してきたものであり、その背後には、それらを何らかの事情で必要とした理由があります。また、それらは、必要に応じるために、実際に使用してきたものと考えてよいでしょう。これは、学習の場合でも同じと考えることができます。

つまり、「そこで学習される内容は学習者にとっても必要なこと（必要感）であり、それなりの利用が前提とされている」、これが学習内容のもつ意義・意味です。「導入問題」をきっかけとする学習活動は、そのような意義・意味に目を向けるきっかけにもなると考えられます。ただし、「必要性」は日常生活への必要性とは限りません。既に学習してきたこととのかかわりでも必要性を感じることもあるからです。

例（小学3年「同分母分数の加法」）

$1/5 + 2/5 = 3/10$ と考えました。正しいでしょうか。

この導入問題では「必要性」が明示されていません。しかし、これまでの学習の中では、数とあわせて必ず計算を学習してきました。また、ここでの加法は算数での基本的な加法の意味である「合併」として容易に意味付けできます。この背景があれば、「5等分した1つ分」と「5等分した3つ分」とを合併させたら（合わせたら）、どれくらいの大きさになるか、という問題として、子どもたちにとっても、把握できると思われる。

この問題を、次のような問題とした場合と比較すれば問題の特徴が明確になります。

$1/5 + 2/5$ は、いくらでしょうか。

このようにした場合であれば、子どもたちには「暫定的解決」や「暫定的方法」には結びつけにくいと思われる。

また、これを実際に、水 $1/5$ カップと $2/5$ カップで意味付けすると、実験すれば解決してしまうため、本時の学習内容に向けて子どもの考えを引き出すことが困難である（考える必要性がない）ように思えます。

2 まとめ「導入問題の役割－教育の目標とのかかわり」

算数的・数学的活動の大部分は問題解決活動（特に思考活動）です。そのためには、子どもたちをこの活動に巻き込む（受動的→主体的）ことが重要になります。これが役割の(1)です。もちろん、すべての子どもに、同じようにかかわらせることはかなり困難ですが、できるだけ多くの子どもたちを巻き込む必要があります。そのための「暫定的解決」や「暫定的方法」なのです。また、このような学習活動を通じて、いわゆる陶冶的目的（数学的な見方や考え方、表現力等を身につける）の実現をも図ることが求められます。これが役割(2)になります。さらに、「文化的目的」（文化遺産の継承・発展といわれる要素）が役割(3)になるのです。

[釧路校・杉山]

1.2.4 本時の課題

ここでは、本時の導入問題での「暫定的解決」や「暫定的方法」を出発点として、暫定的でない解決や方法を求めるために、解決する必要があるものとして子どもたちから引き出された課題を「本時の課題」と呼んでおきます。導入問題が考えるきっかけを与えるものであるとすれば、課題は子どもたちが自分たちで考え、解決する必要がある問題として明確に意識しているものといつてよいでしょう。

課題は本時の学習内容・指導目標に直接かかわるものです。また、同じ学習内容であっても、指導目標や教材解釈によって大きく左右されるものでもあります。

以下では、「本時の課題」の扱いについて、具体的な事例を通じてみて行きたいと思います。また、課題を焦点化するために、見方や考え方などに制限をつけたりすることもあります(例えば、分数計算の仕方を考えるのに数直線を使って、など)。

例 中学2年 「一次関数」の単元

1 単元の概要

(1) 一次関数のグラフから関数を表す式を求める

式で与えられた関数「 $y=2/3x+2$ 」のグラフとして、誤答「 $y=-3/2x+2$ 」のグラフを提示し、正しいかどうかを判断させる問題(導入問題)から導入し、その後、誤答のグラフはどのような関数であったか、という課題に入る流れです。

グラフから切片と傾きを読み取る方法とその定着問題の後、発展として切片が読み取りにくいものに移ります。

発展問題に移行したところで学習がストップし、できた子どもの発表だけで終了(aとbの連立方程式用いる方法を発表させ、次時につなぐ)します。

(2) 題材について

関数は、「式、変化表(対応表)、グラフ」の3種類の表現方法を駆使して扱いますが、本時まででは、「式から表・グラフ」という方向で、「グラフのかき方」として学習済みと思われます。そうであれば、グラフから式を作る際には、「かき方」を参考とすることが自然ではないでしょうか。

本時の問題には、「 $y=2/3x+2$ 」のグラフが提示されたものとは違うので、正しいグラフがどうなるかという問題がつきまといきます。それを取り上げて、グラフのかき方を意識させることも可能でしょう。その後、「このグラフはどんな関数だろうか」として本時の学習内容に入ることもできるようにされます。

(3) 一次関数について

関数は一般に「式、変化表、グラフ」の3つの方法で表現されます(式化されるのは比較的まれ)。一次関数を式表現した場合には、 $y=ax+b$ となります。aは、ここでは単に「1次の項の係数」というに過ぎず、bは「定数項」であるに過ぎません。

変化表と合わせてみた場合に、はじめて、aは「変化の割合」、bは「 $x=0$ のときのyの値」という意味をもちます。ここでは、bは特別な意味をもっていないのです(「 $x=0$ のときのyの値」は必ずしも特別な意味をもたないから)。

グラフとこれらを合わせてみた場合、 a はグラフ（直線）の傾き（勾配）という幾何学的な意味をもちます。また、 b は y 軸とグラフとの交点という幾何学的な意味をもつのです。

したがって、「 $y=ax+b$ 」という式表示を決定するには、1 次項の係数と定数を定める（式）、変化の割合と $x=0$ の時の y の値を定める（変化表）、勾配と切片を定める（グラフ）という 3 種類のアイディアが可能になります。この二つ目は必ずしも $x=0$ のときの値である必要はないことは、式からグラフをかく学習で経験済みのはずと思われる、本時も同じアイディアが利用可能です。

2 この問題（式を決定する）の見方・考え方について

「グラフを平行移動して・・・」という考え方は、「正確でないから」としてよくないとされることもありますが、グラフを移動して扱うことそれ自体はよい考え方であると考えます。実際に、グラフについて調べる場合には、座標軸の移動などの方法もあります。ただ、それによって、何がわかるのかが明確になっていけばよいと思うのです。この問題の場合であれば「傾き」は、それでわかる（と考えてよい）から、「切片」だけが問題になり、そのためにはどうすればよいか、という焦点化ができるはずです。

平行移動によってもある程度わかるが、「正確かどうかわからないからだめだ」とするのもあるとは思いますが、グラフの図形的な扱い（平行移動）だけでなく、計算だけでもできる、という扱いもあります。あるいは、切片を傾きと直線上の格子点の一つとから比例配分でも求めることができます。したがって、どの方法がよいか、という比較が可能になる状況だと思うのです。

3 本時について

上記のように見た場合、この時間では「一次関数のグラフで、傾きがわかった場合、切片を求めるにはどうすればよいか」に焦点を当てる方がよいように感じます。

ただし、傾きはグラフの平行移動でもわかるので、「平行移動」という発想は必ずしも拒否され得ないものです。そこまで焦点を絞る場合、本時の目標も変化すると思われるし、いわゆる練り上げのねらいもはっきりしてきます。

関数は重要ですが、抽象的な概念であるから様々な表現方法を駆使して扱うことが必要な内容と考えられます。変化表とグラフ、式の 3 種類を必要に応じて利用できるようにすることが、この領域の主眼であり、特にこの時期は、それらを意識的に使うことができるようにしたいものです。

4 課題の変更の提案

以上から、「2 点が与えられたときに、グラフがその 2 点を通る一次関数の式を求める」という教科書の指導内容については、導入問題を経て、次のような課題の設定が考えられます。

- i (切片が読み取れないグラフに対して) このグラフの式を求めよう。
- ii (グラフを与えて) 一次関数のグラフで傾きが分かった場合、切片を求めるにはどうすればよいだろうか。

注意したい点は、グラフだけではなく、対応表などの利用も促すことが必要であるということです。

[釧路校・杉山]

1.2.5 個人思考(机間指導)での教師の働きかけ

1 机間指導のはたらき

机間指導は、一斉指導やグループ指導において、「理解に苦しむ子どもを発見せんがため（及川 1912）」のように、学習者情報の収集・診断に基づく個別指導（助言・指導）と、次の集団解決の再計画等の重要な機能をもっています。

① 観察：

- ・子どもの学習進度，つまずき等の理解状況を観察・情報収集し，実態を把握する。

② 診断・評価：

- ・一人ひとりの子どもの学習理解を観察し，対応を必要とする子どもに，その場で「個別指導」するか，「集団解決」に反映させた方がよいかを判断（診断・評価）する。対応を必要とする個々の子どもの学習に丁寧な添削に専念すると，机間指導・集団解決は成立しなくなる。

③ 集団解決の話し合いの構想・準備：

- ・診断・評価に基づき授業計画とのズレを修正し，子どもの考えを活かしたりリアルタイムな集団解決の授業展開を計画・準備する。

2. 机間指導の方法

(1) 授業前の準備

指導意図とそれに即した学習活動の予測に基づき，学習の到達度，つまずきなどの学習の理解状況，学習方法，解決方法などの多様性を診断・評価する観点と併せて，観察・診断の指標となる子どもや，個別指導を必要とする子どもの学びを教材研究・指導案作成時等の授業前に明確にします。

(2) 机間指導における子どもの学びのとらえ

① 解決の学習内容

(ア) 受け入れうる解決の学習内容 [本時のねらいとする考え]

(イ) 要修正……即修正の必要な解決の学習内容

……この後，学級全体にて集団解決した方がよい解決の学習内容

② 解決方法・解決過程

(ア) そのまま継続して解決を進め
てもよい解決方法，解決過程

・いいことに気がついたね

(イ) 正しい答が書かれているが，
思考過程が不明確

・支援：「あなたの考えは，……」

(ウ) 既習事項の活用による考えであるが本時のねらいには修正が必要	<ul style="list-style-type: none"> ・支援：「あなたのいいたいことは……ということ？」などと発言・発表準備を補助
(オ) 解決途中で、つまづいている	<ul style="list-style-type: none"> ・「どのように考えたの説明して〔解明〕」 ・「〇〇君と比べてごらん」
(カ) 意味を取り違えてわからない	<ul style="list-style-type: none"> ・解明：「なぜそう考えたの」「教科書のどこから……」「具体的には……」「あなたの言葉でいうと」等考えの根拠を尋ねたり具体化したりして吟味。 ・学級全体へ
(キ) 子どもから質問……	<ul style="list-style-type: none"> ・受け入れ：その場即答・説明・指導 ・受け入れ：即学級全体へ説明・指導 ・受け入れ：〔質問確認後〕「よい質問ですね、もう少しよく考えてみよう」
(ク) 全く手が出ない様子の子ども（解決方法・過程）	<ul style="list-style-type: none"> ・「〇〇君をみてごらん」 ・指示：「ここはどうしたらいい？」と、子どもの活動を方向付け。
(ケ) 解決が終了し、手持ち無沙汰	<ul style="list-style-type: none"> ・発表準備 ・もう一つ他の考え方はないか ・全く手の出ない子どもへのメンター「〇〇君に応援してあげて」（ピアラーニング）」

(3) 集団解決の話し合いの計画・準備

机間指導では、予め「集団解決（討議）」で指名する考えの子どもを選び、指名や討議順序を計画・準備することが大切です。

まず、集団解決に向け、「要修正」の考えを、前記(ア)～(ク)のような視点で整理します。次に、対応を必要とする考えや対立・分化している子どもの考えを学級全体に反映させ、討議(吟味・検討)し正答へ向かうための順序を検討します。さらに、集団解決に向けて、発表指名予定の子どもに小黒板等に予め板書させておくなどもよいでしょう。

[参考文献] 及川平治（1912）分団式動的教育法，弘学館。

1.2.6 集団解決(練り上げ)での教師の働きかけ

1 集団解決(練り上げ)のねらい

集団解決(練り上げ)のねらいには、次の3つがあげられます。

- 子どもたち一人ひとりの解決を認め合い、その個人思考をもとに学級全員で協力してよりよい解決へ
- 多様な考えを知り、それらに関連づけ、より豊かで確かな理解へ
- 学習をまとめ、次に取り組むべき課題を見通す (伊藤, 2013)

集団解決(練り上げ)について、次の事例をもとに考えていきたいと思います。

【ねらい】 小学校学習指導要領 算数5年「A数と計算」

- (4) 分数について理解を深めるとともに、異分母の分数の加法及び減法の意味についての理解を深め、それらを用いることができるようにする。
 イ 整数の除法の結果は、分数を用いると常に一つの数として表すことができることを理解すること。

1. 問題の提示

「2mの長さのテープを3等分すると、1本の長さは何mになるでしょう。」
 [2メートルのテープを黒板に掲示]

2. 問題の解決(個人思考)

(a)	(b)	(c)	(d)	(e)
$200 \div 3 = 66.6\cdots$ 67cm	$2 \div 3 = 0.666\cdots$ 0.67m	$2 \div 3 = 0.6\text{あまり}0.2$ 0.6mあまり0.2m	$1 \div 3 = 1/3$ 1/3m	$2 \div 3 = 2/3$ 2/3m

3. 集団解決(練り上げ)

練り上げ方略：「

(a) 要修正	(b) 要修正	(c) 要修正	(d) 要修正	(e) 適 $2 \div 3 = 2/3$ $\Rightarrow 2/3 \times 3 = 2$
---------	---------	---------	---------	-------------------------------------------------------------

4. まとめ [a ÷ b = a / b]

5. 練習問題(ワークシート)

2 子どもたちの多様な解決の予測と整理

授業の計画・指導案作成段階において、子どもたちの多様な解決方法・過程を予測します。予測の視点として次のものがあり、机間指導時の観察の視点ともなります。

- そのまま受け入れられる考え [本時のねらいとする考え] ……(e)
- 修正が必要な考え
 - [既習事項活用による考え] ……(a) (b) (c)
 - [誤りや欠落、解決途中等の考え] ……(d)

3 集団解決(練り上げ)

集団解決(練り上げ)においては、以下の2点を指導案作成時に検討しておくことが大切です。

(1) 集団解決（練り上げ）における検討の方略

集団解決（練り上げ）における検討の方略（「 $2 \div 3$ で求めた答えは、3倍したら元の2になるだろうか」）は、本時のめあて（「整数の除法の結果は、分数を用いると常に一つの数として表すことができる [$a \div b = a / b$:有理数] ことを理解する」）から決定します。この他にも、「次時以降に学習する考えに繋がる考えの選択」等があります。

(2) 集団解決（練り上げ）において取り上げる考えの検討順序

集団解決（練り上げ）において取り上げる考えの検討順序は次を基本とします。

- | | |
|------------------------------|-----------------|
| ① 修正が必要な考え〔既習事項活用による考え〕 | (a) → (b) → (c) |
| ② 修正が必要な考え〔誤りや欠落、解決途中の考え〕 | (d) |
| ③ そのまま受け入れられる考え〔本時のねらいとする考え〕 | (e) |

〔既習事項活用による考え〕の計算過程・結果は、ほぼ全員が共通理解できる可能性のある考え方であり、計算過程について修正の必要の有無を集団で検討することができます。さらに、〔既習事項活用による考え〕がいくつかあるときは、全員で検討する可能性の大きいものから取り上げます。1番先に、③のそのまま受け入れられる考え〔本時のねらいとする考え〕を検討すると、その後の検討が不要となってしまうことがあります。

4 集団解決（練り上げ）前に「集団解決・練り上げ準備活動」を設ける

集団解決（練り上げ）では、個人思考直後に(a)～(e)を考えた子どもにそれぞれ発表させ、協議・検討を進めることが多いですが、個人思考において(a)～(e)の考えがでてきたとき、次のように協議・検討する方法もあります。（斎藤，1958）

- | |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| ① (a)～(e)を考えた各々の子どもたちに黒板・小黒板に板書させ学級全員に提示する。 |
| ② 一人ひとりの子どもは、黒板・小黒板に書かれた(a)～(e)の計算方法から一つ選び、その計算した考え方を想像しながら、自分もその道筋を辿り、ノートに計算したり、文章に書いたりする追・再計算の「集団解決・練り上げ準備活動」を組み込む。 |
| ③ 発表は、追・再計算した子どもに行わせ、学級全員で協議・検討する。 |

この方法は、「追・再計算（集団解決・練り上げ準備活動）」により、複数の計算方法の理解に基づく協議・検討が行われ、充実した集団解決・練り上げが期待できます。

このように集団解決（練り上げ）は、複数（(a)～(e)）の考えの関連づけ・検討であり、とりわけ「本時のねらいとする新たな考え（知識）について既有知識（既習事項）との関連や構造の検討」を通して、「新しい知識に意味づけし、同化（あるいは調節）」を図る機能であり、豊かで確かな理解へつながるのです。

[引用文献]

伊藤説朗（2013）望ましい「練り上げ」の指導，新しい算数研究，No. 514，pp.4-7.
斎藤喜博（1958）未来につながる学力，麥書房，pp.276-287.

[函館校・三橋]

1.2.7 本時の終末、まとめ

授業は、本時の目標を達成するために行われるため、「本時の目標－問題－課題－まとめ－練習問題」が正対した流れとなることが大切です。そのため、本時の目標を明確にするとともに、本時の目標が達成された場面や子どもの姿をイメージして「まとめ」や練習問題を位置付けることが大切です。

1 「なるほど」と感じるまとめ

例えば、展開の段階で子どもが多様な考えを出したあと、教師が一方的に模造紙に書いたまとめを黒板に貼ったら、子どもはどのように感じるでしょうか。「自分の考えと同じだ」と喜ぶ反面、授業中に出された考えが扱われず、「なんだ」「どうせ」となり、学習意欲は減退することにならないでしょうか。

まとめは、本時の流れを踏まえ、学習した内容に関連付けて行われますが、教師が一方的にまとめるのではなく、子どもが「なるほど」「これは大切だ」「今後、使えるぞ」と子どもに成就感、必要感をもたせてまとめたいものです。

何をまとめるか、まとめる方法については、次のものが考えられますが、本時のねらい、子どもの実態によって変わります。

<何をまとめるのか>

◎学習した内容を整理するためにまとめる

◎授業中に子どもから出された多様な考えをまとめる

終末の段階で、子どもから出された多様な考え方のまとめ方として、

- ・それぞれの考え方を確認して終える。
- ・どれがよりよい考え方なのか検討する。
- ・それぞれの考え方について関連や相違を検討する。

の3つが考えられますが、教師は本時の目標を明確にし、それを基準にしながら子どもの実態も把握しつつ、意図的にまとめることが大切です。

<まとめる方法>

・教科書で ・プリントで ・黒板で ・ノートで ・口頭で ・ICTで

2 子どもの考えを生かしたまとめ方

本時のまとめは、授業の後半に実施されるため、授業の進め方によって大きく変わります。そのため、まとめる時の方法やキーワードを明確にしてまとめを行うことが大切です。

例) 子どもの考えや意見を生かして黒板でまとめる

展開の段階で、子どもから出された意見やつぶやきに潜むキーワードを、教師が板書したり、関連する内容については線や矢印でつないだりします。そして、まとめの段階で、黒板に記述したこと

- ・大切な考えやキーワードを、黄色チョークで板書
- ・大切な部分を赤チョークで下線や囲みをつける
- ・関連する内容を線や矢印等をつなぐ

を確認していきます。そうすることにより、子どもから出てきた言葉を使いながら本時の学習内容をまとめることができます。又、教師からの一方的なまとめではなく子どもの言葉を使っているのです。子どもの成就感や必要感につながります。

3 本時の目標に正対した練習問題

本時の学習内容の確実な定着のために、授業の終末段階に本時の目標に正対した練習問題を位置付けることが大切です。

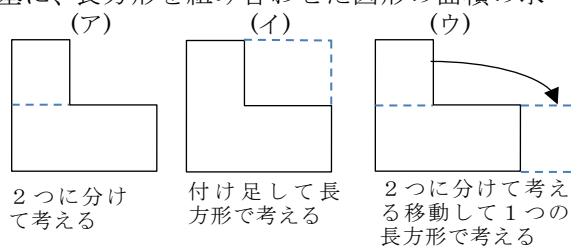
例えば、次に示す授業展開では、次のような練習問題が考えられます。

例) 小学4年 「面積」

◎本時の目標：長方形などの既習事項を基に、長方形を組み合わせた図形の面積の求め方を考えることができる。(数学的な考え)

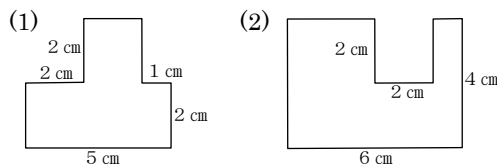
◎展開：右のア～ウの考えが出る。

◎まとめ：長方形や正方形の形を基にして考えれば面積を求めることができる。



◎練習問題

次の形の面積を求めよう。



この練習問題では「面積を求めよう。」となっていますが、ただ単に面積を求めることができるだけを考えているのではなく、本時で出てきたア～ウの考え方をもとに、計算を簡単にするにはどの考えを使えばよいか、面積を簡単に求めるにはどの考えを使って解けばよいかを判断し、面積を求めていくことをねらいとしています。

教師は、練習問題で何を定着させたいかを押さえて、取り組ませることが大切です。

4 宿題へのつなぎ

宿題を出すねらいとして、①学習内容の更なる定着、②学習習慣の定着が挙げられます。そこで、授業の終末で、本時に関わる内容の問題を数問、宿題として出すことが考えられます。宿題に取り組むことにより、本時に学んだ知識や技能、考え方を更に定着させることや、子どもの自発的・自主的な学習を促すとともに、学習習慣の定着につなげることができます。

宿題を出す際の配慮として、次の点が挙げられます。

- ・子どもの能力に合った宿題を出すこと。
- ・子どもの興味に訴えること。
- ・宿題の処理を工夫すること。宿題の出しっ放しを避けること。

1.2.8 本時の評価

授業における指導、目標、評価はどのように関連するのでしょうか。評価は大事ですが、評価すること自体が目的になって指導がおろそかになっては本末転倒です。右のように、設定した目標を達成するための指導であり、指導によってその目標が達成されたかどうかをみるために評価をします。目標と指導と評価は一体です。



1 本時の目標と評価 … 目標の吟味、明確化から

本時の目標が十分に吟味されず、明確になっていないまま授業が行われ、その結果、何を評価するのも曖昧になっている授業に出会うことがあります。また、本時の目標には示されていない事柄についても評価として記述されている学習指導案を見ることがあります。本時の目標を吟味して明確化した上で、評価においてはその目標が達成されたかどうかには焦点を当てます。

中学校第3学年「三平方の定理(第1時)」を例にあげます。

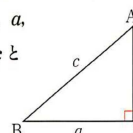
三平方の定理について学ぶ最初の授業です。この授業では、次のような目標を設定することが考えられます。

- ア 三平方の定理に興味・関心をもつ。
- イ 三平方の定理を見いだすことができる。
- ウ 三平方の定理の意味を理解する。
- エ 三平方の定理が証明できることを知る。
- オ 三平方の定理を証明することができる。

● 三平方の定理

定理 直角三角形の直角をはさむ2辺の長さを、 a 、 b 、斜辺の長さを c とすると、

$$a^2 + b^2 = c^2$$



それぞれの目標によって授業は大きく変わり、そして評価も変わります。

アの目標を設定したならば、授業を行った結果「三平方の定理に興味・関心をもったかどうか」を評価します。なお、本時の目標がア～オのいずれか一つとは限りません。例えば「アとエ」や「イとウ」といった複数の目標を設定することもあります。その場合は、それぞれの目標が達成されたかどうかをみる評価をします。

このように、「目標と評価の一体化」を重視することによって評価の在り方が焦点化、単純化され、評価における負担の軽減につながります。

2 授業における評価

実際の授業においては、「どこで」「どのように」評価したらよいのでしょうか。

① 形式的、画一的ではなく

学習指導案の中に評価に関する内容がいろいろな形で書かれますが、例えば次のようなことはないでしょうか。

- ・評価だけの欄を設け、事細かに評価内容や方法を書く。
- ・授業の最後に評価の時間を必ずとる。
- ・学習指導案の最後に、「評価」として指導目標と裏返しの内容を書く。

これらの意義も認められますが、とかく「評価に関する内容を書けばそれでよい」ということはないでしょうか。学習指導案に書く限りは、それが具体的に評価できるものにする必要があります。形式的、画一的に書くのであれば、むしろ書く必要はないでしょう。

②「評価のための授業」にならないように

学習指導案の中に評価に関する内容を数多く盛り込んでも、実際の授業ではそれらを生かしきれないこともあります。また、評価を意識するあまり、授業そのものがおろそかになっているのではないかと思われることもあります。本当は残りの時間でまとめや練習問題をしたいのに、それをやめて学習指導案に書いた自己評価をさせることもあります。

「評価のための授業」にならないようにする必要があります。

③ 評価方法を工夫しながら

授業における評価方法としては、次のようなことが考えられます。

- ・ 授業中……観察，ノート，小テスト，練習問題
- ・ 授業後(集めたもの)……小テスト，ノート，レポート，ワークシート，作品

評価規準に応じて、児童・生徒の学習状況を適切に見取りつつ、これらの評価方法を取り入れます。ただし、多くの評価方法を組み合わせたりすることは、評価を行うこと自体が大きな負担になることがあります。日常的に、無理なく継続することのできる評価方法を工夫したいものです。

3 評価問題の工夫

算数・数学科では、評価問題による評価も有効かつ必要です。評価問題では、でき具合(結果)によって評価するとともに、記述式の問題ならば、その表現方法や記述内容によっても評価することができます。

前ページで挙げたア～オの目標に対応させると、例えば次のような評価問題が考えられます。評価規準に応じて評価問題を工夫することが大切です。

- | | |
|---|----------------------------------------------------------|
| ア | 三平方の定理に興味・関心をもつ。
→ 学んだ感想や興味をもった事柄を書かせる。 |
| イ | 三平方の定理を見いだすことができる。
→ 図の数値を変えた場合について同様に考えさせる。 |
| ウ | 三平方の定理の意味を理解する。
→ どのような定理なのかを説明させる。 |
| エ | 三平方の定理が証明できることを知る。
→ 他の証明を見せて、これも証明になっているかを問う。 |
| オ | 三平方の定理を証明することができる。
→ 証明(または証明の方針)を記述させる。 |

「数学的な見方や考え方」の評価問題としては、『評価規準の作成，評価方法等の工夫改善のための参考資料【中学校数学】』(pp.70-73)が参考になります。

なお、授業で行う練習問題は生徒にとっては定着のためのものですが、教師にとっては評価問題にもなっています。生徒が問題を解答している様子を観察したり、個別指導を行うことを通して指導目標の達成状況を評価することができます。それはまた、授業に対する教師自身の自己評価にもなります。 [旭川校・相馬]



第2章

授業づくりの実際〔実践編〕

2.1 小学校算数の授業づくり 51

2.2 中学校数学の授業づくり 99

2. 1. 1 本時の目標

1 単位時間の授業は、教師の意図的な支援を基に、「本時の目標」を達成することが最も重要です。「本時の目標」を明確にすることで、本時の活動内容をイメージしやすくなり、評価もしやすくなります。「本時の目標」は、授業が成功したのかどうかの判断基準となる、重要なものなのです。

(1) 「どのような子供の姿が見られればよいか」を意識して設定する

目標には、大きく分けて次の3つの水準があります。

- ① 達成的目標：明確な手段により、そのことが達成されたか。
- ② 向上的目標：ある方向へ向かい向上したり、思考を深化したりすることができたか。
- ③ 体験的目標：体験を通して感動や満足感を得ることができたか。

1 単位時間で終わるような、期間の短い場合の目標は、達成的目標の形で書くようにしたいものです。その場合は、子供の具体的な行動で表す「行動目標」で表すとよいでしょう。そうすることで、本時の目標が達成されたと判断する、子供の具体的な姿が明確になり、指導や評価と一体化したものとなります。

(2) 具体的な本時の目標は、本時の B 基準として活用する（目標と評価の一体化）

例えば、「二等辺三角形について理解できる」と「二等辺三角形を弁別して（違いを明確にして）説明できる」の二つの目標を比べてみてください。後者の目標は、どのような子供の姿が目標を達成した姿かが明確です。これにより本時の評価もしやすくなるのです。このように本時の目標を具体的に設定することで、評価規準の B 基準となると考えられます。

(3) 評価の観点から目標を焦点化する

本時の目標が評価の 4 観点全てに対応させている学習指導案を目にすることがあります。「評価規準の作成、評価方法の工夫改善のための参考資料【小学校算数】」（国立教育政策研究所、2011）には、次のような記述があります。

- ・（前略）1 単位時間の中で 4 つの観点全てについて評価規準を設定し、その全てを評価し学習指導の改善に生かしていくことは現実的には困難であると考えられる。（p14）
- ・（前略）各観点で 1 単元（題材）内で平均すると 1 単位時間あたり、1～2 回の評価回数となるよう指導と評価の計画を示した。（p15）

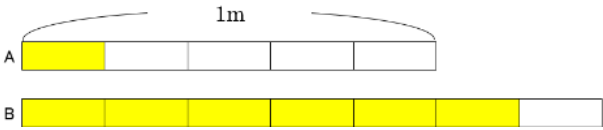



単元を通して、4 観点をバランスよく評価することを念頭に置きながら、本時については 1～2 つに観点を絞り、本時の目標として行動目標の形で書くよう、十分に吟味することが大切です。

<指導案による比較>

第4学年「分数をくわしく調べよう」

Before

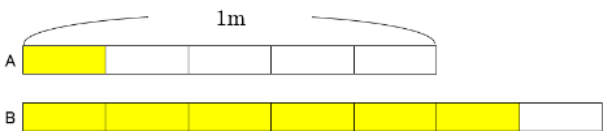

本時の目標：真分数・仮分数について理解する。

過程	教師の働きかけ (■) 子供の活動 (○) 評価 (☆)
問題提示	<p>■ 今日はこんな問題をみんなで考えていこう。</p>  <p>A  </p> <p>Bは $6/7m$ です。正しいでしょうか。</p>
個人思考	<p>Bは $6/7m$ です。これは正解？間違い？説明しよう。</p> <p>○ Bは1mより大きい。でも $6/7m$ は1mより小さい数を表しているから間違いだよ。</p> <p>○ Aは1mを5等分している。Bも同じように考えると、「1mを5等分したうちの6つ分」という言い方ができる。</p> <p>「真分数・仮分数について理解する姿」とは、どんな場面のどのような姿かがわからないので、何を見取ってどのように評価すればよいのか難しい。</p>
集団解決	<p>■ 途中かもしれないけれど、みんなで考えていこう。</p> <p>○ 色が塗られた1つ分は、1mを5等分したうちの1つ分だから $1/5m$。それが6つ分だから $6/5m$ と表すんだよ。</p> <p>○ Aのカード全体を1mと見ると、Bは「1mとのこり $1/5m$」という見方ができるね。</p> <p>■ 今日みんなで見つけたことは何かな。</p> <p>☆ めあてについて見つけたことを、説明している。</p> 
まとめ	<p>Bは1より大きい分数だね。 $1/5m$ のいくつか分と考えて、 $6/5m$ と表したり、1mと $1/5m$ と表したりできそうだね。</p> <p>本時の目標は「理解する」という「知識・理解」の観点であったが、本時のめあては「説明しよう」と「数学的な考え方」の観点になってしまっている。 本時の目標・学習内容・めあて・まとめが一体になっておらず、本時のまとめが適切であるかの判断ができない。</p>

Before では「真分数、仮分数について理解する」でしたが、After の目標にすることで、子供の行動目標が明確になり、評価の観点も一体化したものになっています。

After

本時の目標：1より大きい分数の表し方を，既習事項や図などを基に考え，説明することができる。

過程	教師の働きかけ (■) 子供の活動 (○) 評価 (☆)
問題提示	<p>■ 今日はこんな問題をみんなで考えていこう。</p>  <p>Bは $6/7m$ です。正しいでしょうか。</p>
個人思考	<p>Bは $6/7m$ です。これは正解？間違い？説明しよう。</p> <p>○ Bは1mより大きい。でも $6/7m$ は1mより小さい数を表しているから間違いだよ。</p> <p>○ Aは1mを5等分している。Bも同じように考えると、「1mを5等分したうちの6つ分」という言い方ができる。</p> <p>分数の大きさについて，既習の単位分数の考え方を基にしたり，分数が表された数直線や図を読み取ったり，かいたりして考えている。</p> <p>観点：【数学的な考え方】 評価方法：行動観察・記述</p>
集団解決	<p>■ 途中かもしれないけど，みんなで考えていこう。</p> <p>○ 色が塗られた1つ分は，1mを5等分したうちの1つ分だから $1/5m$。それが6つ分だから $6/5m$ と表すんだよ。</p> <p>○ Aのカード全体を1mと見ると，Bは「1mとのこり $1/5m$」という見方ができるね。</p> <p>■ 今日みんなで見つけたことは何かな。</p> <p>☆ 既習事項や図などを基にしながら，説明している。</p> 
まとめ	<p>Bは1より大きい分数だね。 $1/5m$ のいくつか分と考えて， $6/5m$ と表したり，1mと $1/5m$ と表したりできそうだね。</p> <p>分数の大きさについて，既習の単位分数の考え方を基にしたり，分数が表された数直線や図を読み取ったり，かいたりして考えている。</p> <p>観点：【数学的な考え方】 評価方法：行動観察・記述・発言・練習問題</p>

After では目標を子供の姿として記述することで，評価規準のB基準を作成したこととなり，授業のいかなる場面においても，本時の目標が達成されたかが明確になり，評価基準A，Cの子供に対する手立ても準備しやすくなりました。

本時の目標を作成するにあたっては，評価規準や単元の指導計画との整合性にも留意する必要があります。
(冬野・神野藤)

Q & A!

ここで復習「本時の目標」

ここまですら読んできているならわかるはず？



Q1

本時の目標が重要なのはなぜ？

A1

理由は大きく分けて3つあります。

- ① 本時の**活動内容**がイメージしやすくなる
- ② 本時の**評価**がしやすくなる
- ③ 授業が成功したかどうかの**判断基準**になる。

授業づくりの最初のステップは、授業の全体に影響していることがわかりますね。



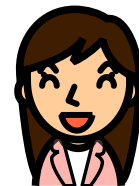
Q2

どのように設定すればいいの？

A2

「どのような子供の姿が見られればよいか」
で書きます。

目標には ①達成的目標 ②向上的目標
③体験的目標の3つがあります。子供の**具体的**
な行動で表す「**行動目標**」で表すとよいですね。



Q3

目標を具体的にすると、どんないいことがあるの？

A3

本時のB基準として活用できます。これにより**目標**
と**評価**の**一体化**したものとなります。

また、**評価の観点**は1~2つとして、**指導と評価**の
計画を立てることが大切です。



2. 1. 2 本時の導入問題

授業の良し悪しを左右するとも言われるのが「問題」です。「問題」づくりは、本時の目標につながる「課題」を引き出すため、「課題」を問題として設定し直すことも言えます。

(1) 算数的活動を促す、よい「問題」とは

「問題」は、子供の「はてな？」を引き出すものでなくてはなりません。そのため、よい「問題」は、

- ① 子供の学習意欲を引き出す
- ② 問題の解決過程で新たな知識や技能、考え方を同時に身に付けていける

ものであると言えます。このような「問題」が、目的意識をもって主体的に取り組む算数的活動を促すのです。

(2) 「問題」をつくる手順など

次のような手順で「問題」をつくるのが考えられます。

本時の目標を決める→「課題」を決める→「問題」をつくる

(3) 「問題」づくりの工夫

考えるきっかけとしての「問題」は、次のように「決定問題」の形で提示することで、子供の「はてな？」を引き出しやすくなります。(相馬・早勢, 2011)

- 「～はいくつか」など (求答タイプ)
- 「～はどれか」など (選択タイプ)
- 「～は正しいか」など (正誤タイプ)
- 「～はどんなことがいえるか」など (発見タイプ)

「問題」づくりでは、他にも次のような工夫が考えられます。(相馬, 1997)

- ① 誰でも直感的に予想できるような問題にする。
- ② 異なる予想が生じるような問題にする。
- ③ 数値, 図の向きや大きさを工夫する。
- ④ 子供のつまづきをとらえ, 意図的に問題に取り入れる。
- ⑤ つまづきが生じるような問題にする。
- ⑥ 教科書を逆から教える発想で, 教科書の練習問題を活用する。

<指導案による比較>

第6学年「速さ」


Before

本時の目標：道のりと時間から速さを求めることができる（技能）

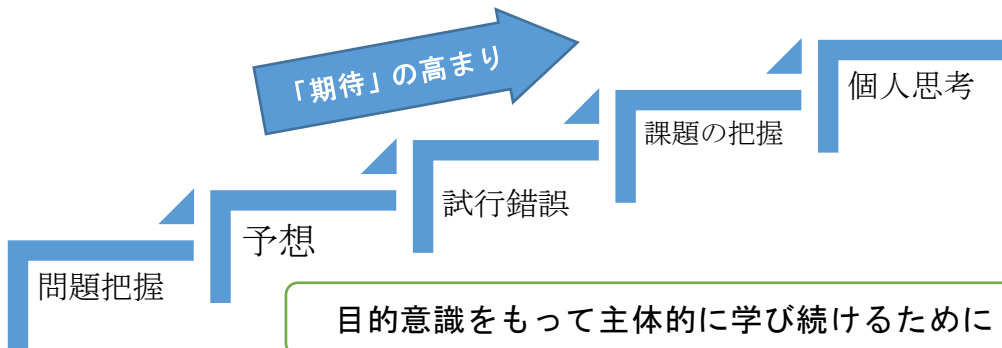
過程	教師の働きかけ（■） 子供の活動（○）
導入	<p>■ 今日の問題はこれです。</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 10px;"><p>Aさんの自動車は267kmを3時間で走り、Bさんのバイクは、174kmを2時間で走ります。Aさんの自動車と、Bさんのバイクの速さを調べましょう。</p></div>
展開	<p>■ Aさんの自動車が1時間あたりに進んだ道のりを求めましょう。</p> <ul style="list-style-type: none">○ $267 \div 3 = 89$○ 1時間あたり89km進む。○ 式と数直線に関連づけながら、1時間あたりに進む道のりの求め方を説明する。 <p>■ Bさんのバイクが1時間あたりに進んだ道のりを求めましょう。</p> <ul style="list-style-type: none">○ $174 \div 2 = 87$○ 1時間あたり87km進む。○ 式と数直線に関連づけながら、1時間あたりに進む道のりの求め方を説明する。 <p>教師の指示に子供たちが応えながら学習を進めていく流れになっています。子供たちの主体的な取組はあまり期待できないと考えられます。</p>

Before では問題文に「速さを調べましょう。」とあるので、子供は「今日は速さの学習だ」ということはわかりますが、目的意識をもって取り組むことができるかというと、本時の課題について考える場面がないだけに、疑問が残ります。

一方、**After** の授業では問題を選択タイプにして、答えを予想させる活動を行っています。ただ「調べましょう」と提示するよりは、目的意識を高めることができると考えられます。それは、「問題を解きたい」「自分の予想の正誤を確かめたい」という気持ちをつながるからと言えます。

過程	教師の働きかけ（■） 子供の活動（○）									
問題提示	<ul style="list-style-type: none"> ■ 今日の問題はこれです。 <div style="border: 1px solid black; padding: 10px; margin: 10px 0;"> <p>Aさんの自動車は267kmを3時間で走り、Bさんのバイクは、174kmを2時間で走ります。Aさんの自動車と、Bさんのバイク、速いのはどちらでしょう。</p> </div>									
試行錯誤・課題把握	<ul style="list-style-type: none"> ■ 予想を教えてください。 ○ Aさんの自動車 ○ Bさんのバイク ■ どうすれば比べられるでしょうか。 ○ 単位量あたりの学習が使えるよ。 ○ 時間をそろえればわかりそう。 ○ 図や表を使ってみよう。 ■ なるほど、それでは今日の課題はこうなりそうですね。 <table border="1" style="margin: 10px 0;"> <thead> <tr> <th></th> <th>道のり</th> <th>時間</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Aさん</td> <td>267km</td> <td>3時間</td> </tr> <tr> <td>Bさん</td> <td>174km</td> <td>2時間</td> </tr> </tbody> </table>  <div style="border: 1px solid black; padding: 10px; margin: 10px 0;"> <p>どちらが速いのか比べてみよう。</p> </div>		道のり	時間	Aさん	267km	3時間	Bさん	174km	2時間
	道のり	時間								
Aさん	267km	3時間								
Bさん	174km	2時間								
個人思考	<ul style="list-style-type: none"> ○ 1時間あたりに進む道のりで比べよう。 ○ 数直線をかいて、式を考えよう。 									

Afterにおける問題提示の後の「予想」や「試行錯誤」の時間は、子供たちの「解きたい」という気持ちを、「解けるかも」という気持ち（期待）へと高めるために設定しています。子供に問題の答えを確かめる方法を考えさせることにより、子供たちは本時の「課題」を明確につかみ、解決への見通しをもつことができます。見通しをもつことにより、「個人思考」の段階以降も、子供は目的意識をもって主体的に取り組み続けるのです。（冬野・神野藤）



Q & A!

ここで復習「本時の導入問題」

ここまでを読んできているならわかるはず？



Q1

よい「問題」ってどんな問題？

A1

- ① 子供の学習意欲を引き出す問題
- ② 問題の解決過程で新たな知識や技能，考え方を同時に身に付けていける問題 です。

②についてはその時間に身に付けさせたい項目（評価観点）と正対していることが重要です。本時の課題と合わせて，授業の良し悪しを決める重要なポイントです。



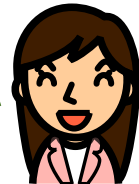
Q2

目標，問題，課題はどういう順番で考えればいいの？

A2

- ① 本時の目標を設定する。
- ② 目標をもとに目指す子供の姿をイメージして課題を設定する。
- ③ 子供が主体的に取り組むことができるような課題を見出せる問題を設定する。

また，①で目標を設定すると，本時の「まとめ」も決まってきます。



Q3

問題文は具体的にどんな風になりますか？

A3

考えるきっかけとしての「問題」は，次のように「決定問題」の形で提示することで，子供の「はてな？」を引き出しやすくなります。

- 「～はいくつか」など (求答タイプ)
- 「～はどれか」など (選択タイプ)
- 「～は正しいか」など (正誤タイプ)
- 「～はどんなことがいえるか」など (発見タイプ)



2. 1. 3 本時の課題「？」

「問題解決の授業」が、算数の授業の学習指導法として広く根付いてきていることは言うまでもありません。しかし、その「問題解決の授業」は、学習者である児童にとって真の「問題解決」となっているのでしょうか。その鍵の一つとなるのは、「課題」の在り方です。本時の「課題」が、学習者である児童にとっての「課題」となり得ているのかどうか。それによって、授業の質が変わってくると言っても過言ではありません。

(1) よい授業を支える「課題」

「算数的思考に広がりや深まりが見られたか。」

「付けたい力を、児童に確実に身に付けることができたか。」

「児童が生き生きと学習に取り組んでいたか。」

よい授業であるかを見極める視点は、多岐に渡ります。しかし、よい授業の条件として、「**本時の目標が達成できた授業であったかどうか**」を第一に考えたいものです。よい授業とは、「児童が本時の目標を達成した授業」と言えるでしょう。

「問題解決の授業」では、教師が問題を与えるところからスタートします。「問題」と「課題」は以下のように位置付けられています。(相馬, 1997)

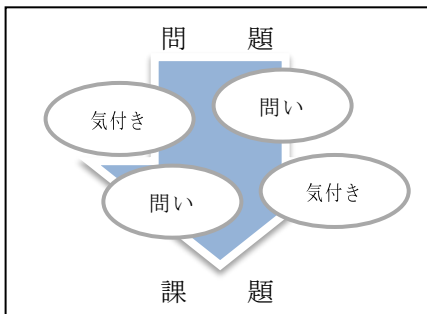
「問題」・・・考えるきっかけを与える問い
(教師が与えるもの)

「課題」・・・「問題」の解決過程で生じた疑問や明らかにすべき事柄
(児童がもつもの)

「問題」と「課題」の決定的な違いは、課題は児童が自ら見だし、つかむものであるということです。よって、教師が準備していた「課題」を形式的に提示し板書したとしても、児童自身の中に課題意識が高まっていなかったり、児童の思考の流れに沿っていなかったりするならば、それは授業における「課題」となり得ていないと言わざるを得ません。「課題」は、児童の言葉から引き出していくことが大切です。教師によって提示された問題に対し、児童が主体的に関わる

中で生まれる「問い」や「気付き」が、本時の「課題」につながっていきます。

ですが、問題場面を受けて、児童が反射的に思い付いた「問い」や「気付き」を、そのまま本時の課題として設定することはできません。まずは、児童の素朴な「問い」や「気付き」を引き出し、それらを児童が共有していく過程で、算数的な見方で捉え



直したり、相互に関連付けたりすることを通して、課題意識を高めていくことが大切です。

(2) 課題設定に当たってのポイント

「課題」を解決する過程において、児童は算数的な考え方や知識、技能を身に付けていきます。よって、「どのように (How～?)」のように算数が創り出されるプロセスを追体験させたり、「なぜ (Why～?)」のように根拠を問うことで考えの本質を追究させたりするような課題が、望ましい例として挙げられます。本時の目標や児童の実態等に応じて、価値ある問題解決が展開されるように、課題を吟味することが大切です。

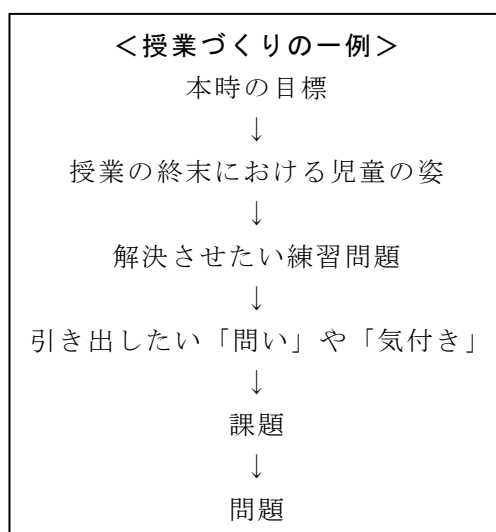
課題の設定に当たっては、以下のようなポイントをおさえる必要があります。

- 課題設定までの流れは、児童の自然な思考の流れに沿っているか。
- 児童の中に「問い」を生むような発問をしているか。
- 児童の言葉が、授業における「課題」に生かされているか。

先述したように、課題設定において大切なのは、その課題が児童自身の「問い」となっているかどうかです。児童自身の「問い」であれば、児童の言葉として表れてきます。「問題解決の授業」を実践していく上では、この課題把握までの時間が最も大切であると言っても過言ではありません。児童自身の「問い」となっていれば、個人思考や集団解決において算数的思考が深まっていくことは当然です。しかし、児童自身の「問い」となっていないのに、個人思考や集団解決で深めようとするのには無理があります。

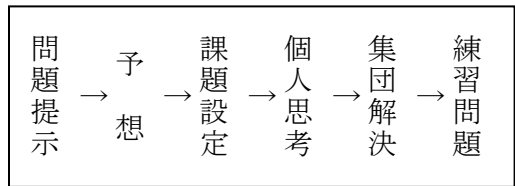
(3) 授業の構想と課題設定

授業を構想する際には、まず「本時の目標」を明確にすることが大切です。本時の学習によって期待される児童の姿（授業の終末における児童の姿）をより具体的にイメージし、授業の終末で解決できるようにしたい練習問題を設定します。その児童の姿を引き出す「問い」や「気づき」である「課題」を設定し、その「課題」を引き出す「問題」を考えることとなります。本時の目標をスタートとして、授業の終末から一単位時間の授業を構想する視点も、大切にしたいことの一つです。



問題解決の授業の学習過程は、次頁に示した展開例がその一例として挙げられます。ですが、問題解決の授業は形式に当てはめるものではありません。授業に

よっては、個人思考の後に課題が焦点化されたり、集団解決を進めていく中で課題が焦点化されたりすることも考えられます。課題設定の具体について、例を挙げて説明します。



例①「困った」を生かした課題設定

…「6. $9 \div 3$ の計算の仕方を考えよう。」(第4学年「小数と整数のかけ算、わり算」)

数の拡張にともなって、これまでに学習してきた計算(除法)の意味を拡張していくための課題です。「～の仕方考えよう。」は、課題として設定されることが多い文言です。とりあえず「～の仕方考えよう。」と課題を設定するのではなく、「今日の計算は、これまでと少し違うなあ。」「本当に今までのやり方と同じようにしてできるのかな。」などのように、児童の課題意識を高めた上で課題を設定することが大切です。

例②「なぜ」「どうして」を生かした課題設定

…「なぜ分子だけを計算するのだろうか。」(第4学年「分数の大きさとたし算とひき算」)

児童の「問い」や「気付き」が、そのまま課題となる例の一つです。実際の授業の中で児童が発する「問い」や「気付き」は、教師が用意した文言と異なることも多くあります。そういった際には、できる限り児童の言葉を大切にして、課題を設定していくことが大切です。あくまでも「課題」は、児童が発するものであることを忘れてはいけません。

例③きまりを見いだす課題設定

…「どんな四角形でも360度になるのだろうか。」(第5学年「三角形や四角形の角」)

簡単な操作活動をして、結果の見通しが見えたときに課題を設定することも考えられます。この課題例であれば、内角の和が本当に360度になるのかを、様々な四角形について調べ、帰納的に考えていく算数的活動が見えてきます。個人思考、集団解決において設定される算数的活動を、児童自身が具体的に把握することができる課題であると言えます。児童が活動の見通しをもつことは、より主体的な問題解決の展開が期待できます。

次に、課題意識の高まりを捉えた上での適切な課題設定の在り方について、具体的な授業場面を通して考えていきます。同様の目標のもとで、同じ問題、同じ課題であっても、その扱い方によっては、児童の取り組み方は大きく変わってきます。まずは、その一例を紹介します。

第5学年「わり算と分数」の単元1時間目の授業です。本時の目標は、「整数の除法の商を、分数を使った表し方で説明できる」のように設定しています。

学習内容と主な学習活動（教師の働き掛け■，児童の活動□）

1 問題提示

2 Lのジュースを3人で正確に分けることはできるでしょうか。

- 「どんな計算になるか，問題文の注目する言葉に線を引いてみましょう。」
- 「3人で分けるだから，わり算。」
- 「わり算の式を書きましょう。」
- 「 $2 \div 3$ 」
- 「計算してみましょう。」
- 「 $2 \div 3 = 0.66\dots$ 」
「割り切れないよ。」
- 「小数で表せないので，分数を使って表します。今日の課題はこれです。」

2 課題設定

わり算の商を分数で説明しよう。

Before は問題提示から課題設定までの児童とのやりとりが一問一答形式であり，教師が「わり算の商を分数で説明しよう。」という課題へと強引に導いてしまっています。設定した課題は，**児童の中に生じた問いや気づきを基にしたものではなく，教師によって一方的に与えられたもの**です。

After では，提示された問題をきっかけに思考を巡らせていく過程で，児童自身が商を小数で表すことができないことに疑問を抱いたり，その解決方法を意欲的に考えたりすることで，児童の中に課題意識が高まっていきます。

「（3人で）分けられるに決まっているよ。」

「 $2 \div 3$ を計算してみたけれど，答えが割り切れないなあ。」

「1人分の量を表すには，どうしたらよいのだろう。」

「小数を使わずに，商を表すことはできるかな。」

このようなつぶやきが児童とのやりとりの中で引き出され，それらを取り上げていく中で，**学級全体の課題意識を高めていくことが大切です。**

児童の課題意識に高まりが生じたときこそが，課題設定のタイミングです。そのためには，教師が意図的にかかわり，**児童の思考にゆさぶりを掛けることが大切です。**

学習内容と主な学習活動（教師の働き掛け■，児童の活動□）

1 問題提示

2 Lのジュースを3人で正確に分けることはできるでしょうか。

2 予想（直感でよい）

- ・できる
- ・できない

3 個人思考

■「少し自分なりに考えてみよう。」
（2～3分程度）

■「困っていることはありますか。」

□「 $2 \div 3 = 0.66\dots$ になって割り切れないよ。」
「実際にコップを使ったら3等分できるのに。」

■「小数では表せないけれど、それ以外に1より小さい数を表す方法はあるだろうか。」

□「分数を使えば表せるかもしれないよ。」

2 課題設定

わり算の商を分数で説明しよう。

After では、問題設定の後に、まず答えの予想を問います。具体的場面を想起することで、「3等分できそうだ。」という活動の見通しが生まれます。その後、自分なりに考える時間を設定することで、「分けられるはずの量を数で表すことができない」という疑問が生まれます。この「困った」感を児童の中に生み出すことにより、児童の中には「どうしたら表すことができるのだろう。」という課題意識が生まれます。

この例のように、提示された問題に対して個人で思考する時間を設定することにより、**児童の中に困り感を生み、そこから問いや疑問を引き出していく**ことが可能になります。こうした実感を伴うことにより、設定された課題への必要感が生まれたり、商を分数で表すための思考活動に目的意識が生まれたりすることになります。必要感や目的意識をもった活動を通して学び得た考え方や知識、技能は、児童の中に生きた力として身に付いていきます。このように、同様の問題、課題であっても、扱い方で学習効果には大きな違いが表れてきます。

次の例では、本時の目標をどう設定するのかによって、課題と授業展開に違いが表れるという例を紹介します。

第4学年「垂直，平行と四角形」の単元6時間目の授業です。垂直や平行について学習した後に，四角形の分類をする授業です。

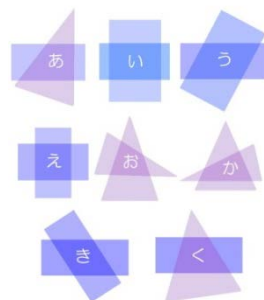
Before

学習内容と主な学習活動（教師の働き掛け■，児童の活動□）

1 問題提示

図形を3つのグループに仲間分けしよう。

- 「正方形と長方形があるね。」
- 「きれいな形とゆがんだ形があるね。」
- 「垂直や平行な辺はあるかな。」
- 「平行があるものとないものがあるよ。」



2 課題設定

平行に着目して図形を仲間分けしよう。

3 個人思考

- 「平行な辺が何組あるかでグループ分けができそうだ。」

4 集団解決

- 「どんな分け方があったかを発表しよう。」
- 「平行な辺の組が1組と2組に分けられるよ。」
- 「平行な辺がない図形もある。」
- 「長方形と正方形は，平行な辺が2組あったよ。」
- 「何という図形なのだろう。」

5 まとめ

向かい合う2組の辺が平行な四角形を「平行四辺形」，向かい合う1組の辺が平行な四角形を「台形」という。

6 練習問題

- 教科書の「たしかめ問題」に取り組む。

本授業における目標は、「平行四辺形，台形について知り，その意味を理解する」です。**Before**では，問題が提示されてからの児童とのやりとりにおいて，教師側から「平行」に着目させる声掛けをしています。この声掛けにより，**児童は「平行」に着目せざるを得なくなり，思考の幅を狭めてしまうことにつながります。**この学習では，図形の構成要素及びその位置関係に着目することが重要です。よって，**児童が思考を広げていく中で，平行に着目する必要性に気付くことが重要**であると言えます。

After

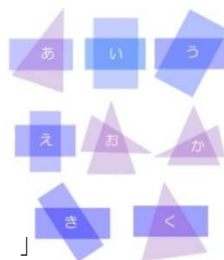
本時の目標は、「多様な考えを比較することを通して、辺の平行関係という図形を分類する新たな観点を見いだす（数学的な考え方）」と設定しました。

学習内容と主な学習活動（教師の働き掛け■，児童の活動□）

1 問題提示

これらの図形をいくつかのグループに分けよう。

- 「いくつかのグループに分けられるかな。」
- 「辺の長さや角の大きさに着目してみようかな。」



2 個人思考

- 「形が整っているものと、歪んでいるものに分けられるよ。」
- 「等しい辺の長さがある図形でグループができるよ。」
- 「長方形と三角形の組み合わせ方で分けてみようかな。」
- 「直角があるものとないもので分けよう。」

3 集団思考

- 「どんな分け方をしたかな。」
- ・ 気付いたことを交流し合う中で、考えと考えをつないでいく。
- 「理由は違うけれど、同じようなグループに分けられているね。」
- 「長方形と正方形には、平行な辺が2組あったよ。」
- 「仲間分けに、平行が関係しているのかな。」

4 課題設定

仲間分けと「平行」は、どう関係しているかな。

5 集団解決

- 「平行な辺が1組、2組と、平行な辺がないもので分けられるね。」
- 「正方形、長方形と同じ仲間の㊦と㊧は、平行四辺形というんだね。」
- 「辺の長さや角の大きさではなく、平行に着目しても仲間分けできるね。」

6 まとめ

図形の仲間分けは、平行な辺の組数に着目してもできる。

7 練習問題

- ・ いくつかの図形を平行な辺の組数に着目し、仲間分けをする。

与えられた図形について、既習である辺の長さや角の大きさなどの多様な視点で仲間分けします。**After**では、お互いの考えを比較検討していく中で、「平行」が分類のポイントであることに気付かせ、課題として設定しています。集団解決を通して、「平行に着目する」という新たな図形分類の視点を獲得することができます。次時の学習では、台形や平行四辺形の意味を理解することになります。

（西條）

Q & A!



Q 1

問題と課題は、どう違うのですか。

A 1

「問題」とは、考えるきっかけを与える問いで、「課題」は「問題」の解決過程で生じた疑問や明らかにすべき事柄です。問題は教師から与えられるものであるのに対して、課題は児童がもつものです。

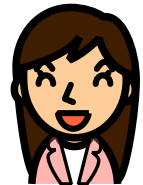


Q 2

課題は、授業のどの段階で設定するのがよいですか。

A 2

課題提示のタイミングにきまりはありません。大切なのは、問題に働き掛けていく中で、児童の中に「問い」や「気付き」が生まれているかどうかです。児童の課題意識が高まったときこそが、課題設定に最適なタイミングです。



Q 3

課題は、事前に教師が準備していた言葉をそのまま板書してよいのですか。

A 3

予め準備していた課題に対して、児童の課題意識が高まっていれば、それは児童自身の課題となっているのでよいでしょう。課題意識の高まりがないのに、形式的に提示したり、板書したりすることは避けたいものです。



2. 1. 4 個人思考での教師の働きかけと机間指導

子どもにとっての「課題」が明確になった後、「個人で取り組む時間」を確保します。子どもが既習の知識や技能、考え方などを基にして「課題」を解決する方法を探ったり説明したりする経験を積むことで、以後に出合う問題に対しても、新たな考え方や性質を見いだそうとしたり、解決しようとしたりする態度が育まれていくといえます。

(1) 「自力解決」から「個人思考」へ

「個人で取り組む時間」は、多くの学校で「自力解決」と呼ぶこともありましたが、「自力解決」には、多くのデメリットがあることも事実です。しかし、この時間を「個人思考」と捉えなおすことで、子どもが「考える楽しさ」を実感する授業をつくることができます。

「自力解決」～最後まで解決する長い時間

- 早くできた子は暇になり、いくら考えてもわからない子は「もう考えたくない」と思ってしまう
- 教師は、「この時間に全ての子どもたちに自力で解決させなければいけない」と考え、長い個別指導や「ヒントカード」などの手立てが必要になる
- 「自力解決」に時間がかかり、その後の「集団解決」は、単なる発表会のような時間になる
- 子どもは、「答えが出せたかどうか」という、価値判断に基準をおくようになるので、「自力解決」で「答え」を出せなかった子は自己肯定感が高まらない

「個人思考」～途中まででもよい短い時間

- 「課題」に対して子どもが自分なりに考えてみる時間と捉え、「不十分な考え」「つまずき」「誤り」も一つの考えとして許容されることで、全員が自分の考えをもって「集団解決」に臨める
- 教師は、子どもの「不十分な考え」や、「つまずき」を見取りながら、「集団解決」での話し合いを構想することができる
- 「集団解決」では、個々の「不十分な考え」や「つまずき」「妥当な考え」を比較、関連づけながら話し合い、みんなで解決していくことができる
- 子どもは「誤り」の価値や「解決過程」の重要性に気付き、苦手な子どもも解決に参加することで自己肯定感を高めることができる

(2) 机間指導で「集団解決」の指名計画を立てる

「個人思考」の時間では、つまずいている子どもの個別指導にあたることも重要ですが、机間指導では、子どもの考えを把握して、「集団解決」の話し合いをどのように展開するかを構想することが最も重要なねらいです。

相馬氏 (2013) は、「指名計画」と名付け、次のように述べています。

「指名計画」を立てる → どの考えをどの順番に、どのタイミングで取り上げるかを定める

「個人思考」での、「不十分な考え」「誤答」を切り口として話し合う展開、「妥当そうな考え」を基にして説明する展開などは、教師の意図的・計画的指名なしに考えることができません。子どもが「考える楽しさ」を実感する「集団解決」の時間をつくるためには欠かせないポイントであるといえます。

(3) ヒントの意図的なつぶやきも効果的

「数直線を使う」など、教師が意図する考えで取り組んでいる子どもが一人もいない場合、机間指導の途中で「へえー、数直線をかいている人があるんだ」と、大きな声でつぶやいたり、ごく少数しか取り組んでいないときに、「どうやって考えたの？」とあえて子どもに尋ね、「数直線で」という小声の返事を「えっ、数直線！」と拡声したりする教師の働きかけも大変効果的です。

Before

子どもが「自力解決」する展開

本時の目標

除法に関して成り立つ性質を基に、筆算の仮商が妥当であるかを判断したり、仮商を修正したりする方法について考え説明することができる。(数学的な考え方)

過程	教師の働きかけ (■) と子どもの活動 (○) ※教師の支援
<p>問題提示</p>	<p>■これまで、いろいろな商の見積もり方を学習してきましたね。今日はこんな問題を考えてみよう。</p> <div style="display: flex; align-items: center;"> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin-right: 10px;"> $\begin{array}{r} 28 \overline{) 87} \end{array}$ </div> <div>○どうやって商を決めればいいのか</div> </div>
<p>自力解決</p>	<p>■今日の課題はこれです。</p> <p style="text-align: center;">87 ÷ 28 の筆算の仕方を考えよう</p> <p>○筆算の仕方と言われても…何をすればいいのか？</p> <p>○どこから手をつければいいのか？わからないよ。</p> <p>○前の時間は「87 ÷ 20」のようにわる数を切り捨てたぞ。同じ方法かな。</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 5px 0;"> <p>※きっかけがつかめない子には、仮商を立てる方法を想起させるなど、個別に支援する。</p> <p>※作業が停滞してしまっている子には、「ヒントカード」を見るように促す。</p> <p>※全員が正しい商を導き出せるよう、十分な時間を確保する。</p> </div> <p>○前の時間は、87 ÷ 20 で解決できたのに、今日はできない。困ったなあ。</p> <p>○なんとなく、「3」がいいような気がするけれど、理由はわからない。</p> <p>■みんな答えは出せたかな。発表してください。</p>
<p>集団解決</p>	<p>○商は「3」が正しいと思います。</p> <p>■どうしてそうなるのかを説明してください。</p> <p>○「3」だと、答えがちょうどいいと思います。</p> <p>○「4」だと、後で引けなくなるから困ります。</p> <p>■どうやって商を「3」に決めるのですか？</p> <p>○「……………」</p>

Before は、「自力解決」を子どもが正答を出すための時間ととらえており、子どもの目的意識は「正答を導き出すこと」となります。しかし、自力で答えを導いた子、「ヒントカード」などの支援を基に答えを出した子、作業が停滞してしまった子たちが、その後の「集団解決」で仮商の意味や見積もり方についての考えを説明するの必要性を感じることができのでしょうか。「集団解決」の場が「正答・誤答」の判断のみの発表会に終始し、どのような方法で答えを導き出していくのかを子どもが検討したり、筋道立てて考えたりする機会が失われてしまうかもしれません。

過程	教師の働きかけ (■) と子どもの活動 (○) ※教師の支援
問題提示	<p>■今日は、こんな問題をみんなで考えていこう。</p> <div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: center;"> <div style="border: 1px dashed gray; padding: 5px; text-align: center;"> <p>A</p> <p>「切り捨て方式」で見積もったよ</p> $\begin{array}{r} 28 \\ 20 \overline{) 87} \\ \underline{40} \\ 47 \end{array}$ </div> <div style="border: 1px dashed gray; padding: 5px; text-align: center;"> <p>B</p> <p>「四捨五入方式」で見積もったよ</p> $\begin{array}{r} 3 \\ 20 \overline{) 87} \\ \underline{60} \\ 27 \end{array}$ </div> </div>
個人思考	<p>○ぼくだったら、前の時間にマスターした、$87 \div 20$とわる数を切り捨てる方法で見積もるよ。</p> <p>○わたしは、$90 \div 30$と、四捨五入を使って見積もった方がいいと思うな。</p> <p>○どっちの見積もり方もよさそうなのに、A・Bは答えが違うんだね。</p> <p>○どっちかが間違っているはずだ。確かめてみようよ！</p> <p>■どっちかが間違いなんだ…。どうしてかいえるかな？</p> <p style="text-align: center;">A・Bどちらが正解？わけを説明しよう</p> <p>○よくわからないけれど、Aはだめなような気がする。とりあえず続きの計算をしてみれば見えてくるかな？</p> <p>○Aは間違いだよ。だって、87個のクッキーを28個ずつ分けたら、4人には分けられないからね。</p> <p>○Bは、正しいんじゃないかな？87個のクッキーを28個ずつ分けたら、3人に分けられて3個あまるんだ。</p>
集団解決	<p>○今まで学習した見積もり方は、正しい商になるとは限らないんだね。</p> <p>■どちらが正しいかを、みんなは判断できたかな？</p> <p>○よくわからないけれど、自分は前の時間にやったAがいいと思ったよ。</p> <p>○でも、切り捨て方式の「A」は、間違っただけで出てきます。なぜなら…。</p> <p>○四捨五入方式の「B」が、正しい商になります。なぜなら…。</p> <p>■いつでも、四捨五入がよい見積もり方といえるのかな。</p> <p>○いや、そうとは限らないよ。例えば「▲÷◆」の場合だったら…。</p> <p>○いろんな場合のわり算の見積もり方について、確かめてみたいね！</p>

一方、**After** は「個人思考」を、子どもが自分の立場をもったり、判断したりする時間ととらえ、問題提示からそのような意図を明確にして授業を展開します。「個人思考」では、「不十分な考え」「つまずき」を見取りつつ、短時間で「集団解決」に移ります。子どもが自分の立場を明確にしていることから、主体的に話し合う姿が期待され、子どもの「不十分な考えや判断」を生かしながら、教師が意図的な指名によって授業を展開することで、仮商の意味や見積もり方について表現したり検討したりする必要性が生じ、子どもが新たな「問い」を生み出していく姿が期待されます。このような展開であれば、より多くの子が「自分が問題解決に参加した」という楽しさを実感することができるのではないのでしょうか。

(高瀬)

Q & A!



Q 1

「個人思考」の時間を大切にするのはなぜ？

A 1

小学校学習指導要領では、「算数的活動」の重要性が明記されています。

算数的活動とは、子どもが「目的意識をもって主体的に取り組む」活動であることから、子どもが新たな問題に出会い、解決する「個人思考」の時間は、子どもが「目的意識をもって主体的に取り組む」重要な機会であり、その中で思考力・判断力・表現力を高めていくことが求められています。

「個人思考」の時間に対して、子どもが必要感や目的意識をもって臨む授業が展開されているかどうかが問われていると言えるでしょう。



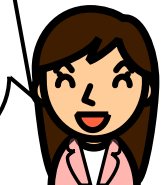
Q 2

「個人思考」のメリットとは？

A 2

「個人思考」の時間には、次のようなメリットがあります。

- ①「不十分な考え」「途中まで」「つまずき」を肯定的にとらえることができる。
- ②考えるのが早い子は退屈せず、ゆっくり取り組む子も苦痛に感じない。余分な時間がかからない。
- ③「不十分な考え」「途中まで」「つまずき」を生かした指名計画を構想し、集団解決場面に生かすことができる。
- ④全員が個人で解決することをねらっているわけではないことから、「自力解決のため」の「復習」は行う必要がない。必要に応じて行う形をとることができる。



Q 3

「個人思考」の時間における教師の留意点とは？

A 3

「個人思考」の時間に教師が配慮すべきこととして、次のようなことが挙げられます。

- ①「指名計画」の立案
- ②つまずきに対する支援（必要に応じて）
- ③ヒントの意図的なつぶやき、問いかけ
- ④「自分の考え」「気づき」をノートに記述させる指導
- ⑤思考のヒントとなる板書（図・数直線など）



2. 1. 5 集団解決での教師の働きかけと話し合いのポイント

(1) 確かな学力をバランスよく育む

現行の小学校学習指導要領解説算数編には、次のような記述があります。

思考力、判断力、表現力等を育成するため、各学年の内容の指導に当たっては、言葉、数、式、図、表、グラフを用いて考えたり、説明したり、互いに自分の考えを表現し伝え合ったりするなどの学習活動を積極的に取り入れるようにすること。（文部科学省，2008，p.187）

授業の中で、このような活動を中心的に扱うのは「集団解決」の段階であり、「問題解決の授業」の要の時間とも言えます。

しかし、「思考力・判断力・表現力の前に基礎的・基本的な知識・技能の習得だ」と考える教師もいます。前学習指導要領解説算数編の次のような解説に注目したいと思います。

根拠となることを明らかにしながら、筋道を立てて説明することができれば、自分にもよく分かるし、一緒に学び合う友達にもよく分かってもらえるようになる。（文部科学省，1999，p.8）

みんなで考えを表現し説明し合う「集団解決」は、確かな理解につながり、「知識」はもとより計算などの「技能」に関しても「計算の意味や仕方」の定着にとって極めて大切です。「思考力・判断力・表現力」も「知識・技能」、そして「関心・意欲」もバランスよく同時に育むには「集団解決」の充実が不可欠なのです。

(2) 「予想される子どもの反応」が充実した指導案を

指導案には、「集団解決」の段階に予想される(期待する)子どもの反応や考え方をどれだけ書けるかが授業の成否を大きく左右します。そして、実際の授業では「個人思考」で把握した子どもの実態を踏まえて構想した順番やタイミングで子どもの考えを取り上げていくのです。指導案で都合のよい正答だけを想定していると、授業で嫌な汗をかくことになってしまいます。

「途中まで」や「つまずき」、「誤答」を大切に

考えの取り上げ方には、次のようなものがあります。

- A 幾つかの考えを並列的に取り上げたあと「どの考えがよいか」と話し合う。
- B 誤答と正答を取り上げたあと「どちらが正しいか」と問い、続けて幾つかの考えを立場を明確にして説明させる。
- C 最初に誤答を取り上げて間違いと明確にしたあと、幾つかの正答を取り上げ「どの考えがよいか」と話し合う。

Aのように、幾つもの考えを並列的に取り上げても、子どもは「何を話し合っているのか」混乱してしまうことがあります。下手をすると、単なる発表会にもなりかねません。

(3) 比較の場面を位置づける

Bのように、正誤や適否を比較する場面を意図的に仕組み、話し合いの視点を明確にすることが効果的です。Cについても、最初に否定した誤答をどう生かすかが鍵になります。

「途中まで」や「つまずき」を積極的に取り上げ、それらを生かしつつ、複数の考えを比較してみんなで解決していくことによって、「わかった!」「できた!」「なるほど!」「すごい!」などの声がこだまする「考える楽しさ」のある授業になります。そして、そのような授業では、子どもは「自分たちで見つけた」と感じ、実感を伴った理解が図られるに違いありません。

(4) 問い返すことを基本として

子どもたちが主体的に取り組む、すなわち、考えつづけるためには、「大切なことは子どもから言わせる」ようにしなければなりません。そのため、教師は「どうして?」「本当に?」などと問い返すことを基本としたいものです。子どもが「だって」と言いたくなるように仕向けるのです。ましてや、教師のねらう考えを子どもが発言したとたん、「その通り!」「大正解!」などと言ってしまっただけでは、元も子もありません。具体的には、次のような教師の働きかけが効果的です。

- ① 本時の目標の達成にかかわる子どもの発言を強調したり、確認したりする。
「えっ、今なんて言ったの!」、 「何、何、もう一回言って!」 など
- ② 一人の説明を、その子どもだけで終わらせない。
「〇〇さんの考え分かる?」、 「同じ考えの人いる?」 など
- ③ 教師が適度にとぼける。
「先生には分からないな」、 「へえー、それでいいの?」 など

悩んでいたたり、意見が分かれたりしているときなど、必要に応じてペアでの意見交換をさせることも有効です。

(5) 考え方のキーワードを板書する

子どもが考えつづけるためには、次のような板書が重要です。

子どもの説明 → **その考え方の確認** → **考え方のポイントの板書**

- ① 主な発問を板書する。⇒目的意識や必要感、授業の流れ
「～について考えよう」「～は正しいか」「どちらが大きいかなど

② 考え方のポイントを板書する。⇒考えることの繰り返し指導に
「～と～を比べる」「～の公式を使う」「線分図をかく」など（相馬）

このような板書は、考えることを促し考え方の理解につながります。また、振り返りたくなるノート指導に直結するのです。

（6）相違点や共通点を探して考えを関連付ける

そして、板書内容を見ながら、「考え方の違いはどこ？」「みんな同じ考えなの？」などと発問し、相違点や共通点を探すことで、多様な考えをまとめていくことができます。

「集団解決」を発表会にしない鍵は、黒板にかかれた幾つかの考えを関連づける矢印や囲みを板書することとも言えます。

（7）考え方の共有を図る

どんなに重要な発言・考えでも、1人の児童が発表しただけでは学級全体で共有できないことが多くあります。そのため、考え方を確認したり、考えを読み取ったりする場面を設けることが重要です。

具体的には、次のような方法もあります。

代理説明

考えを書いた子どもとは別な子どもに説明をさせる。

リレー説明

子どもが考えを説明しているときにその続きを予想させ、他の子どもに説明させる。

【参考：金本良通（2012）表現力・コミュニケーション能力を育てる算数授業，明治図書】

このような工夫により、他者の考えを読み取り解釈することや、他者の説明に集中し、伝えたいことを推察したり、文脈に沿って説明したりすることができるようになっていくことでしょう。

（8）＜指導案による比較＞

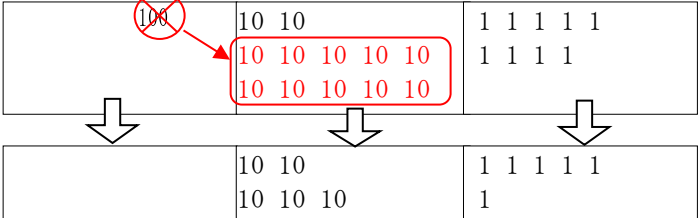
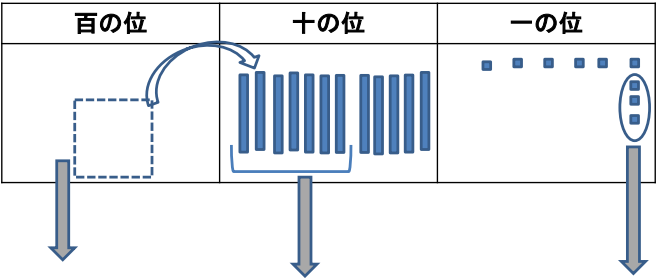
では、実際の授業（指導案）を例として見ていきましょう。

① **第2学年「たし算とひき算のひっ算」**（4 / 1 1 時間扱い）の授業です。本時の目標は、「既習の筆算の仕方を基に、3位数－2位数（百の位からの繰り下がりあり）の計算の仕方を考え、説明することができる。（数学的な考え方）」と設定しています。

Before と After では、個人での活動後に違いがあります。

Before

交流の目的、それぞれの発表とまとめの関連が不明確

過程	教師の働きかけ(■)と子どもの活動(○)
全体交流	<p>■ 考えたことを発表しましょう。</p> <p>○ 図で</p>  <p>○ ブロックで</p>  <p>○ 筆算で</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content; margin: 0 auto;"> $\begin{array}{r} 10 \\ + 29 \\ - 73 \\ \hline 56 \end{array}$ </div> <p>■ それぞれの発表に、質問はありますか。</p> <p>■ それぞれの発表のよいところはどこですか。</p>
	まとめ 練習問題

■ **Before** では、並列的に多くのものを取り上げていて、発表の目的が曖昧になり、それぞれの考えの関連も見えづらくなっています。このようなケースでは、単なる発表会となってしまうことが多くあります。また、「よさ」の視点も明確になっていないため、それぞれのよさに気付くことが難しい展開となっています。さらには、「多様さ」を無理に求めることは、禁物です。多種多様なものが出てくることで、子どもが混乱したり、「あれもいい。これもいい」「どれでもいい」となってしまったりすることは避けたいものです。

過程	教師の働きかけ(■)と子どもの活動(○)															
集団解決	<p>■それぞれ、どのように考えたのでしょうか。どちらが正しいのでしょうか。</p> <p>○筆算で(その1) ○筆算で(その2)</p> <table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="width: 50%; padding: 5px;"> $\begin{array}{r} 129 \\ - 73 \\ \hline 156 \end{array}$ </td> <td style="width: 50%; padding: 5px;"> 繰り下がりを書き忘れているから百の位が違っているよ。それとも、十の位を7-2と考えてしまったのかもしれないね。 </td> </tr> </table> <table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="width: 50%; padding: 5px;"> $\begin{array}{r} 10 \\ + 29 \\ - 73 \\ \hline 56 \end{array}$ </td> <td style="width: 50%; padding: 5px;"> 百の位から繰り下げて、十の位を計算したよ。これでいいのかな。 </td> </tr> </table> <p>■繰り下がりをおのように考えた人がいます。これは間違いでしょうか。</p> <p>○筆算で(その3)</p> <table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="width: 50%; padding: 5px;"> $\begin{array}{r} 100 \\ + 29 \\ - 73 \\ \hline \end{array}$ </td> <td style="width: 50%; padding: 5px;"> こう書いてしまうと、「十の位が100」になって、1000の意味になってしまうからだめだよ。 </td> </tr> </table> <p>■本当に筆算(その2)が正しいのでしょうか。</p> <p>○図で</p> <table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse; text-align: center;"> <tr> <td style="width: 33%; padding: 5px;"> 100 </td> <td style="width: 33%; padding: 5px;"> $\begin{array}{l} 10 \ 10 \\ 10 \ 10 \ 10 \ 10 \ 10 \\ 10 \ 10 \ 10 \ 10 \ 10 \end{array}$ </td> <td style="width: 33%; padding: 5px;"> $\begin{array}{l} 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \\ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \end{array}$ </td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px;">↓</td> <td style="padding: 5px;">↓</td> <td style="padding: 5px;">↓</td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px;"> $\begin{array}{l} 10 \ 10 \\ 10 \ 10 \ 10 \end{array}$ </td> <td style="padding: 5px;"> $\begin{array}{l} 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \\ 1 \end{array}$ </td> <td style="padding: 5px;"></td> </tr> </table> <p>○繰り下げると、100は「10が10個」になるから、やっぱりこれでいいんだね</p>	$\begin{array}{r} 129 \\ - 73 \\ \hline 156 \end{array}$	繰り下がりを書き忘れているから百の位が違っているよ。それとも、十の位を7-2と考えてしまったのかもしれないね。	$\begin{array}{r} 10 \\ + 29 \\ - 73 \\ \hline 56 \end{array}$	百の位から繰り下げて、十の位を計算したよ。これでいいのかな。	$\begin{array}{r} 100 \\ + 29 \\ - 73 \\ \hline \end{array}$	こう書いてしまうと、「十の位が100」になって、1000の意味になってしまうからだめだよ。	100	$\begin{array}{l} 10 \ 10 \\ 10 \ 10 \ 10 \ 10 \ 10 \\ 10 \ 10 \ 10 \ 10 \ 10 \end{array}$	$\begin{array}{l} 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \\ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \end{array}$	↓	↓	↓	$\begin{array}{l} 10 \ 10 \\ 10 \ 10 \ 10 \end{array}$	$\begin{array}{l} 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \\ 1 \end{array}$	
	$\begin{array}{r} 129 \\ - 73 \\ \hline 156 \end{array}$	繰り下がりを書き忘れているから百の位が違っているよ。それとも、十の位を7-2と考えてしまったのかもしれないね。														
$\begin{array}{r} 10 \\ + 29 \\ - 73 \\ \hline 56 \end{array}$	百の位から繰り下げて、十の位を計算したよ。これでいいのかな。															
$\begin{array}{r} 100 \\ + 29 \\ - 73 \\ \hline \end{array}$	こう書いてしまうと、「十の位が100」になって、1000の意味になってしまうからだめだよ。															
100	$\begin{array}{l} 10 \ 10 \\ 10 \ 10 \ 10 \ 10 \ 10 \\ 10 \ 10 \ 10 \ 10 \ 10 \end{array}$	$\begin{array}{l} 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \\ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \end{array}$														
↓	↓	↓														
$\begin{array}{l} 10 \ 10 \\ 10 \ 10 \ 10 \end{array}$	$\begin{array}{l} 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \\ 1 \end{array}$															
まとめ 練習問題	<p>■今日の学習をまとめましょう。</p> <p>■練習問題をしましょう。</p>															

■ **After** では、取り上げる順番を整理し、比較を通して「妥当性」という視点を明確にしています。また、一般化を図れるよう、十進位取り記数法の考え方に関する誤答例は意図的に話題となるようにしています。さらに、児童が図を用いて説明する際には、筆算とどのように関連しているのかを問い返しながら進め、繰り下がり仕組みが明瞭に示されている図のよさにも気付けるようにしています。

②第2学年「何人いるかな」(1時間扱い)の授業です。本時の目標は、「重なりがある場合などの順序数の加法の場面を図などを用いて表し、計算の仕方を考え説明することができる。(数学的な考え方)」と設定しています。


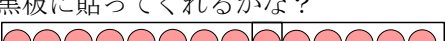
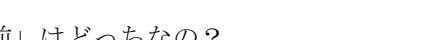
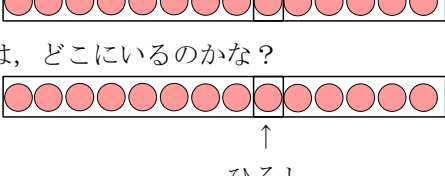
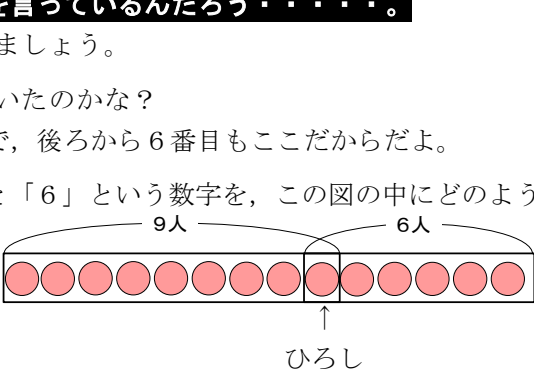
Before

教師のねらう考え方を最初に取り上げる

過程	教師の働きかけ(■)と子どもの活動(○)
	<p>■問題「みんなで何人いるでしょうか」</p> 
<p>集団解決</p>	<p>■考えたことを発表しましょう。</p> <p>○ $9 + 6 - 1 = 14$ (14人)</p> <p>■図をかいた人はいますか？</p>  <p>■ $9 + 6$ ではないのですか？</p> <p>○ひろしさんが、9と6の両方に入っているよ。</p> <p>■そうですね。気を付けましょう。</p>

■ **Before** では、教師のねらう考え方を最初に取り上げてしまったことにより、その後、他の子が違った考え方を出しづらくなってしまっています。これでは、子どものつまずきに寄り添えなかったり、強調したい点が曖昧になってしまったりしてしまいます。

■ **After** では、「途中まで」や「つまずき」、「誤答」を大切にすることで、「間違いから学べること」に子どもが気付いたり、根拠を説明する必要性が生まれたりしています。また、問い返すことを基本とした教師の対応も、「だって」を引き出すことに効果的に働いています。さらには、代理説明の機会を設けることで、考え方の共有を図るようにしています。(野田)

過程	教師の働きかけ(■)と子どもの活動(○)
集団解決	■考えたことを発表しましょう。(意図的な指名や教師からの誤答の提示)
	○ $9 + 6 = 15$ (15人)
	■ $9 + 6 = 15$ 15人ではない、という人がいるみたいだよ。何人だと思うの？
	○私は、14人だと思うよ。
	■え?? 本当? だって、こういう図になるよね。(意図的な指名や教師からの誤答の提示)
	
	ほら! 合っているよね。14人だと思う人は、他にもいますか?
	○私も、14人だと思います。だってね、その図は間違っているから。
	■じゃあ、このテープを黒板に貼ってくれるかな?
	○こうだと思います。 
	■どうして重なっているのかな?
	○だって、ひろしさんは、前から9番目でしょ。
■え?? 「前」はどっちなの?	
○まえ 	
■ひろしさんは、どこにいるのかな?	
○まえ 	
■うーん・・・。どうして重なっているんだろうね・・・。	
○ひろしさんは、後ろから数えて6番目でしょ。だからだよ。	
■ん?? どういうことを言っているんだろう・・・。	
隣の人とお話をしてみましょう。	
■どういうことを言っていたのかな?	
○前から9番目がここで、後ろから6番目もここだからだよ。	
■ということは、「9」と「6」という数字を、この図の中にどのように書き入れたらいいのかな?	
	
■なるほどね。でも、これを式で表すことなんてできるのかな?	
○私は、 $9 + 5 = 14$ がいいと思います。	
○ぼくは、 $8 + 6 = 14$ でもいいと思うよ。	
○9と6が出てきているか、 $9 + 6 - 1 = 14$ とするのがいいんじゃないかな。	

Q & A!



Q 1

子どもが、先生だけに向かって話してしまい、話し合いにならないことが多くあります。

A 1

先生が、発言している子にのみ注目していると、一対一の関係になってしまい、他の子を巻き込むことができなくなってしまうことが多くあります。また、子どもが発言した言葉を、意図もなく教師が繰り返し話したり、教師がよかれと思って違う言葉に置き換えて繰り返し話したりすると、子どもは、だんだん発言者の言葉を聞かなくなってしまう。「今、なんて言ったのかな?」「どういうことを言っているんだろう」と他の子に話させるようにしたり、代理説明、リレー説明の機会を設けたりすることも工夫の一つです。

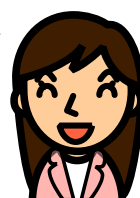


Q 2

「発表会」で終わってしまい、話し合いが深まりません。どうしたらよいのでしょうか。

A 2

「誤答」の取り扱いがポイントです。誤答と正答を比較させたり、誤答を最初に取り上げたりすることで、根拠を説明する必要性が生まれ、「なるほど!」という展開が生まれたりします。



2. 1. 6 本時の終末, まとめ「!」, 本時の評価

本時の目標を, きっかけとして提示した1つの「問題」の解決だけで達成できると考えることは現実的ではありません。本時の「問題」を1題目と捉え, 短めの「個人思考」とみんなで考える「集団解決」を通して解決し, 新たな知識や技能, 考え方を見出すのですから, 自分の考え方がちょっと不安な子供や, 自力ではわからなかったけれどもみんなの説明を聞いてわかった子供もいるはずです。そこで, まとめや練習問題, さらに宿題をも含めて授業を構想したいものです。

(1) 「確認問題」の活用の仕方

「確認問題」の活用の仕方には, 大きく次のような場合が考えられます。

- ① 多様な考えを「教師が本時でねらう考え」に収束させる。
- ② 1つの問題で考えたことをより一般的なものにする。
- ③ 子供たちの理解の程度をより確かなものにする。
- ④ 考え方を説明し合う機会をつくる。

(2) 形式的な終末から余韻のある終末へ

形式的に行われがちな「終末」段階での活動の例として,

- △ 授業感想など「自己評価」を毎時間ノートに書かせる。
- △ 授業の最後や練習問題の前に黒板をノートに書き写させる。

などがあります。上の例では練習問題をもう一問取り組んだり, 毎時間ではなく必要に応じて宿題としておこなったり, 下の例では必要に応じて書くことの大切さを指示する等して, 形式的ではなく余韻のある終末にしたいものです。

(3) 観点別評価における評価問題の工夫

「知識・理解」の評価問題を穴埋め式のものから, 「判断」の要素を含め理由を問うという形式で評価する方法はどうか。具体的には,

- △ 3つの辺の長さが等しい三角形を()とといいます。
→ ○ 正三角形をさがし, そのわけを書きましょう。

などです。そして, 数学的な考え方の評価問題では, 記述式で書かせるようにしたいものです。相馬氏は, 評価問題の工夫について, 次のように述べています。

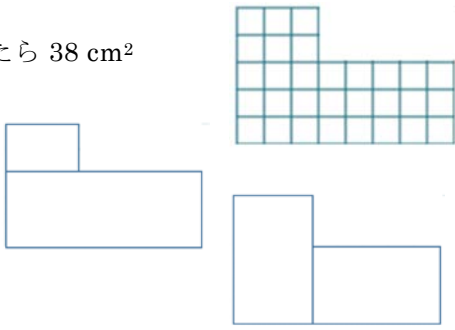



- [評価問題の改善の視点] (相馬, 1997)
- 授業との関連を重視した問題 (授業で強調した事柄を評価する問題)
 - 結果だけを覚えていてもできないような問題 (過程や考え方を評価する問題)
- [評価問題の工夫]
- 授業の中で取り上げた考え方や「問題」を問題にする。(理由を問う問題)

<指導案による比較>

第4学年「面積」

Before

本時の目標：複合図形の面積の求め方について、分割したり補ったりするなどして考え、説明することができる（数学的な考え方）

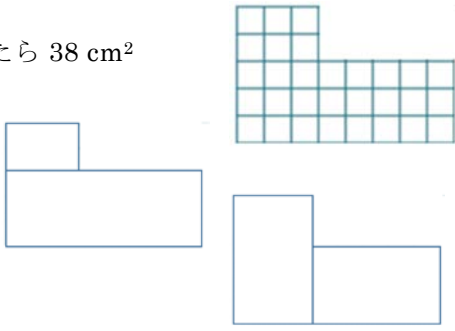



過程	教師の働きかけ (■) 子供の活動 (○)
集団解決	<p>■ 考えたことを発表しよう。</p> <p>○ 1cm^2 の正方形の数を数えたら 38cm^2</p> <p>○ 2つの長方形に分けた $2 \times 3 + 4 \times 8 = 38\text{ (cm}^2\text{)}$</p> <p>○ 2つの長方形に分けた $6 \times 3 + 4 \times 5 = 38\text{ (cm}^2\text{)}$</p> 
まとめ	<p>■ 今日の学習をまとめよう。</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content; margin: 10px auto;"> <p>正方形や長方形の形をもとにすると面積を求められる。</p> </div>
確認問題	<p>■ 練習問題をしよう。</p> <p>① </p> <p>② </p> <p>③ </p>

Before の練習問題①, ②は「補う」というひき算の発想も生じやすい形ですが、終末の時間では、学級全体で共有する時間を十分にとれないことから、この新たな考え方を自分でも試して用いてみるという取り組みを、充実させることが難しいと考えられます。

After の「確認問題」は、必ず「補う」考え方で求めなければならないものとなっています。このような「確認問題」を位置づけることで、「集団解決」の際に「他の考え方はないか」というような発問をくり返す必要がなくなります。学級全体で「補って考え、ひき算を用いる」という考え方を共有することができた後に、「練習問題」で両方の考え方をを用いて解決できるような問題を設定するとよいのではないのでしょうか。

After

本時の目標：複合図形の面積の求め方について、分割したり補ったりするなどして考え、説明することができる（数学的な考え方）

過程	教師の働きかけ (■) 子供の活動 (○)
集団解決	<p>■ 考えたことを発表しよう。</p> <p>○ 1cm^2 の正方形の数を数えたら 38cm^2</p> <p>○ 2つの長方形に分けた $2 \times 3 + 4 \times 8 = 38\text{ (cm}^2\text{)}$</p> <p>○ 2つの長方形に分けた $6 \times 3 + 4 \times 5 = 38\text{ (cm}^2\text{)}$</p> 
確認問題	<p>■ このような形でも求められるでしょうか。</p> <p>○ 分けて足すのは難しそうだ。</p> <p>○ 全体から欠けている分を引いたらいいと思う。</p> 
まとめ	<p>■ 今日の学習をまとめよう。</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content; margin: 10px auto;"> <p>正方形や長方形の形をもとにすると面積を求められる。</p> </div>
確認問題	<p>■ 練習問題をしよう。</p> <p>① </p> <p>② </p>

1つの問題だけで、「まとめ」を立てるのではなく、確認問題を積極的に位置づけることにより、多様な考えを「教師が本時でねらう考え」に収束させたり、一般的なものにしたることができます。また、子供たちの理解の程度をより確かなものにしたたり、考え方を説明しあったりする機会にもなります。

また、「本時の目標」との正対についても確認しておきましょう。学習内容の定着を目指して行う「練習問題」や「宿題」は、本時の学習活動が十分に生かされる問題であることが望ましいです。

(冬野・神野藤)

Q&A!

ここで復習 「本時の終末、まとめ、本時の評価」
ここまでを読んできているならわかるはず？



Q1

確認問題の活用の仕方はあるものがあるの？

A1

大きく分けて4つあります。

- ① 多様な考えを「教師が本時でねらう考え」に収束させる。
- ② 1つの問題で考えたことをより一般的なものにする。
- ③ 子供たちの理解の程度をより確かなものにする。
- ④ 考え方を説明し合う機会をつくる。

「本時の目標（評価観点）」と正対した問題を設定することも大切です。



Q2

確認問題以外では、「終末」の活動として、どんな工夫が考えられますか？

A2

さらなる定着を目指して、練習問題をもう一問取り組んだり、必要に応じて宿題への動機づけを行ったりすることが考えられます。

終末の活動におけるノート指導では、必要に応じて書くことの大切さを指示する等して、形式的ではなく余韻のある終末にしたいものです。



Q3

「知識・理解」の評価は語句の穴埋めでいいの？

A3

「判断」の要素を含め理由を問うという形式で評価する方法はどうでしょうか。例えば、「正三角形」という言葉を答えさせる問題から、「正三角形をさがし、そのわけを書きましょう。」という記述式の問題にすることで、より深い「知識・理解」の定着につなげることができると考えられます。



2. 1. 7 板書とノート指導の工夫

○「板書」の果たす役割について

多くの教師は、板書が上手になりたいと思っています。担任が全ての教科を一人で教える小学校の教員であれば、自分の書く文字に子どもの文字が似てくるという場面に出くわすことがよくあります。小学校に入学後、文字や数字を初めて学ぶ子どもからすれば、教師が板書する文字や数は全てがお手本であり、知らず知らずその形が刷り込まれていくことになるのです。

板書には、視覚に訴えるよさがあります。文字情報や音声情報だけでは、理解しがたい問題や、友だちの発言、解決への道筋が板書を介して捉えることで、子どもの理解を助けるのです。また、子どもの声を位置付けることで、評価の記録になったり、黒板に図を描いたり、書きこんだりしながら説明することで、皆で考えを共有できるよさがあります。

○「板書」をどう構成すればいいのか

- (1) 解決のプロセスが見える板書
- (2) 板書を構造化する～比較・類分け～
- (3) 子どもの声を板書に位置付ける

板書を構成する際、左記のことに気を付けてみましょう。特に教師が伝えたいことを一方的に板書するのではなく、子どもの声を取り入れながら、1時間の学びが残る板書にしたいと思う

のです。この時、1時間の授業で1枚の板書にまとめることを意識し、書いたものを消さないことが大切です。

○「ノート」の果たす役割について

- × 黒板を写したものを記録する。

ノートを書く時に一番イメージすることは次のようなことではないでしょうか。

このようなノートの使い方から脱却させます。

算数という教科は、「筋道立てて考える力」を伸ばす教科です。ですから、子どもの思考のプロセスが残るノートにしたいのです。また算数は、既習を活用して学習を進める教科です。単元の中での学びや、これまでの学習の足跡がノートに残っていれば、子どもはノートを振り返って見ます。子どものそのような姿が授業中表れるノートにしたいのです。

○「ノート」の書き方をどう指導するか

- (1) 見開き2pで1時間(45分)の授業
- (2) 自分の考えの過程を記録すること
- (3) ノートは試行錯誤する場～心の声～

ノートの書き方を指導する際に左記のことを大切にしましょう。1時間の授業で行われる思考の変遷を学年や学級の実態に応じて残るようなノート作りを指導したいと思うのです。

導入として…

まず身に付けるべきこと

- ①体ごと移動して、線をかく
- ②正方形を意識する
- ③学年に応じた文字の大きさと量
- ④色チョークの見え方
- ⑤チョークの太さを使う

「正しく美しい文字を書く」ということが絶対条件です。前述したように、子どもは教師の文字を毎日見て過ごします。私たちが少しでも美しい文字を書く努力をすることは必ず必要になります。そのためには次のことに気を付けてみるといいのではないのでしょうか。

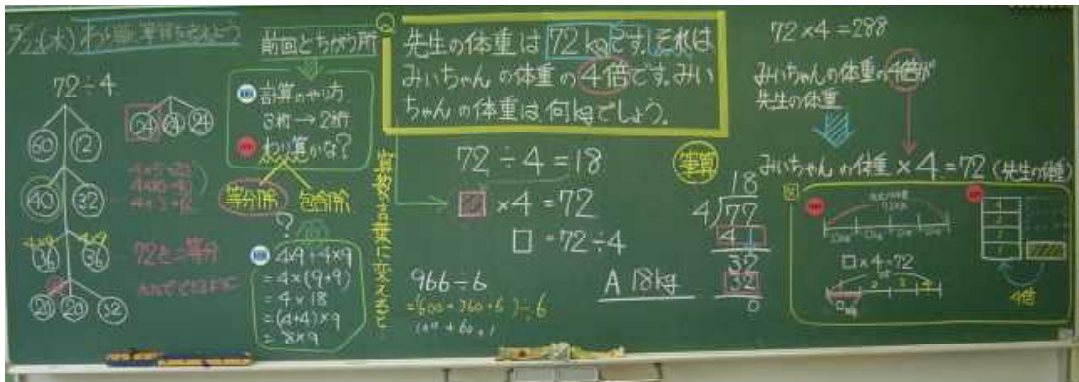
板書が上達するために最も効果的なこと。それは自分の日々の板書を振り返ることです。放課後の少しの時間でいいのです。その日に書いた板書を見てみます。そこで、前述の3点が上手く表現できているかを見てみるといいでしょう。

そのためにまず、

毎日の板書を記録化

⇒デジタルカメラで毎時間の板書を撮影します。

この活動を続けるとだんだん自分の板書と子どもの考えが一致していきます。



(1) 解決のプロセスが見える板書

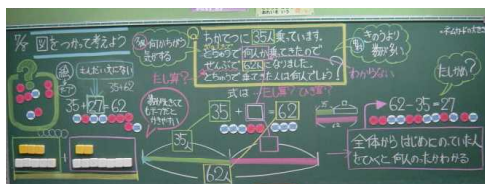
板書には、子どもが「問題をどのように解決していったのか」という解決のプロセスが見えるようにしたいものです。それは、算数科が解決のプロセスを大切にしている教科だからです。子どもの発言を羅列した箇条書きの板書や、教師の思いつくがままに記録するメモからの脱却を図ります。

そこで、まず子どもの発言を想定することから始めます。黒板のどこに、どの考えを位置付けるのか想定することが大切なのです。事前に実際に書いてみたり、ノートなどに授業をイメージしながら書いてみることも大事なポイントです。

(2) 板書を構造化する ～比較・類分け～

<事前計画>

Before



ブロックなどの具体物をテープ図で表現することに変換する授業場面（第2学年「図を使って考えよう」）です。最も重要視したいテープ図は、黒板の中心に位置付け、未知数を□とすることで問題文通りのたし算

の形にする考え方を書きます。また、子どもがどのように考えるのかをネームカードで位置付けておきます。

授業終了後に授業の流れがわかるようにかくこと

<実際の板書>

After

実際の授業では、想定よりも板書する文字数が減ります。子どもから生まれた考えを、位置付けていくと数の意味により迫っていたことが見えてきます。教師の想定したテープ図を大事にした展開よりも、子どもの思いは、式に出てくる数は何を表すのかという部分に目が向いています。ですから、それぞれの考えに出てくる数を色分けすることで、何が同じで、どこが違うのかを明らかにしていきます。



また、問題文から感じた子どもの思いを吹き出しにして残したり、矢印で考えと考えのつながりを見えるようにしたりすることも大切になります。

(3) 子どもの声を板書に位置付ける

板書には、子どもの言葉を残していきたいと考えます。



この板書は第2学年「三角形と四角形」の単元のもので

す。三角形の頂点は青の磁石、四角形の頂点には赤の磁石を置くことで頂点の数に目を向けさせます。そうすることで仲間分けの視点が生まれたり、それぞれの形の特徴がより鮮明になっていきます。また、ネームカードで子どもの思考を板書に位置付けることで、誰の考えかが明らかになります。

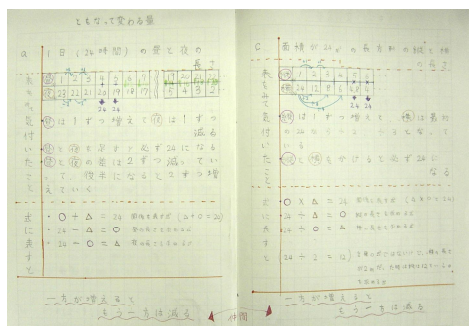
本時では、子どもの発言が「まとめ」となっています。授業の中から見いだした子どもの素直な言葉が、本時の価値なのです。教師は、子どもの発言を瞬時に分析し、黒板というキャンパスにどう位置付けるかが勝負になるのです！明確な評価観点をもつことが、どこに位置付けるのかという瞬時の判断を可能にするのです。

ノート指導 上達への道

子どもが上手にノート作りを行うためには、ノートにまとめたり、自分の考えを書いたりすることに楽しさを感じさせたいと思います。楽しさの感じ方は、個々に異なりますが、いくつかのポイントに気を付けることで、確実に楽しいと感じる子どもが増えるはずです。

(1) 見開き2pで1時間(45分)の授業

まずは、1時間の授業をノート見開き2ページでまとめることを目標にさせます。



授業で大切にしたいことは、書くことだけではありません。自分の考えを伝えたり、友達の話の聞いたりすることも大切です。自分の学びの足跡を残したり、友達の考えを記録したりする量としても丁度いいのです。

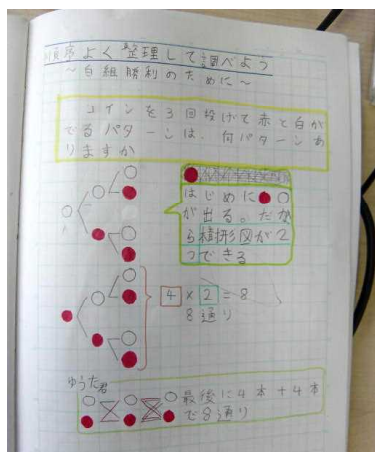
また、算数のノートですから表にまとめたり、簡単なグラフをかいたり、式に表したり、図で表現したりといった算数で大切にしたい言葉を使ってまとめさせます。

～第5学年「比例」より～

見開き2ページ程度は、その日どんな学習をしたのかが見やすく、後日振り返ることができるノートにしやすいのです。振り返ることができるノートは、ノートの有用性を高め、大切に、丁寧に書こうとする思いを膨らませるのです。

(2) 自分の考えの過程を記録すること

算数のノート作りで一番大切にしたいことは、自分が考えた過程がノートに残っているということです。



～第6学年「場合の数」より～

まず、1時間の学習で、何について考えるのか(=課題)は必ずノートに書かせます。後から振り返った時に何を学んだのかが分かります。この時、毎回同じ色の枠で囲んだりすると、何が本時の課題なのかがより見やすくなります。

次に、自分がどのように考えたのかをしっかりと残すことを大切にさせます。算数の学習で個人思考するときには、どのように考えたのかを記録していくのです。この時、

- ① どのような既習を使って考えたのか
- ② 言葉、式、図などを使い、つながりを記述
- ③ 誤答を残す

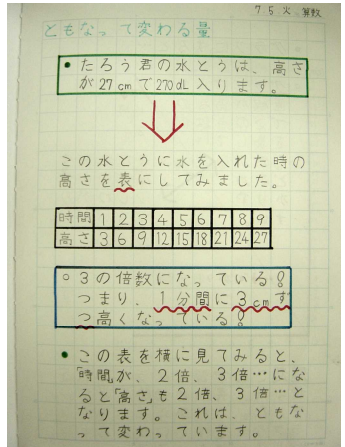
など学年の発達段階や単元によって、大切にしたいことを伝えたり、よいまとめをしている子をほめたり、学級の皆に見せたりする教師の関わりが、上手なまとめ方を学級に広げることになります。

また、課題を囲む色や吹き出しに使う色、友達の発言などを自分で色や形を決めてまとめるという活動は、高学年の頃になるととても楽しい学びとなっていきます。

自分の考えを記述するとき、最も大切にしてほしいことは、「誤答を残す」ということです。ノートを書くことが楽しくなり、きれいに書けるようになってくると、「正しい答えや考えを美しくまとめたい」という思いが、子どもの中に生まれます。しかし算数では、「どうして間違ったのか」という視点がとても重要になってくるのです。自分の間違いを消しゴムで消さずに残すことを子どもに実践させましょう。

(3) ノートは試行錯誤する場～心の声～

では、どうして間違いを残すことが大切になってくるのでしょうか。



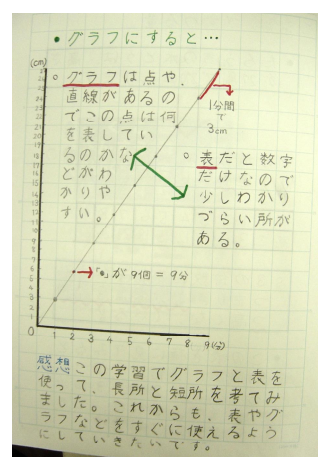
算数では、「もし～とを考えてみたら…」という学びが大切です。中学年くらいならば、授業中の発言の中でよく見られる言葉です。この仮説をもとに自分の考えを進めることは、「筋道立てて考える力」を伸ばすことにつながります。

「もし～」と考えて、たとえ上手くいかなかったとしても、「この時は上手くいかない」ということが明らかになります。こうして、「できること」「できないこと」をはっきりさせていくことで、どんな時も使える一般化された考えや、公式を導き出したりすることができるのです。

また、自分の考えを書いたり、仮説を立てて考えたり、図に表してみたりするとき、頭に浮かんだ「心の声」を残すようにさせます。

「うまくいかない!」「ここで分からなくなった」のような困ったときの言葉。「なるほど! ○○君の言いたいことはこういうことか」「この考えから、こんなことが言える」のような解決への道が開けた瞬間の言葉。どちらも授業の中で生まれた子どもの思いです。

心が動く瞬間を授業の中に創り出すことは、どんな学びでも大切にしたいことです。ノートには、そんな動く瞬間を残しておきたいのです。



ノートは、子どもが自分の考えを整理し、思いを表出する場なのです。(高橋)

Q&A!

ここで復習「板書とノート指導の工夫」

ここまで読んできているならわかるはず？



Q 1

「正しく美しい文字を書く」ために、どんなことに気を付けるといいでしょうか？

A 1

子どもの文字は、教師の文字に似てきます。ですから次の5つの点に注意して書いてみましょう。

- ①体ごと移動して、線を書く
- ②正方形を意識する
- ③学年に応じた文字の大きさと量
- ④色チョークの見え方
- ⑤チョークの太さを使う

色チョークは使いすぎず、吹き出しはこの色、課題はこの色と決めて使うといいです。また、子どもが先生と同じペースで書けるように板書してあげると、子どものノートへもいい影響がでますよ。

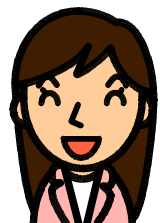


Q 2

算数のノートづくりで一番大切にしたいことは何ですか？

A 2

自分の考えの過程がノートに残っていることです。そのために、課題、自分の考え、誤答、そして授業中に頭に浮かんだ「心の声」を残してみましょ。子どもの「思い」がしっかりと表出されたノート作りを目指してみるといいですね。



2. 1. 8 教科書の活用

日々の授業づくりには、「教科書の活用」が欠かせません。もちろんここで言う教科書の「活用」とは、子どもたちに教科書を「使用」させるという意味ではありません。教科書を「活かす」ということです。

その活用方法には様々ありますが、大きく次の2つに分けることができます。

- (1) 教科書を活用して教材研究をする。
- (2) 教科書の問題を活用して授業を行う。

(1) 教科書を活用して教材研究をする

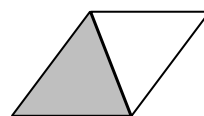
教科書にはそれぞれの学校で使われているもの以外の教科書もあります。算数では、「学校図書」「教育出版」「啓林館」「大日本図書」「東京書籍」「日本文教出版」の全6社があります。

どの教科書も、学習指導要領に定められている算数科の学習内容を盛り込んでいますが、取り扱う問題やその数値、単元の配列などは、出版社ごとにこだわりをもって設定されています。ですから、その設定理由を探ると、算数教材への深い理解につながるのです。

例えば、**第5学年「面積」**の学習で取り扱う単元導入問題を見てみましょう。

	学校図書	教育出版	啓林館	大日本図書	東京書籍	日本文教出版
扱う図形	平行四辺形	平行四辺形	三角形	平行四辺形	平行四辺形	平行四辺形
数値 (求積公式の形式で表示)	5×6の 長方形と 6×4 と 6×3の 平行四辺形	6×4 の 平行四辺形	6×4÷2 の三角形	6×5の 長方形と 6×4 の 平行四辺形	6×4 の 平行四辺形	6×4 の 平行四辺形
単元の導入の仕方	長方形を倒して平行四辺形その後、2つを同時に扱う。	長方形を倒して平行四辺形にする。	様々な四角形を提示して今後の学習に見通しを立てる。	長方形を倒して平行四辺形その後、2つを同時に扱う。	様々な四角形を提示して今後の学習に見通しを立てる。	様々な四角形を提示して今後の学習に見通しを立てる。

ここから、6社中、啓林館だけが「**三角形**」で導入していることが分かります。三角形から導入すると、この時はまだ平行四辺形を学習していませんから、右図のような三角形を2つつなげる倍積変形の考えは出てきません。その分、次の平行四辺形の求積

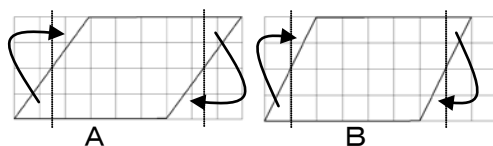


では、「三角形を2つつなげた形として平行四辺形を見る」というような見方を引き出すことができます。どちらで導入するのがよいということではなく、このような2つの

違いを理解した上で、自分の学級の実態にはどちらが合っているのかを検討して扱っていくことが大切です。

また、ほとんどが 6×4 の平行四辺形を扱っていますが、実はその形には 2 種類あります。次の図の A と B を見てください。

東京書籍のみ B を扱っていて、他社は全て A の平行四辺形です。では、この A と B の平行四辺形では、引き出される考え方はどのように違うのでしょうか。



A の場合、両端を切りとって移動し、長方形に変形して面積を求めるといような考え方が生まれにくくなります。切る線（上記点線）が、罫線の交点にぴったりとは合わないからです。B ではぴったり合いますから、逆にこのような考え方が生まれやすくなります。考え方の多様性を求めるならば B ですが、シンプルに公式へ結び付けるならば A を選択するのがよいかもかもしれません。これもやはり、学級の実態に合わせて選んでいくことが大切になります。

このように、1 つの単元だけでもそこで扱う問題や数値も違ってきます。なぜ、このような問題になっているのか。この数値である理由は何なのか。また、単元は本当にこの順番で扱わなくては行けないのかなど、教科書を比較しながらいろいろなことを考えてみるとよいでしょう。そうすることで、私たち自身も、教材に対する理解をより深められるのです。

（2）教科書の問題を活用して授業を行う

日々の授業で、教科書の問題をそのまま提示する方法もありますが、これらの問題を活用し、少し工夫して扱っていくことができます。学級の実態に合わせて工夫していくことで、子どもたちの学ぶ意欲をより高めることにもつながっていくのです。

活用のポイントも様々なものがありますが、ここでは 3 つの例を示したいと思います。

- A. 友達と考え方がずれる（分かれる）ようにする
- B. 求めるものを逆にする
- C. 求めるものが広がるようにする

もちろん、これが教科書活用の仕方の全てではありません。他にも様々な工夫の仕方があります。ただし、どんな方法も実態に合っていなければ有効に使うことができません。子どもたちの実態を見取ること、それが教科書を活用する上で第一に大切なことを忘れないでください。

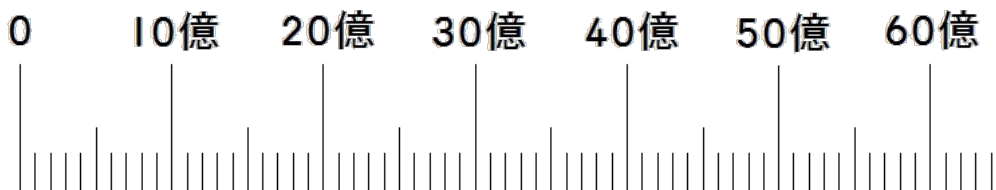
A. 友達と考え方がずれる（分かれる）ようにする

何か問題の解決を考えている時、その結果や解決の方法が友達とずれると、子どもたちはそれを互いに知りたくなります。教科書の問題をそのまま提示しても、このような場をつくれる場合もありますが、いつでもできるわけではありません。

そこで、少し問題提示を工夫して、友達と考え方がずれる場を多く設定してみましょう。これによって、子どもたちの学ぶ意欲を一段と引き出していくことができます。

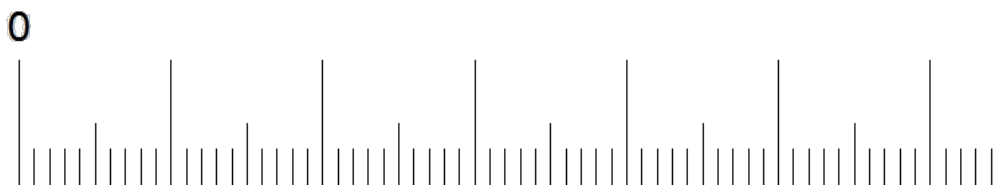
例えば、次のような数の大きさを調べる問題があります。下の例は、**第4学年「大きな数」**の学習です。

Before 問) 64億の場所に↓を書きましょう。



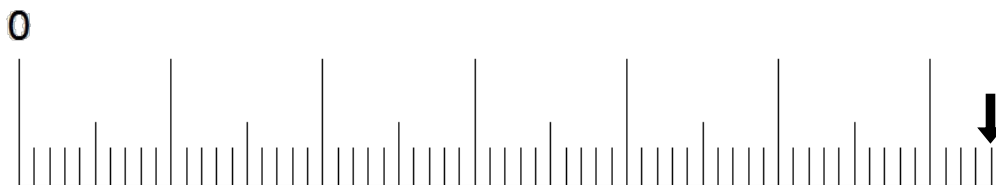
Beforeの問題では、「64億」の場所を見付けて↓を書き込むだけ終わってしまいます。そこで、次のように提示する数直線を工夫してみます。

After 問) 64億の場所に↓を書きましょう。

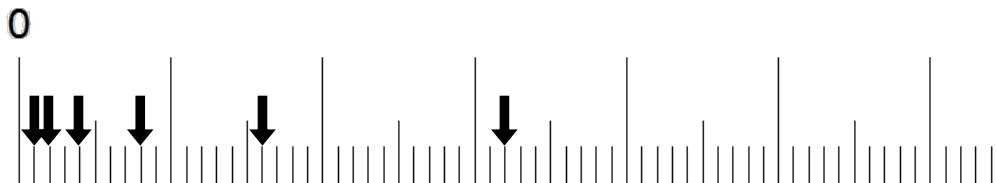


Afterは、なんのことはない、数直線の数値を「0」しか書いていないものを提示するというだけのことです。とても簡単ですね。ですが、このちょっとした工夫で、子どもたちの考え方のずれを生むことができるのです。

さて、この数直線を提示されて「64億」の場所を聞かれたなら、どこに↓を書くでしょうか。まずは、最初の問題のように、ここに↓を書きたくなりますね。



しかし、しばらく子どもたちに考えさせると、こんなところにも↓をつける子が現れ始めます。



どうでしょうか。大人でも「え？どうしてそこなの？」と思うところがあるのではないのでしょうか。友達との考え方のずれは、このように「どう考えたのか知りたい、探りたい。」という思いを引き出すことができるのです。

この問題提示では、1目盛りをいくつと捉えるかで「64億」の場所が変わってくるように教材の工夫がされていました。これにより、数の大きさの学習だけでなく、「何を単位と考えるか」という学習にもつながりました。高学年の割合の学習にもつながる大切な学びを位置付けることもできたということになります。

B. 求めるものを逆にする

これも、ちょっとした工夫で日々の授業で子どもたちの思考力を高めていくことができる、大切な教科書活用の視点になります。どのような工夫なのか、具体的な例を通して説明したいと思います。**第1学年「3つのかずのけいさん」**の学習です。

どの教科書にも次のような問題が絵とともに載っています。

Before

絵①

くるみが
5こあります。

絵②

3こあげました。

絵③

4こ
とってきました。

問) くるみはなんこになったでしょうか。

Before は、よくある3つ口のたし算の問題ですね。では、この問題を「求めるものを逆にする問題」に変えてみます。

After

絵①

くるみが
5こあります。

絵②

3こあげました。

問) くるみは6こになりました。③ではどんなことがあったのでしょうか。

After では、結果が先に分かっている、③の絵にはどんな絵を入れればいいかを考える問題になりました。これにより、子どもたちはブロックを使ったり絵を描いたりしなければわからなくなります。つまり、「操作したり絵を描いたりする必要感」を引き出すことができるのです。問題を難しくすると子どもたちが困ってしまうのではないかと考えられますが、子どもたちが困ることは決して悪いことではありません。ほどよく困る場を設定することで、子どもたちが「考える」姿を引き出すことができるからです。

そのまま問題を提示しても、子どもたちがすぐに答えを出してしまう。教師が指示を出さなければブロックを使ったり絵を描いたりしてくれない。そんな子どもたちの実態が見えた時には、とても有効な方法になります。どこを隠すかによっても難易度が変わるので、あくまで実態に合わせて工夫するとよいでしょう。

C. 求めるものが広がるようにする

算数の問題はいつも答えが一つ。子どもたちは算数という学習をそのように捉えがちです。それは、いつも正解が一つというような問題を繰り返しているからかもしれません。そこで、教科書の問題を「求めるものが広がるようにする」工夫をすると、「算数でも答えがたくさんある場合もあるんだ!」と、算数の学習に対する見方が広がっていくかもしれません。例えば、**第2学年「たし算とひき算」**の学習で次のような問題があります。

Before

$$\begin{array}{r} 192 \\ + 99 \\ \hline \end{array}$$

百の位までの波及的繰り上がりのあるたし算の筆算です。もし、このような計算に子どもたちがある程度習熟してきたのなら、次のように工夫して問題を提示してみます。

After

$$\begin{array}{r} \text{アイウ} \\ + 99 \\ \hline 29\text{エ} \end{array}$$

実際にやってみるとわかりますが、「ア」には「1」か「2」。「イ」には「1～9」が入る場合があります。**After**は、つまり、答えが一つに決まらないのです。全てのパターンを見付けてみると次のようになります。

$$\begin{array}{r} 200 \\ + 99 \\ \hline 299 \end{array} \quad \begin{array}{r} 199 \\ + 99 \\ \hline 298 \end{array} \quad \begin{array}{r} 198 \\ + 99 \\ \hline 297 \end{array} \quad \begin{array}{r} 197 \\ + 99 \\ \hline 296 \end{array} \quad \begin{array}{r} 196 \\ + 99 \\ \hline 295 \end{array} \quad \begin{array}{r} 195 \\ + 99 \\ \hline 294 \end{array} \quad \begin{array}{r} 194 \\ + 99 \\ \hline 293 \end{array} \quad \begin{array}{r} 193 \\ + 99 \\ \hline 292 \end{array} \quad \begin{array}{r} 192 \\ + 99 \\ \hline 291 \end{array} \quad \begin{array}{r} 191 \\ + 99 \\ \hline 290 \end{array}$$

どうでしょうか。美しい並びに見えてきませんか？答えや足される数が1ずつ変化していっているのがわかると思います。このように、ある場所をマスキングすることによって、求めるものが広がる場をつくることができました。子どもたちは、たった一問であっても、いろいろな場合を見付けるためにたくさん考えることになります。さらに、このようにすべての場合を調べてみると、「関数的な見方」を育むこともできました。

ここまで、A, B, C の3つの教科書活用ポイントを紹介しました。初めにも述べましたが、活用の仕方はまだまだたくさんあります。自分で見付けてみてもよいでしょう。ただし、大切なことはそれが**自分の学級の子どもの実態に合っていること**。そして、**どんな力を育てたいかが明確になっていること**です。

日々の教科書を使った授業の中にこのようなポイントを少しずつ取り入れ、算数好きの子どもたちをたくさん増やしていきましょう。(瀧ヶ平)

Q&A!



Q1

教科書の問題をそのまま使ってはダメなのですか。

A1

いいえ、そのまま使ってもいいのです。むしろ、そのまま問題を提示しても意欲的に学ぶ子を育てたいものです。

しかし、初めのころはなかなか子どもたちが意欲的でないことや、算教を楽しんでくれないことがしばしばあります。そんな時、教科書を活用し、日々の授業を少し工夫してみると、いいかもしれません。



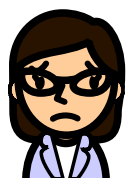
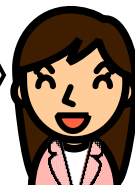
Q2

どの教科書会社のものを使うのが一番良いのですか。

A2

「この教科書が一番いい」というものがあるわけではありません。大切なのは、自分の学級の子どもたちにはどれが一番良いかという視点です。

また、教科書の中身を比較することはとてもよい教材研究になります。そういう意味でも、時間があるときにはいろいろな会社の教科書に目を通し、どの問題が自分の学級の子どもたちに一番合っているのかを考えてみるのもよいでしょう。



Q3

教科書の練習問題はすべてやらなくてはならないのですか。

A3

教科書の問題はよく検討された素晴らしい問題が揃っています。ですから、時間があれば取り組めるとよいです。

しかし、日々の授業の中で時間がある場合ばかりではありません。各教科書会社、この問題だけは扱いたいという問題には印が付いています。宿題なども含め、その問題は扱っておきたいところです。



2. 1. 9 日常的に書く指導案の工夫

これまでの授業づくりの視点を日々の授業に生かしていきます。

では、毎時間、略案や細案といった形式的な指導案を作成するのでしょうか。勿論、研究授業だけではなく、日々の授業においても細案を作成するのがベストであります。ですが、全教科を教える小学校では現実的には難しいでしょう。そこで、「日常的に書くための工夫」について紹介します。

(1) 1時間の授業のねらいを達成させるために、最低限必要なことを書く

1時間の授業の流れをシュミレーションしていくと、事前に明確にしておくべきことが見えてきます。最低限、次の7つは書きたいものです。

- ①本時の目標・・・「関心・意欲・態度」「数学的な考え方」「技能」「知識・理解」のどの時間なのか。
- ②提示する問題・・・問題文、提示の仕方（図を貼る？ ICTを使う？ 具体物を見せる？ 等）をどうするか。
- ③本時の課題・・・児童の思考から生まれる？(はてな)は何か。
- ④予想される児童の考え・・・既習内容をもとに、児童はどのように考えるのか。
- ⑤まとめ・・・本時の課題と合っているか。
- ⑥練習問題・・・教科書の問題を扱うのか、別に用意するのか。
- ⑦板書計画・・・1時間の足跡が見えるか。

書いていくと、取り上げる考えの順序を見通すことができ、支援が必要な児童への手立てを準備することができるようになります。ほんのちょっとした一手間で、1時間の授業が充実して、児童が生き生きと学習する姿につながります。

(2) 1冊のノートを用意する

上記の①から⑦までの項目を、1時間1ページとして、1冊のノートに書き綴ってみましょう。自分が読めればいいので、丁寧に書く必要はありません。授業の流れを書き出すだけです。授業前の予習にもなりますし、授業中もいつでも確認をすることができます。

何よりも教師自身が毎時間の授業を楽しむ「心のゆとり」を生み出します。「授業は生きもの」と言われるように、指導案通りには進みませんが、想定しているかしていないかで、児童の発言や考えの取り上げ方に大きな差が生まれるでしょう。

(3) 実践のふり返りの記録になる

日常的な指導案を用意することで、授業後のふり返しとして、児童の実際の考えを記述したり、板書を写真に撮って比較したりするなど今後の授業改善につなげることができます。小学校は6学年あるので、今担当している学年ばかりを持つことにはなりません。ノートに残すことで実践記録となり、同じ学年をもった時に活用することもできます。

<形式による比較> 4学年「分数の大きさとたし算，ひき算」

本時の目標：簡単な同分母分数の加法の仕方を説明できる。

Before

教師の働きかけ (■) 子供の活動 (○)

■問題提示

こう茶を $1/5$ L と牛にゆうを $2/5$ L でミルクティーを作りました。
できたミルクティーは何 L でしょうか。

■式を立てる

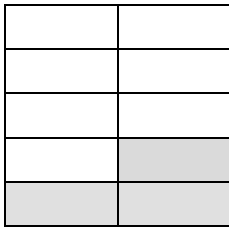
$$1/5 + 2/5 = 3/5$$

■課題

計算のしかたを考えましょう。

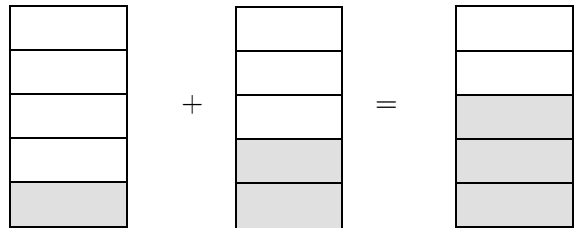
■個人思考

①面積図 (その1)



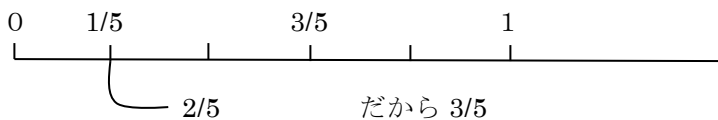
10のうちの3つ分だから、 $3/10$

②面積図 (その2)



それぞれ、1Lの図に入れると

③数直線



■集団思考

■まとめ

$1/5$ をもとにすると、分子どうしのたし算で OK !

■練習問題

Before は、教科書や指導書に記載されているような授業の流れを書いています。これだけでも、問題解決の流れになっていますが、これだけでは授業はうまくいかないでしょう。問題提示の仕方をどうするのか、目の前の児童は、「おや?」「え?」など考えなくなったり解決しなくなったりするだろうか、発問や指示はどうするのか…など、児童の思考の流れを想定した準備ができていないからです。

教師が型にはめて授業を進めていくのではなく、教師の指導の下、児童の思考を生かしながら一時間一時間の授業を一緒に作りたいものです。そのためにも、日常的な指導案作りを楽しんでほしいものです。

教師の働きかけ (■) 子供の活動 (○)

問題提示の方法について具体的に書いておく。

■問題提示

- ・ミルクティーを作る話から問題に入る。牛乳パックなどのイラストを用意し、貼る。

$$1/5 + 2/5 = 3/10 \text{ 正しいだろうか?}$$

■予想

- ・それぞれに挙手させる。

予想のさせ方について考えておく。

- 正しい ○正しくない ○分からない
- たし算だからたしていい。
- $3/10$ じゃ少なすぎるよね。
- 図を使えばいいんだよね。

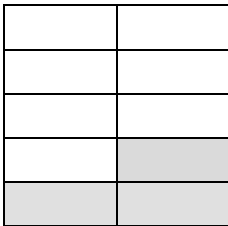
必要感のある課題をタイミングよく設定する。

■課題設定

$1/5 + 2/5$ はいくらになるか説明しよう。

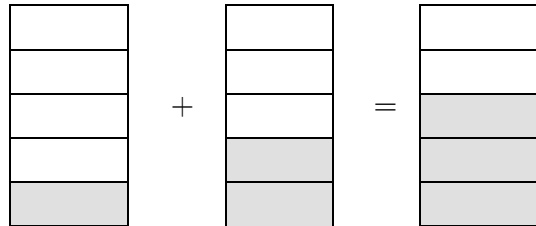
■個人思考

①面積図 (その1)



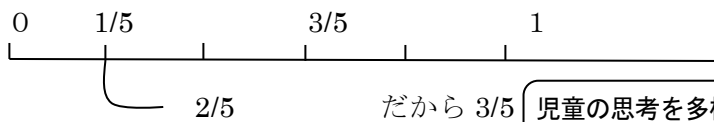
10のうちの3つだから、 $3/10$

②面積図 (その2)



それぞれ、1Lの図に入れると

③数直線



④分数の考え

$1/5$ は $1/5$ が1つ分、 $2/5$ は $1/5$ が2つ分だから、合わせると3つ分だから $3/5$

児童の思考を多様に想定し、取り上げ方を考えておく。

■集団思考

- ・「正しい」と考えた児童の考えから取り上げる。
- ・面積図や、数直線を使った考えを説明しやすいように図を用意しておく。

指名計画

■まとめ

$1/5$ をもとにすると、分子どうしのたし算でOK!

児童の実態に応じて、必要な手立てを考えておく。

■練習問題

- 教科書○ページの①と③に取り組む。

本時の学習の定着を図る問題の吟味 (量や質)

*板書計画も忘れずに!

Q & A!

ここで復習「日常的に書く指導案の工夫」
ここまでを読んできているならわかるはず？



Q1

日常的な指導案が必要なのはなぜ？

A1

一言で言うと、少しでも「よい授業」に近づけるためです。

授業の流れの確認，児童の活動の予想，必要なものの準備。45分間の授業を作る上で、この3つは欠かせないですね。

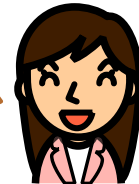


Q2

指導案を書くときに参考にすることは何ですか？

A2

いろいろありますが、教科書やこのようなハンドブックなどを参考にします。時間があるときは、6社の教科書を比較するのもよいですね。



Q3

指導案通りにいかないのはどうして？

A3

指導案通りにいかないことはあります。授業は生きものですから。ただ、授業の目標を達成できなかった場合は、何が良くなかったのかをふり返り、指導案作りの改善に生かしましょう。



2. 2. 1 「本時の目標」

○「本時の目標」について

どの教科の授業においても、授業づくりの第一歩は目標の設定です。本時の目標が決まれば、その達成に向けて課題が決まり、それを引き出すための問題をつくることになります。そのため、本時の目標はその授業の成否を判断する拠り所になるのです。

一般的に目標には、大きく分けて次の3つの水準があります。

- ・ 達成的目標：達成されたか否か明確に知る手段がある。
- ・ 向上的目標：ある方向へ向かい、向上、深化が要求される。
- ・ 体験的目標：体験を通して感動や満足感を得る。

1 単位時間のように期間が短い場合の目標は達成的目標の形、つまり生徒の具体的な行動で表す設定する「行動目標」で表現するとよいでしょう。そうすることで、先述した本時の目標が達成されたと判断する子どもの具体的な姿が明確になり、授業が成功したかどうかの判断基準となります。

例えば、「相似な図形の意味と性質を理解できる」と「相似な図形について、辺や角の関係をとらえ、記号を用いて表すことができる」の2つの目標を比べて下さい。後者の目標は、生徒の行動で目標の達成を判断することができます。このように本時の目標を具体的に設定することで、評価規準のB規準になると考えられます。つまり、目標－指導－評価が一体化したものとなります。

○「本時の目標」の設定までの手順

「本時の目標」は、学習指導要領に基づいて設定することになりますが、教師は授業を行う対象となる生徒の実態等も踏まえて設定します。また、学習指導要領における中学校数学科の目標は、数学の指導全体を通して達成させるよう、一般的かつ包括的に表現されています。この目標を実際の授業で達成させるためにはさらに具体的な目標が必要になります。そこで、「本時の目標」を右のような手順を経て設定することが考えられます。

- ① 単元の目標を設定する。
- ② 単元の評価規準を設定する。
- ③ 単元指導計画を作成する。
- ④ 本時の目標を設定する。

- ① 学習指導要領に示された教科の目標と内容及び生徒の実態等を踏まえ、各領域の目標や相互関連、指導内容の系統性に配慮して単元の目標を設定します。
- ② ①と「評価規準の作成、評価方法等の工夫改善のための参考資料【中学校数学】(国立教育政策研究所, 2011)」(以下、「参考資料」)に示された評価規準に盛り込むべき事項を基にして、単元の評価規準を設定します。
- ③ ①の達成に向けて指導計画を作成します。指導事項の見落としのないよう留意したり、学習活動の配列を意図的に計画したりします。計画の作成を通して、単元における本時の位置づけを明確にします。

④ ①～③を基に、本時の目標を設定します。本時の目標が評価の観点全てに対応させて4つもある学習指導案を目にすることがあります。「参考資料」には、次のような記述があります。

(p14) 例えば、1単位時間の中で4つの観点全てについて評価規準を設定し、その全てを評価し学習指導の改善に生かしていくことは現実的に困難であると考えられる。

(p15) 各観点で1単位(題材)内で平均すると1単位時間当たり1～2回の評価回数となるよう指導と評価の計画を示した。

単元を通して、4観点をバランスよく評価することを念頭に置きながら、本時については1～2つに観点を絞り、本時の目標を行動目標の形で設定するよう、十分に吟味することが必要です。

【第1学年】：資料の整理と活用（代表値）

先述した手順に沿って、本時の目標を設定します。

これまでは、評価の観点ごとに記述することもありましたが、目標と評価規準との関係を整理する上から一程度で簡潔に記述することが多いようです。

<単元の目標>

収集した資料を目的に応じて表やグラフに整理することを通して、統計的な見方や考え方を培うとともに、代表値などの必要性や意味を理解し、それらを用いて資料の傾向を捉えようとする態度を培う。

<単元の評価規準>

関心・意欲・態度	数学的な見方や考え方	数学的な技能	知識・理解
⑦統計的手法に関心を持ち、それらを用いて目的に応じて資料を整理したり、傾向を読み取ったりしようとしている。	⑦ヒストグラムなどを基にして、資料の傾向を読み取ることができる。 ⑧代表値や相対度数を基にして、資料の傾向を読み取ることができる。	⑦ヒストグラムや相対度数などを用いて、資料を整理することができる。 ⑧資料の代表値を求めることができる。	⑦ヒストグラムなどの必要性和意味を理解している。 ⑧資料の代表値や相対度数の必要性和意味を理解している。

<単元指導計画（全12時間）>

時間	指導事項	主な学習活	知	
1	①度数の分布Ⅰ ・度数分布表 ・ヒストグラム	①度数分布表やヒストグラムの意味を理解し、それらを用いて		⑦
2	②度数の分布Ⅱ ・階級の幅	②同じ資料を、階級の幅を変えて整理し、傾向を読み取る。	⑦	⑦
3	③相対度数 ・相対度数	③度数の合計が異なる2つの資料を比較し、相対度数の必要性和意味を理解する。	⑦	⑧
4 (本時)	④代表値Ⅰ ・中央値 ・最頻値	④中央値や最頻値の必要性和意味を理解する。		⑧

単元の評価規準は生徒の学習状況を判断するため、具体的に設定します。さらに、指導計画に位置付けることで指導と評価の一体化を図ります。

本時は、3時間扱いで代表値を学習する1時間目の位置づけです。主な学習活動は小
 学校で学習した平均値の他にも代表値が必要になる場面を設定し、その必要性を理解さ
 せます。そして、資料から必要な代表値を正しく求めさせます。

「学習活動」だけを想定して目標を設定すると、

Before

中央値や最頻値の必要性や意味を理解する。

となります。しかし、「理解する」では、どのような生徒の行動をもって理解できたと
 判断するかが漠然としています。目標が達成できたと判断する根拠が不明確です。また、
 評価の観点との整合性も図ることもできません。

そこで、「学習活動」「評価規準」「単元指導計画」を踏まえた「行動目標」として
 設定すると、

After!

必要に応じた代表値を選択し、その値を求めることができる。

というような目標になります。先述した通り、生徒の行動で目標の達成を判断するこ
 とが必要です。本時の目標を具体的に設定することで評価規準のB基準になり、評価規準
 A、Cの生徒に対する手立ても準備ができます。

【第2学年】：連立方程式（連立方程式の利用）

<単元の目標>

事象の中にある数量の関係を捉え、連立二元一次方程式をつくる活動を通して、解の意味や
 解法を理解し、具体的な場面で活用して解決しようとする態度を養う。

<単元の評価規準>

関心・意欲・態度	数学的な見方や考え方	数学的な技能	知識・理解
⑦連立二元一次方 程式やそれを 活用すること に関心もち、 問題の解決に 生かそうとす る。	⑦能率のよい連立二元一 次方程式の解き方を、既 知の方程式の解き方と の共通点や相違点など に着目して考えること ができる。 ⑧具体的な事象の中の数 量の関係を捉え、連立二 元一次方程式をつくり、 求めた解が適切である ことを振り返って考え ることができる。	⑦加減法や代入法 を用いて、連立二 元一次方程式を 解くことができ る。 ⑧具体的な事象の 中の数量の関係 を連立二元一次 方程式で表し、解 くことができる。	⑦二元一次方程式の 解の意味や連立二 元一次方程式の解 き方を理解して いる。 ⑧連立二元一次方 程式を活用して問題 を解決する手順を 理解している。

<単元指導計画（全12時間）>

時間	指導事項	主 な 学 習 活 動	評 価			
			関	考	技	知
1	①連立方程式とその解	①2元1次方程式とその解の意味を理解する。	⑦			⑦
8 本 時	⑧利用 I	⑧連立方程式を活用して問題を解決する手 順を理解する。	⑦			⑧
9	⑨利用 II	⑨道のり・速さ・時間に関する問題を、連立 方程式を活用して解決する。		⑧	⑧	

「学習活動」だけを想定して目標を設定すると、

Before

連立方程式を用いて、問題を解決する手順を理解する。

となります。これを、「学習活動」「評価規準」「単元指導計画」を踏まえた「行動目標」として設定すると、次のような目標になります。

After!

問題場面から2つの未知数 x 、 y を設定し、連立方程式を用いて解決しようとする。

【第3学年】：相似（三角形の相似条件）

2時間の授業を1単位時間として扱う場合の目標を設定してみます。

<単元の目標>

図形の性質を三角形の相似条件などを基にして確かめる活動を通して、相似な図形の性質の理解を深め、論理的に考察し表現する能力を伸ばすとともに、それらを活用して問題を解決しようとする態度を育てる。

<単元の評価規準>

関心・意欲・態度	数学的な見方や考え方	数学的な技能	知識・理解
⑦相似な図形に関心を持ち、相似な図形や平行線がもつ性質を調べようとする。	⑦2つの図形が相似かどうかを、相似条件などを用いて考えることができる。 ⑧三角形の相似条件を用いて、「三角形と比の定理」「中点連結定理」「平行線と比の定理」を考察することができる。	⑦相似な図形をかいたり、対応する線分の長さを求めたりすることができる。 ⑧定理を適切に用いて線分の長さを求めることができる。	⑦図形の相似や三角形の相似条件の意味を理解している。 ⑧平行線と比の性質や中点連結定理の内容を理解している。

<単元指導計画（全16時間）>

時間	指導事項	主な学習活動	評価			
			関	考	技	知
4	④三角形の相似条件	④三角形の合同条件を基に、相似条件を見いだす。		⑦		⑦
5 (本時)	⑤⑥三角形の相似条件と証明	⑤三角形の相似条件を用いて2つの三角形が相似であるかどうかを判断する。	⑦	⑦		
6		⑥三角形の相似条件を用いて2つの三角形が相似であることを証明する。		⑦	⑦	

2時間の授業により、全観点を評価することもできます。第5時間目は条件をもとにして相似の判断をする活動です。【After!】のような行動目標を設定したいものです。

Before

相似条件をもとに、2つの三角形が相似であるかどうかを判断する。

After!

相似条件をもとに三角形が相似であることを判断し、その理由を説明することができる。

2. 2. 2 「本時の導入問題」

○「問題」が果たす役割について

問題解決的な学習においては、最初に提示する問題が重要な役割を果たすと考えられます。少なくとも5割は「問題」の良し悪しによって授業は大きく左右されます。なぜ「問題」が重要なのでしょうか。その主な理由は、右の4つだと考えられます。

- ・ 本時の課題につなげることができる。
- ・ 本時の目標に向かわせるきっかけとなる。
- ・ 追究意欲を高める場面を設定できる。
- ・ 教科書の問題に関連させることができる。

このように、「よい問題」を提示することは、本時の課題や目標を明らかにしたり、生徒の学習意欲を引き出したりすることにつながります。また、それと同時に、解決過程を通じて新たな知識や技能、考え方を同時に身に付けさせていくことが可能となります。

○「問題」のつくり方

「問題」は、右のような手順でつくるのが考えられます。あくまでも大切なのは、本時の目標を達成することです。そのために必要となる課題を与えることができるような、導入問題を提示するようにします。また、よい「問題」をつくっても、それに似合った提示方法を考えることも重要です。

- ① 本時の目標を決める
- ② 解決すべき課題を明らかにする
- ③ 提示する「問題」をつくる
- ④ 問題の提示方法を決める

「問題」をつくる際には、「日本で出版されている7社の教科書」「問題が例示されている事例集や雑誌」「各種研究会による発刊物」などを参考したり比較したりしながら、生徒の実態に応じて「問題」をつくるようにすることが大切です。また、過去に実践した指導案や記録ノートを見ながら、「問題」を工夫・改善することが、生徒の実態に沿った「問題」の提示につながると考えられます。

○「問題」づくりの工夫

本時の課題を見出すための「問題」は、「おや?」「なぜ?」といった疑問や葛藤を引き出すことが重要であり、そのためには「決定問題」の形で提示することが望まれます。(相馬・早勢, 2011)

【決定問題のタイプ】

- ① 「～はいくつか」 <求答タイプ>
- ② 「～はどれか、どちらか」 <選択タイプ>
- ③ 「～は正しいか」 <正誤タイプ>
- ④ 「～はどんなことがいえるか」 <発見タイプ>

このように「問題」を提示することで、生徒の考えの立場を明らかにすることが可能となります。なお、「決定問題」の形で提示することで、生徒に直観的な予想を促すことも可能となります。問題の答えを予想することで、生徒が課題を把握しやすくなったり、主体的に取り組むきっかけを与えることができます。

○問題提示の工夫について

最後に大切なのは「問題」をどのように提示するのかです。黒板にずらずら板書して「さあ考えよう」と発問しても、生徒の心が動かされることはありません。また、問題の意味が明確に伝わらないと、課題につながるような発問を行うことも難しくなります。

例えば、右の「外面的な工夫」と「内面的な工夫」とをうまく組み合わせるようにします。また、教師の意図的な問いかけや生徒のやりとりを交えながら、「問題」を丁寧に提示するようにします。

①問題提示に関わる外面的な工夫

- ・板書で提示する
- ・プリントを配布する
- ・模造紙やPCで見せる
- ・口頭で伝える

②問題提示に関わる内面的な工夫

- ・問題の数値を変える
- ・図の向きを変える
- ・決定問題の形に変える
- ・説明する順を変える

以下、「本時の導入問題」に関わる具体的な授業例を3つ紹介します。ここでは、問題の工夫という視点から導入問題のあり方や授業の進め方などについて考えます。

【第2学年】：一次関数（直線の式の求め方）

先ほど示した「問題」のつくり方に沿って説明します。この授業では、右の通りに授業を考え、必要となる「問題」を考えることにしました。教科書などには、【Before】のように直線が通る2点の座標から式を求めるタイプの問題が多く掲載されています。

しかし、このままでは、関数を苦手とする生徒にとっては、問題に疑問を感じたり、解決する必要感が高まるとは思えません。また、生徒の関心意欲の高まりや目標への迫りが十分とは言えません。そこで問題を工夫して提示することで、解決への必要感を高めたり、表や式、グラフが活用できるという実感を伴った授業を行うべきだと思います。そこで【After!】のように問題の提示方法を変えました。この【After!】の問題は、次のように意図的にねらいをもちながら提示しています。

- ・視覚的に捉えることのできる問題を提示することで、直観的に予想させる。
- ・正誤を問う問題を提示することで、問題を

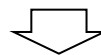
- ① 目標：直線の式の求めることができる。
↓（式の求め方を考えさせたい！）
- ② 課題：どのように式を求めればよいか？
↓（式を求めないと解決できない問題は・・・）
- ③ 問題：式を求める必要性がある問題提示する。

Before

：教科書の問題

【問題】

A(-4, -1), B(2, 3)を通る直線の切片はいくらだろうか？

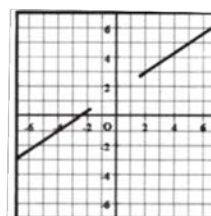


After!

：求答タイプの問題

【問題】

右のグラフの切片は $\frac{3}{2}$ である。正しいだろうか？



解決する必要感を高めていく。

- ・表や式，グラフを活用することで，多様な考え方を生かしながら求めさせる。

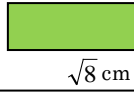
実際の授業では，グラフだけを載せたプリントを全員に配付し，口頭で問題を説明しました。そして，正しいかどうかを予想させたあとに，問題文を板書しました。多くの生徒が直線を結び，切片の座標を読み取ろうとしましたが，微妙に判断がつかないことから，「直線の式を求める方法は？」という課題を提示して考える時間を与えました。このようにして，課題を解決するために，連立方程式などを用いて直線の式を求める授業を展開していきます。

【第3学年】：平方根（乗法・除法の計算）

次に，決定問題のタイプを変えたり，教科書の数値を変えることで，導入問題が改善できる授業例を紹介します。導入問題は数と式の領域の学習においても，問題を工夫することで，解決過程で新たな知識や技能，見方や考え方を身につけることができます。また，教科書の問題をそのまま扱うのではなく，意図的に問題の数値を変えて提示することも大切な工夫の視点となります。

平方根の乗法・除法の授業では，教科書にある【Before】の問題を【After!】のように数値を変え，さらに提示の方法を工夫しました。その理由は，次の3点です。

- ・ $\sqrt{5}$ を $\sqrt{8}$ に変えることで， $\sqrt{2}$ や $2\sqrt{2}$ との関係がわかりやすくなる。
- ・面積を求めることで，乗法の計算の仕組みを考える必要感が生じる。
- ・求答タイプの問題に変えることで，2つの予想を導き出すことができる。

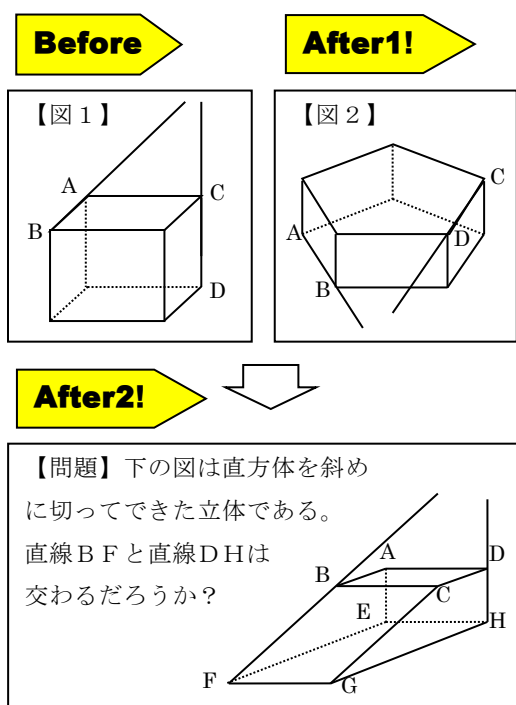
	Before	After!
	: 教科書の問題	: 求答タイプの問題
導入	<input type="checkbox"/> 教師の働きかけ ・ 生徒の活動 <input type="checkbox"/> 問題を提示する <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 10px auto; width: fit-content;"> $\sqrt{2} \times \sqrt{5}$ と $\sqrt{2 \times 5}$ は等しいか。 </div> <input type="checkbox"/> 等しいかどうかを予想させる ・ 等しい ・ 等しくない <input type="checkbox"/> 課題を提示する 「 $\sqrt{2} \times \sqrt{5}$ の計算の仕方を考えよう」	<input type="checkbox"/> 教師の働きかけ ・ 生徒の活動 <input type="checkbox"/> 問題を提示する <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 10px auto; width: fit-content;"> 次の長方形の面積はいくらか。 <div style="text-align: center;">  </div> </div> <input type="checkbox"/> 面積を予想させる ・ $\sqrt{16} \text{ cm}^2$ ・ 4 cm^2 <input type="checkbox"/> 課題を提示する 「本当に $\sqrt{2} \times \sqrt{8} = \sqrt{16}$ になるのか」
展開	<input type="checkbox"/> 個人で考える時間を与える。	<input type="checkbox"/> 個人で考える時間を与える。

実際の授業では，長方形の図を貼って長さをかき入れることから始めました。「面積はいくらかな？」と問いかけて，問題文を板書しました。予想をさせた後に求め方を聞くと，多くの生徒が「かけた」と答えたので，改めて「 $\sqrt{2} \times \sqrt{8} = \sqrt{16}$ になるだろうか」を課題として提示しました。生徒からは「近似値を用いた考え方」と「2乗する考

え方」が出されるので、これらを基に平方根の乗除の計算の仕方についてまとめていきました。生徒の中には、 $\sqrt{8} = 2\sqrt{2}$ として面積を分割して考える生徒がおそらくいます。これによって答えが 4 cm^2 (正方形) となることが視覚的にも捉えられるので、問題の数値の工夫は重要だといえます。

【第1学年】：空間図形（ねじれの位置）

最後に、よい問題を提示していくために、問題を比較することの大切さを紹介します。よい問題は、初めから兼ね備えている訳ではありません。生徒の実態やこれまでの既習内容との関連から、教師が選んだり発見していくことが重要です。



空間図形における2直線の位置関係を学習する授業では、ねじれの位置の理解に困難を示す生徒が数多くいます。例えば、左の【Before】のような直方体を提示して「直線ABと直線CDは交わるだろうか？」と問題を与えたとき、直線を含む平面同士が交わることがないので、数学の得意な生徒が多い学級では、「交わるかもしれない」という疑問をもつことが少ない場合があります。そこで、【After1!】のように、2つの直線を延長して考えたときに平面同士が交わるような五角柱で提示すると、「交わる」と予想する生徒が増える傾向にあります。このように、提示する問題の向きや形を少しずつ改善することで、生徒の予想が分かれ、その結果としてねじれの位置について考え合う授業が展開できると考えます。

この後には幾つかの検討を重ねた結果、【After2!】題を提示することにしました。五角柱をイメージするよりも、直方体を関連させた問題の方が、問題を解決する上で扱いやすいと考えたからです。

実際の授業では、拡大印刷した図を提示して、2つの直線を延長しながら問題を伝えました。答えを予想させると、半分近くの生徒が交わると答えました。そこで「本当に交わるのだろうか？」と問いかけました。すると、あちこちから「やっぱり違う！」との声が上がったので、「なぜ交わらないのだろうか？」という課題を与えて理由をかかせました。授業の後半では、真正面や真上から見た図で表現することで、2つの直線が交わらないことを確認しながら、これらの位置関係をねじれの位置ということをもとめた。ねじれの位置の理解を深めることにつながった一番の理由は、問題にあります。比較しながら検討を重ねた問題を提示することが、よい授業につながったと考えられます。

(谷地元)

2. 2. 3 本時の課題「？」

○授業における「課題」とは

授業における「課題」とは、生徒自身が「この1時間の授業において何をするのか」を具体的につかむことができるものです。つまりこの「課題」を生徒が解決することで、その授業の目標を達成することになるものです。

前節で取り上げられている「導入問題」と今節の「課題」を混同されることがあるかもしれませんが、確かに最初に提示した「導入問題」がそのままその学習の「課題」になることもあります。しかし、基本は「導入問題」から生徒自らが「課題」を設定することが望ましいです。「導入問題」は教師からの提示ですが、「課題」は教師から与えられる受け身なものではなく、生徒自身が生み出すのが理想的です。なぜなら、生徒自身が「課題」を生み出し、把握することで、生徒の主体的な学習を促すことにつながるからです。また、そうすることにより、生徒が主体的に解決の手順や方策を模索し、これから取り組む学習について「何について考えるのか」「どのような知識や技能を習得するのか」「どのような力（思考力・判断力・表現力等）を身に付けるのか」など、学習によって得られることを意識させ、問題解決のための見通しをもたせることもできます。

授業における「課題」とは

- ◆ 授業における目標（ねらい）を生徒自身が把握するためのもの
- ◆ 学習に対しての興味・関心、問題意識を高め、主体的に学ぼうとする意欲を促すもの

○「課題」の設定について

教師は「課題」が授業のどの段階でどのような生徒の活動や変容を期待できるのかを想定し、丁寧に設定する必要があります。なぜならば、魅力的な教材があっても、「課題」の設定を間違えると、せっかくの魅力的な教材も生かされなくなってしまうこともあるからです。

「課題」を設定する上で配慮しなければならないのは、生徒が「考えたい」「やってみたい」「調べたい」「知りたい」「解決したい」のように学ぶ必要性や必然性を感じることです。そうすることにより、課題を解決したあとに、学習したことよさを実感することにつながります。

ですから課題の語尾が「～しよう」や「～を求めよう」「～について考えよう」のような活動の目標的な「課題」となってしまうと、教師からの投げかけや促しの要素が強くなり、まとめも不明瞭になりかねません。ですから「～だろうか」「どうして～なのか」のような生徒の疑問が発端となり、生

教師が投げかける形

「～しよう」「～を求めよう」
「～について考えよう」



生徒が生み出す形

「～だろうか」
「どうして～なのか」

徒が生み出した形にすることが望ましいです。そうすることで、学習したことのよさを実感することにもつながります。生徒をこのような気持ちにさせるのは魅力的な教材だけでは不十分です。

そのほかにも「課題」設定の条件として以下のようなことが考えられます。

「課題」設定の条件

- ◆ 既習を活かし、身に付けてきた知識や技能を活用できる。
- ◆ 生徒にとって不思議さや驚きなどがあり、解決にあたって多少の困難性がある。
- ◆ 既習事項などとのずれや矛盾などから自分なりに疑問をもつことができる。
- ◆ 課題解決の見通しをもつことができる。
- ◆ 課題追究の中で、多様な考え方が生み出され、発展性がある。

○「課題」設定にあたっての注意事項

課題設定にあたって教師側が気をつけたいのは、生徒に習得させたい知識や技能、身に付けさせたい能力を具体的に設定し、それに基づき単位時間の目標を明確にする

ことです。課題はいわばハードルになりますが、そのハードルが高すぎるとは困難性が高く、意欲的に取り組まないでしょうし、低すぎても課題を解決する必要性を感じなくなってしまいます。そのための実態把握も欠かせません。

実態の把握

- ◆ 既習事項の確認（小学校も含む）
- ◆ 思考や発表、発言、生徒のつぶやきの傾向
- ◆ 学力の実態の把握（各種テストの結果、学力分布、誤答傾向）

それでは、「本時の課題」に関しての具体的な授業例を紹介します。いずれも、本時の目標、問題を提示し、それに基づいた「課題」を提示しています。

【第2学年】：平行と合同（三角形の内角）

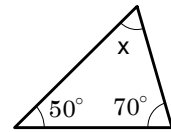
先ほど示した「課題」の設定に即して、実際の授業で考えていきます。まずは、既習を活かし、身に付けてきた知識や技能を活用したり、課題によって課題解決の見通しをもったりするような授業を紹介します。単元は第2学年の「平行と合同」です。本時の目標を『三角形の内角の和が 180° であることを、平行線の性質を利用して説明することができる』としました。

次ページのような問題を提示します。図を提示するかしないかは学級の実態に合わせて、授業者が判断するとよいでしょう。この題材は、平行線の引き方や角の移動の仕方によって何通りかの説明の方法がある発展性のある題材です。説明を考える楽しさもありますし、すべての方法を一人の生徒で見つけるのは難しいですから、他者と考えを交流することで思考力の育むことにもつながります。そのことにより、平行線の性質を使うことの価値をも感じ取ることになるでしょう。

この問題を提示するとほとんどの生徒は小学校の既習事項である三角形の内角は 180° ということを用いて答えを導くでしょう。

【問題】

右の三角形で $\angle x$ の大きさを求めなさい。



しかし、【Before】のように、いきなり教師から生徒に投げかける形を取っても、生徒の課題を解決しようとする意欲は高まらないでしょう。何より、生徒のこの時期の実態を考えると、「小学校の時は3つの角を切って並べたけど、どうやって説明すればよいのかな」「今まで習ってきたことを使うことができそうだな」というような生徒の声をつないでいき、【After!】のような課題を提示するのが望ましいです。また、ただ、漠然と「説明しよう」と課題設定するよりも、「何をもとに、どのように」とつけ加えるだけで、本時の目標を生徒自身が把握することにつながります。

Before

【課題】

どんな三角形でも内角の和が 180° になることを説明しよう。

After!

【課題】

どんな三角形でも内角の和が 180° であることをどのように説明すればよいだろうか。

実際の授業では、補助線をどのように引き、何を（対頂角、同位角、錯角の性質）使って角を移動するのかがポイントになります。そこで「何をもとに、どのように」というある程度焦点化された課題は、既習事項である平行線の性質を利用しながら、課題解決に向かう見通しをもつこととなりました。

【第3学年】：数と式（式の活用）

次に導入問題から生徒が疑問をもち、生徒が課題を設定していく授業展開を考えます。この授業では、『整数の性質を文字を使って説明

【問題】 $2^2 - 1^2 = 3$ $3^2 - 2^2 = 5$
 $4^2 - 3^2 = 7$ $5^2 - 4^2 = 9$
 何か気づいたことはないだろうか？

していくことができる』ことをねらいとしています。まず上のような問題を提示します。生徒は気づいたことと問われ、「式は連続する数を2乗したものを引いている」「答えは奇数になっている」「答えが2つの数の和になっている」…などの考えが発表されるでしょう。それを「数の性質を文字を使って説明することはできないだろうか」とそのまま課題にしてしまうと、課題自体に具体性が乏しく、生徒が課題を把握しにくくなり、課題解決の見通しをもちづらくなってしまいます。そこで生徒の発表を生かして【After!】の課題を設定することで、課題解決に意欲的に取り組むことができるでしょう。

Before

【課題】

数の性質を文字を使って説明することはできないだろうか。

After!

【課題】（例）

いつでも、連続した数の2乗同士の差は、奇数になるのだろうか

(例)としたのは、問題を提示したときに、学級集団によってどのようなことに気づき、どのような発言をするか多少変わってくると予想されるからです。前述した思考や発表、発言、生徒のつぶやきの傾向を把握しておくことが必要という理由がここにあります。また、このような課題にすることにより「答えが2つの数の和になっている」などの生徒の発言が生かされないように思えますが、文字を使って解決すると $(n+1)^2 - n^2 = 2n+1$ となります。式を読み取ることで、「答えが2つの数の和になっている」ということもわかり、生徒は式の意味を読み取ることのよさも感じ取ることができ、発展的に考える力をつけることもできるのです。

【第1学年】：空間図形 (いろいろな立体)

次に、生徒にとって不思議と感じ、多少の困難性があるような課題について実際の授業を通して考えていきます。単元は空間図形の正多面体です。空間図形は、生徒によって得意や苦手が分かれるところですが、操作活動を通して実感しながら学んでいくことが望ましいです。本時の目標を『正多面体が5種類しかないことを説明することができる』としました。正多面体を製作するので、教具があれば教具を、なければ工作用紙で作った正三角形～正六角形とセロファンテープを準備します。

Before		After!	
	○教師の働きかけ・生徒の活動		○教師の働きかけ・生徒の活動
導	○正多角形の定義の確認 ○問題を提示する	導	○正多角形の定義の確認 ○問題を提示する
入	<div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin-bottom: 5px;"> 【問題】 この模型を使って何種類の多面体ができるだろうか </div> ・いくつできるだろうか ○課題を提示 <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin-top: 5px;">『正多面体は何種類できるか説明できるだろうか』</div>	入	○全体で共有し、これ以上できないを予想するよう促す。 ・これ以上できないのだろうか。 ○課題を提示 <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin-top: 5px;">『正多面体は5種類しかできないのだろうか』</div>
	展 開	○個人思考の時間を与える。	展 開

操作活動のある授業展開では、生徒が実際に事物を操作しているので疑問につながりやすくなります。生徒の思考をできるだけ生かして、課題を設定しましょう。ですから、【After!】のように『本当に5種類しかできないのか』というように提示します。生徒は正三角形～正六角形のパーツをもっているので、「たくさんできるはずだ」という考えをもつでしょう。だからこそ、このような課題提示で5種類しかない理由、6種類目ができない理由を追究するような授業展開になるでしょう。

(中村)

2. 2. 4 個人思考での教師の働きかけと机間指導

○個人思考の段階の目的

個人思考は、集団解決の場面をより豊かなものにするための準備の段階です。生徒が活発に考えを出し合い、自分達の言葉で考えを練り合い、主体的に授業者の意図する目標へと進んでいくような集団解決の姿が、数学的な見方や考え方が高まる理想の集団解決の姿といえます。この姿に近づかせるためには、次のような状態になっていることが大切です。

【個人思考の段階で目指す生徒の状態】

- ・一人一人の考える方向性や立場がある程度明確になっている状態
- ・全員が「途中まで」や「つまづき」、「わかりかけ」の状態

クラス全体が上のような状態になってから集団解決をしていくと、次のような利点が生まれます。

【個人思考の段階を充実させ集団解決につなげることの利点】

- ・考え方や立場の比較ができ、主体的になりやすい
- ・自分の考え方が解決に組込まれることで成就感が得られる
- ・他の人の考え方を聞いて、見方や考え方が広がる

このような授業を展開していくことが、生徒の数学に対する主体性や数学的な見方や考え方を育てていくことにつながっていきます。

○個人思考の段階で見られる問題点

個人思考の段階を前項のように捉えると、教師の働きかけによっては次のような問題点がよく見られます。

【個人思考の段階で見られる問題点】

- ・時間のかけすぎで早く終わった生徒が考えることをやめて別のことを
- ・解決が一步も進まず、途方に暮れてあきらめてしまう生徒も
- ・解決がわかりきった状態になり、説明する場面が、発表会になりがち

個人思考の段階に長い時間をかけてしまうと自力解決の時間になってしまい、集団解決の前に課題が解決されてしまいます。「ちょっと考えてみる」くらいの取り組みも大切に、短い時間で取り組ませる必要があります。また、「つまづき」の状態と「あきらめ」の状態をしっかりと見極める必要があります。生徒が「あきらめ」の状態になってしまった場合は、課題解決に対して主体的にさせることはできません。課題の難しさによっては、「あきらめ」させないための手立てが必要となります。

次ページから、上記の問題点を乗り越え、個人思考の場面を充実させるための工夫を紹介していきます。

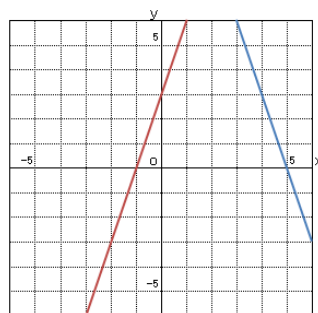
○個人思考の段階における机間指導のポイント

個人思考の段階で課題が解決されてしまうと、生徒は解決がわかりきった状態になってしまい、それ以上考えが深まらなくなってしまいます。ですから、個人思考の段階は、課題が解決されることが目的ではなく、生徒が自分なりの考えを持つことが目的です。したがって、個別指導ではなく、個々の考え方の把握に重点をおきます。どの生徒が何を考えているのか、どこまで理解しているのか、どこでつまづいているのか、どこを間違えているのか等の、把握した情報をもとに、集団解決をより豊かにするための指名順を構想します。また、解決が進まない生徒をあきらめさせないために、解決の糸口となるキーワードを意図的につぶやいたり、生徒との対話を拡声したりすることでクラス全体にヒントを共有することも重要です。

【第2学年】：一次関数（連立方程式とグラフ）

（本時の目標） グラフの交点を、連立方程式を利用して求めることができる。

	○教師の働きかけ ・生徒の活動 ※留意点
導入	<p>○問題を提示する</p> <p>次の2つのグラフはどこで交わるだろうか？</p> <ul style="list-style-type: none"> ・グラフが交わる点を予想する。 <p>○交点を考える方法は？</p> <p>表？式？グラフ？</p> <ul style="list-style-type: none"> ・課題を見いだす <p>グラフの交点を求める方法は？</p>



Before

生徒の達成度に重点をおいた机間指導

After!

考え方の把握に重点をおいた机間指導

	○教師の働きかけ ・生徒の活動 ※留意点
個人思考	<ul style="list-style-type: none"> ・いろいろな交点の求め方を見いだす ①グラフを延長して考える ②座標の値を表に整理して考える ③関数の式を連立方程式にして解く <p>※個々の進み具合を丁寧に把握し、手が止まっている生徒には個別にヒントを与える。</p> <p>※全員にかかわることができるよう、十分な時間を確保する。</p>
集団解決	<p>○解決の内容(表・式・グラフの3種類)を発表させる</p> <p>○それぞれの方法をノートにまとめさせる。</p>

	○教師の働きかけ ・生徒の活動 ※留意点
個人思考	<p>○生徒の考えを把握し、問い返す</p> <p>①グラフを延長して考える →交点は本当にその場所？</p> <p>②座標の値を表に整理して考える →どうやって考えたの？</p> <p>③関数の式を連立方程式にして解く →なぜこの方法でできるの？</p> <p>※②が考えやすいので、②の対話を拡声し、困っている生徒のヒントにする</p> <p>※見通しを持った時点で集団解決へ</p>
集団解決	<p>○③の方法を紹介させる</p> <ul style="list-style-type: none"> ・なぜ連立方程式なの？ ・①②で求めた値と比べると？ ・なぜ連立方程式で求められるの？

【Before】は教師が個別指導に重点を置いているため、実際は自力解決になってしまい、その後の集団解決が発表会のような形になっています。連立方程式以外で考えた生徒にとっては、連立方程式で求める方法を「考えた」のではなく、「見た」だけになってしまいがちです。また、連立方程式を活用できる理由については考えることができていません。

【After!】は、生徒の考え方の傾向を把握し、全員が何をを用いて考えるのか決まった時点で「集団解決」に移ります。クラス全体が「わかりかけ」の状態なので、意見が活発に出されることが予想されます。また、連立方程式の活用の仕方だけでなく、なぜ活用できるのかという側面まで自然と理解を深めることができます。

例にあるように、机間指導の中で「表を使って考えたんだ」と大きな声でつぶやいたり、表を使っている生徒にあえて「どうやって考えたの?」と聞き、「表で」という小声を「表を使ったのか!なるほどね」と拡声したりすることで、効果的に考えを広げたり、止まっている生徒の思考を進めるきっかけを与えたりすることもできます。

また、集団解決における考えの出し合いや練り上げを、より活発化させるために、教師がコーディネーターとなり、意図的に指名する必要があります。個人思考の場面で、考えを把握しながら指名順を構想します。例の場面では、最初に連立方程式を取り上げることで、理解の深まりをねらっています。

○板書させる内容の工夫

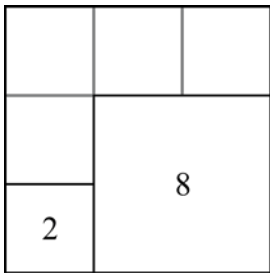
個人思考の最中に、生徒に自分の考えを板書させ、その後の集団解決に用いることがよくあります。しかし、この場面で生徒に考えの全てを板書させると、わからなかった生徒は考えずにただ見てわかった気持ちになってしまい、集団解決が考えをやりとりする場面ではなく、考えを一方通行で伝えるような場面になってしまいがちです。

集団解決を生徒が考えを出し合い、練り合えるような場面にするためにも、生徒に板書させる内容を工夫する必要があります。

具体的には、式だけ、図だけ、表だけなど、説明の一部分のみを板書させたり、補助線や囲み、矢印だけを板書させたりする等の工夫が挙げられます。

【第3学年】：平方根（平方根の加法，減法）

（本時の目標）平方根の加法，減法の計算の仕方を理解する。

	○教師の働きかけ ・生徒の活動 ※留意点	
導 入	○問題を提示する	
	<div style="border: 1px solid black; padding: 5px;"> <p>右の図のように、正方形の中に、面積が 2m^2、8m^2 の正方形をつくることができた。もとの正方形の面積は1辺の長さは？</p> <ul style="list-style-type: none"> ・全体の面積は正方形の合計が18だから1辺の長さは$\sqrt{18}$？ ・横の長さは面積が2と8の正方形の合計だから$\sqrt{2} + \sqrt{8}$？ <p>○$\sqrt{2} + \sqrt{8}$と$\sqrt{18}$は等しいということ？</p> <ul style="list-style-type: none"> ・課題を見いだす <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin-top: 5px;"> <p>本当に$\sqrt{2} + \sqrt{8} = \sqrt{18}$といえるのか？</p> </div> </div>	

Before

計算や説明等をすべて板書させる場合

	○教師の働きかけ ・生徒の活動 ※留意点
個人思考	○机間指導で図・近似値・因数分解の3種類の考えを引き出し、黒板に「①図」「②近似値」「③因数分解」という文字のみを板書することで、解決の見通しを共有する。 ※早く解決した生徒を3人指名し、①～③のそれぞれの考え方をを用いた方法の説明を板書させる。
集団解決	○①～③のそれぞれの方法について説明させる。 ※個々の理解の状況に応じて、同じ説明を別の生徒に発表させたり、隣同士で説明させたりする。 ○因数分解の考え方が文字式の考え方に似ていることに気付かせ、何が似ているのかを考えさせる。 ・どちらも無理数や文字の個数で式が表現されていることを理解する。 ○わかったことをノートにまとめる。

After!

説明の一部分を板書させる場合

	○教師の働きかけ ・生徒の活動 ※留意点
個人思考	○机間指導で図・近似値・因数分解の3種類の考えを引き出し、黒板に「①図」「②近似値」「③因数分解」という文字のみを板書することで、解決の見通しを共有する。 ※早めに考え方の見通しを持たせた生徒に、説明の一部分だけを板書させる。 ①→図を分ける線分だけ ②→3つの平方根の近似値だけ ③→ $a\sqrt{b}$ の形になおすだけ
集団解決	○①の線分を引いた理由は？ ・ $\sqrt{2}$ の2つ分が $\sqrt{8}$ ？ ○③をヒントにすると？ ・ $\sqrt{8} = 2\sqrt{2}$ の意味は？ ・ $\sqrt{2}$ が2つ分ということ？ ・ $\sqrt{18}$ は $3\sqrt{2}$ だから $\sqrt{2}$ が3つ分？ ○①と③を関連させて考えさせ、文字式と同じように説明できることに気付かせる。 ○②でも正しいと説明できることを確認する。 ・わかったことをノートにまとめる。

【Before】は説明の全てを板書させています。見ている生徒にとって、課題はすでに解決されたものになってしまい、この教室において課題が「わかりきったこと」になってしまいます。この状況では、生徒による主体的な練り合いがなされることは少なく、思考の伴った深い理解は得られません。また、板書にも多くの時間がかかります。

【After!】は短時間で済ませることができ、その後の展開に時間をかけることができます。また、説明の続きを考えることで思考が深まったり、止まっている生徒が考えるきっかけになったりします。この教室において課題が「わかりかけ」の状態になるので、活発な練り合いがなされやすい状態です。活発に練り合いがなされることで、生徒は自然と3つの考え方を比較し、つながりを考え、深い理解につながっていくことが考えられます。

2. 2. 5 集団解決での教師の働きかけと話し合いのポイント

○ 「集団解決」が果たす役割について

集団解決は授業の山場です。「集団解決」の質により授業の良し悪しが決まります。なぜ、「集団解決」の場面が大切なのでしょう。その理由は、次の3点です。

- ・ みんなで考え合う（考えをひろげたり、ふかめたりする）ことの楽しさを味わわせることができる。
- ・ 本時の目標に正対する「まとめ」を生徒から引き出すことができる。
- ・ 生徒の学習意欲を高めることができる。

このような知的成長がもたらされる「集団解決」をするためには、数学の授業での雰囲気づくりや約束事も大切です。同じ指導法で授業をしたとしても、学級によって生徒の反応や授業展開が異なります。その原因の1つは「その学級の授業の雰囲気」です。数学の授業では、「何でも自由に言い合える雰囲気」や「まちがいを大切にし、補い合える雰囲気」を大切にしたい。このような雰囲気をつくるには、はじめて授業を担当する4月の授業が大切になります。はじめの1か月ほどの授業で、何でも言い合える雰囲気をつくるのです。そして「考え合うことは楽しい」という実感をもたせるとともに、「途中まで」や「まちがいを大切にすることも定着させます。このような雰囲気づくりが質の高い「集団解決」にするためには必要です。

○ どの考えをどの順番に取りあげるか

「多様な見方や考え方を生かす」とき、どの考えをどの順番に取り上げるのかということが大切です。考えの取り上げ方には、大きく2つの場合が考えられます。

- A. 多様な見方や考え方を1つずつ順に取りあげる
- B. 多様な見方や考え方の複数を一度に取りあげる

AとBのそれぞれについて、さらに次のaとbの2つの場合があります。

このaとbには、次のような違いがあります。

a …… 机間指導をもとにして生徒の考えを把握した上で、意図的に

b …… 生徒の考えを把握しないまま、意図的ではなく

上のA、Bとa、bを組み合わせると、多様な見方や考え方の取りあげ方として次の4つのパターンが考えられます。

- A a. 机間指導をもとにして指名し、多様な見方や考え方を1つずつ順に取り上げる。
- A b. 意図を持たずに指名し、多様な見方や考え方を1つずつ取り上げる。
- B a. 机間指導をもとにして指名し、多様な見方や考え方の複数を一度に取り上げる。
- B b. 意図を持たずに指名し、多様な見方や考え方の複数を一度に取り上げる。

多様な見方や考え方の取り上げ方を4つのパターンにまとめましたが、取り上げ方はこの4つのパターンに限定されるものではありません。

次に、どのタイミングで生徒の考えを取り上げるかについてです。「すべての生徒ができてから」「正しい考えがまとまるまで」では遅すぎます。「考えている途中でも」

「考え方だけを紹介する」等のタイミングで取り上げることで授業のテンポもよくなり生徒が乗ってきます。

○説明のさせ方

生徒に黒板の前で説明してもらう時には次の3点を指導します。

- ・ 指し棒で黒板を指し示したり、式や図を書いたりしながら
- ・ 伝える人の方を見て
- ・ 途中で止めて、確認しながら

次に、「集団解決」に関わる具体的な授業例を紹介します。ここでは、教師の働きかけの工夫という視点から集団解決のあり方や授業の進め方などについて考えていきます。

【第1学年】：相対度数（資料の散らばりと代表値）

この授業では、相対度数のよさを見いだすことが目標になります。下の指導案は、問題提示（下参照）をしてどちらのバスが30分かからずに「釧路駅」に着く可能性が高いか予想させた後からの部分を示しています。

<p>問題 右の表は、⑰、⑱番バスの1週間の「白樺台入り口」から「釧路駅」までの所要時間を度数分布表にまとめたものである。</p> <p>太郎さんが「白樺台入り口」でバスを待っていたところ、⑰番と、⑱番のバスが同時にきた。どちらのバスに乗れば30分かからずに「釧路駅」に着く可能性が高いだろうか。</p>	<p>⑰、⑱番バスの所要時間</p> <table border="1" style="margin: auto; border-collapse: collapse;"> <thead> <tr> <th>所要時間(分)</th> <th>⑰番(台)</th> <th>⑱番(台)</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>以上 未満</td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>25 ~ 30</td> <td style="text-align: center;">16</td> <td style="text-align: center;">18</td> </tr> <tr> <td>30 ~ 35</td> <td style="text-align: center;">12</td> <td style="text-align: center;">18</td> </tr> <tr> <td>35 ~ 40</td> <td style="text-align: center;">4</td> <td style="text-align: center;">18</td> </tr> <tr> <td>40 ~ 45</td> <td style="text-align: center;">8</td> <td style="text-align: center;">6</td> </tr> <tr> <td>45 ~ 50</td> <td style="text-align: center;">0</td> <td style="text-align: center;">0</td> </tr> <tr> <td>合計</td> <td></td> <td></td> </tr> </tbody> </table>	所要時間(分)	⑰番(台)	⑱番(台)	以上 未満			25 ~ 30	16	18	30 ~ 35	12	18	35 ~ 40	4	18	40 ~ 45	8	6	45 ~ 50	0	0	合計		
所要時間(分)	⑰番(台)	⑱番(台)																							
以上 未満																									
25 ~ 30	16	18																							
30 ~ 35	12	18																							
35 ~ 40	4	18																							
40 ~ 45	8	6																							
45 ~ 50	0	0																							
合計																									

Before

：意図を持たずに指名して

集団解決	<p>○教師の働きかけ ・ 生徒の活動</p> <p>○予想したことが正しいのか考えてみよう。</p> <p>○考えを発表し合いましょう。 (手を挙げた生徒を指名する)</p> <p>・ 30分かからずに「釧路駅」につく割合が⑰番が0.4、⑱番が0.3で⑰番の方が大きいから⑰番</p> <p>○質問はありますか。⑱番だと思う人は考えを発表してみよう。</p> <p>・ 30分未満の台数が多いから⑱番</p> <p>○質問はありますか。どちらの考えが正しいですか。</p> <p>・ ⑰番</p>
------	---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

After!

：意図的に指名して

集団解決	<p>○教師の働きかけ ・ 生徒の活動</p> <p><u>(⑱番バスを選択した生徒を指名して)</u></p> <p>○どうして⑱番バスの方が30分かからずに着く可能性が高いと考えたのですか。</p> <p>・ 台数を比べて</p> <p><u>○⑰番バスを選択した人、どう思いますか。</u></p> <p>・ 全体と比べなければいけない</p> <p>○では、⑰、⑱番のバスの合計台数はそれぞれ何台ですか。</p> <p>・ ⑰番→40台、⑱番→60台</p> <p>○どのように考えたらいいですか。</p> <p>・ 割合を考える</p>
------	-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

まとめ

○今日の学習のまとめをしましょう。

相対度数のよさは、ある階級の全体に対する割合がわかることである。

○教科書の練習問題をしましょう。

まとめ

○このような割合のことを相対度数といいます。相対度数のよさは何でしょうか。

相対度数のよさは、ある階級の全体に対する割合がわかることである。

○教科書の練習問題をしましょう。

【Before】 は、挙手をしてはじめて指名した生徒が全体の割合で考えることを発表してしまい、生徒が試行錯誤する機会を奪ってしまっています。これでは相対度数のよさを意識させることができません。

【After!】 は意図的に指名をして、生徒の思考を揺さぶる工夫がされています。はじめに、⑱番バスを選択した生徒を指名して、判断の理由を説明させることで、「台数が多いから⑱番に決まっている」「でも、どうして⑰番だと考える人がいるのだろうか」と⑱番だと考えている生徒の思考をひろげたり、ふかめたりすることができます。それに、この場面で揺さぶりをかけることで、本時のまとめである相対度数のよさを強く意識させることができます。

○話し合いのポイント

生徒が主体的に取り組む、すなわち、考え続けるためには、「大切なことは生徒から言わせる」ようにしなければなりません。そのため、教師は「どうして?」「本当に?」などと問い返すことを基本としたいものです。生徒が「だって…」と言いたくなるように仕向けるのです。ましてや、教師のねらう考えを生徒が発言したとたん、「その通り!」「大正解!」などと言ってしまつては、元も子もありません。

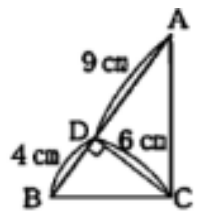
具体的には、次のような教師の働きかけが効果的です。

- ・ 本時の目標の達成にかかわる生徒の発言を強調したり、確認したりする。
「えっ!?今なんて言ったの?」「何、何、もう一回言って!」など
- ・ 一人の説明を、学級全体に広げる。
「〇〇さんの考えわかる?」「同じ考えの人いる?」など
- ・ 教師が適度にとぼける。
「先生にはわからないな」「え?本当に!?!」など

【第3学年】: 相似な図形(相似条件の利用)

教師の問い返しを変えることで、集団解決の話し合いが改善できる授業例を紹介します。集団解決の話し合いは図形の領域においても、教師の働きかけを工夫することでみんなで考え合うことを体験させることができます。

これまでに、三角形の相似条件を学習し、本時ではそれを生かして、見いだした2つの三角形が相似であることを証明することが目標になります。下の指導案は、問題提示(右図において、相似な図形はどれ



だろうか) をして相似な三角形を予想した後からの部分を示しています。

Before	: 並列的に発表させて	After!	: 問い返しを意識して
<p>○教師の働きかけ ・生徒の活動</p> <p>○予想した三角形が相似か証明してみよう。</p> <p>○考えを発表し合いましょう。(手を挙げた生徒を指名する)</p> <ul style="list-style-type: none"> ・$\triangle CDA \sim \triangle BDC$ を証明 <p>○質問はありますか。他の三角形が相似であることを証明できた人はいますか。</p> <ul style="list-style-type: none"> ・$\triangle ABC \sim \triangle CBD$ を証明 <p>○質問はありますか。他の三角形が相似であることを証明できた人はいますか。</p> <ul style="list-style-type: none"> ・$\triangle ABC \sim \triangle ACD$ を証明 <p>○質問はありますか。</p> <p>○今日の学習のまとめをしましょう。</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin-top: 10px;"> <p>図形の中で見いだした三角形が相似であることは、相似条件を成り立たせる根拠を見つけて証明する。</p> </div> <p>○教科書の練習問題をしましょう。</p>		<p>○教師の働きかけ ・生徒の活動</p> <p>○予想した三角形の中で、まずは$\triangle ABC \sim \triangle ACD$ から証明してみよう。($\triangle ABC \sim \triangle ACD$ の証明をできるところまで書かせて)</p> <p>○どうでしたか。</p> <ul style="list-style-type: none"> ・$\angle ACB$ が 90°かわからない <p>○$\triangle ABC$ と $\triangle ACD$ は相似ではないんですね。</p> <ul style="list-style-type: none"> ・いや、ちょっと待って下さい！(しばらく沈黙) ・$\triangle CDA \sim \triangle BDC$ を証明すればいけるんじゃないか!? <p>○本当? 同じ考えの人いる?</p> <ul style="list-style-type: none"> ・やってみないとわからないよ! <p>○では、$\triangle CDA \sim \triangle BDC$ の証明をしてみよう。</p> <ul style="list-style-type: none"> ・$\triangle CDA \sim \triangle BDC$ を証明 <p>○やっぱり、$\triangle ABC \sim \triangle ACD$ は証明できませんか。</p> <p>(しばらく沈黙)</p> <ul style="list-style-type: none"> ・$\triangle CDA \sim \triangle BDC$ から $\angle ACB = 90^\circ$ です。 <p>○え!? どうして?</p> <ul style="list-style-type: none"> ・だって、相似な図形の対応する角は等しいから…。 ・$\triangle ABC \sim \triangle ACD$ を証明 <p>○残りの $\triangle CDA \sim \triangle BDC$ を証明してみよう。</p> <ul style="list-style-type: none"> ・$\triangle CDA \sim \triangle BDC$ を証明 <p>○今日の証明のポイントは何ですか。</p> <ul style="list-style-type: none"> ・相似条件を使うために、根拠を見つけることじゃないか…。 <p>○え!? 何, 何, もう一回言って!</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin-top: 10px;"> <p>図形の中で見いだした三角形が相似であることは、相似条件を成り立たせる根拠を見つけて証明する。</p> </div> <p>○教科書の練習問題をしましょう。</p>	
<p>集団解決</p> <p>まとめ</p>		<p>集団解決</p> <p>まとめ</p>	

【Before】 は、個人思考で導き出した考え方を紹介しあう活動が中心になり、単なる証明の発表会で終わっています。これではこの問題のよさが生かせず、考え合うことの楽しさを味わうことはできません。

【After!】 は意図的に問い返して、生徒の思考を揺さぶる工夫がされています。一つ目は、「 $\triangle ABC$ と $\triangle ACD$ は相似ではないのかを問う」場面です。示された考え方を注意深く見る意識が高まるだけでなく、別な角度から迫ることができないかと生徒の思考をひろげることができます。二つ目は、「 $\triangle CDA \sim \triangle BDC$ からわかることはないかを問う」場面です。証明したことを発展させて考えることで、生徒の思考を深めることができます。三つ目は、「今日の証明のポイントをまとめる」場面です。生徒が発言したことを、あえてもう一度発表させることで、本時のまとめを強調し、確認することができます。

(赤本)

2. 2. 6 本時の終末, まとめ「!」

○「目標」と「まとめ」が一貫した授業を

授業には、どんな知識を身につけさせたいのか、どのような力を身につけさせたいのかという目標があり、その目標の達成のために授業を組み立てていきます。授業において、目標とまとめがかけ離れていると、何を学習したのかが分かりにくくなってしまい、目標を達成することができません。逆に、目標が明確であれば、授業内容が明確になり、まとめがぶれることはありません。授業の終末に行われる活動は、目標を達成できたかどうかを把握することができるものであり、授業の導入で生徒が見いだした課題(?)が、その授業を通してわかった(!)と思えるようなものになっていなくてはなりません。

【第3学年】：平方根（平方根の乗法）

(本時の目標) 素因数分解を用いて平方根の乗法を効率よく計算することができる。

	○教師の働きかけ ・生徒の活動 ※留意点
導入	○問題を提示する $\sqrt{18} \times \sqrt{12}$ を計算すると?
展開	○計算結果が $\sqrt{216}$ である生徒の考えを取り出す。 ・課題を見いだす $\sqrt{18} \times \sqrt{12}$ のもっと効率の良い計算方法はないのか? ・計算の仕方を考える。 $\textcircled{1} \sqrt{18} \times \sqrt{12} = \sqrt{216} = 6\sqrt{6}$ $\textcircled{2} \sqrt{2 \times 3 \times 3} \times \sqrt{2 \times 2 \times 3} = 6\sqrt{6}$ $\textcircled{3} 3\sqrt{2} \times 2\sqrt{3} = 6\sqrt{6}$

Before

目標とまとめがぶれた授業

	○教師の働きかけ ・生徒の活動 ※留意点
展開	○①～③の解き方を発表させ、できたかどうかを確認する。 ・答えが $6\sqrt{6}$ にならなかった場合、どこで間違えたのかを振り返る。 ○まとめ 素因数分解を利用すると、計算を工夫することができる。 ・確認問題を解く。 (1) $\sqrt{8} \times \sqrt{45}$ (2) $\sqrt{40} \times \sqrt{54}$ ○全員がしっかりと正解になるように、きめ細かな机間指導を行う。

After!

目標とまとめが一貫した授業

	○教師の働きかけ ・生徒の活動 ※留意点
展開	・①～③の解き方を用いた理由と、それぞれの良さや問題点を考える。 $\textcircled{1}$ 機械的に計算できる。間違えやすい $\textcircled{2}$ 答えが $6\sqrt{6}$ になる理由がみえる。 $\textcircled{3}$ 大きな数でも計算が簡単にできそう。 ・まとめ 素因数分解を利用するタイミングを工夫すると、より効率よく計算をすることができる。 ・確認問題を解く。 (1) $\sqrt{8} \times \sqrt{45}$ (2) $\sqrt{40} \times \sqrt{54}$ ※(2)で③を用いると、最後に再び素因数分解をする必要があることを取り上げ、②の新たな有用性に気付かせる。

【Before】は、計算に素因数分解を利用したことは理解させられますが、計算が「できる」ことが生徒の目標になってしまい、本時の目標である、他の方法を用いた理由や

よさ、問題点まで考えることができていません。したがって、素因数分解を利用するタイミングについては考える場面が無く、まとめも生きた形で生徒に習得されていません。その後の確認問題においても、「できたかどうか」に生徒の視点が偏ってしまい、解法を工夫する視点を持たせることができません。

【After!】は、解決の過程でそれぞれの解法を用いた理由やよさ、問題点まで考えさせているので、単に素因数分解を利用するのではなく、利用するタイミングまで考察することができています。その結果、まとめが生きた形で習得され、確認問題では、できたかどうかではなく、タイミングによってどのような違いがあるのかまで考えさせることができます。また、 $\sqrt{30} \times \sqrt{75}$ のような問題を取り組ませると、 $\sqrt{15 \times 2} \times \sqrt{15 \times 3}$ のように、素数まで因数分解をすることが必ずしも必要無いことにも気付くことができます。生徒の実態に応じて、考え方の発展として提示し、理解を深めることにつなげていくことが大切です。

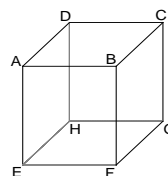
○確認問題の工夫

授業の終末には、「確認問題」を解かせることで、学習内容の定着を評価したり、より効果的な定着を促したりすることができます。さらに、理解したかどうかのみを問うのではなく、確認問題を解くことによって新たな疑問が生まれ、さらに理解が深まる場合があります。このような、一歩進んだ「確認問題」を取り入れることが求められます。

【第1学年】：空間図形（ねじれの位置）

（本時の目標）ねじれの位置がどのような位置関係であるのかを理解する。

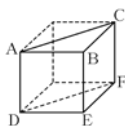
	○教師の働きかけ ・生徒の活動 ※留意点
導 入	○問題を提示する 図の立方体で、辺ABと平行な辺、垂直な辺はどれ？ ○辺CGは垂直といえる？同じような位置関係の辺は？ ・課題を見いだす 辺CGのような位置関係の辺は他にいくつある？ ABとCGの位置関係は、どのような位置関係と説明する？
終 末	・まとめ 空間内の2直線が平行でなく、交わらないとき、ねじれの位置にあるという。



Before

理解を問う確認問題

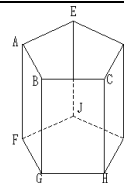
	○教師の働きかけ ・生徒の活動 ※留意点
展 開	○確認問題を提示する。 図の三角柱で、辺ABとねじれの位置にある辺は？ ○まとめの内容を適用して考えさせる。 ・答えが辺CF、辺EF、辺DFになっているかを確認する。



After!

理解を深める確認問題

	○教師の働きかけ ・生徒の活動 ※留意点
	○確認問題を提示する。 図の正五角柱で、辺ABとねじれの位置のある辺は？ （新たな課題）ABとCDはねじれの位置といえるのか？ （深まった理解）同一平面上にあるかどうかもある必要がある。



【Before】は、「平行でなく、交わらない2直線」という本時のまとめを適用させることで、理解を評価することはできますが、「同一平面上にない」というより深い理解が不十分となります。

【After!】は、同一平面上にある辺 CD や辺 DE が図では交わっていないので、新たな課題として見いだされます。この解決の過程で、「同一平面上にある」ということが「延長したとき」ということであることに気付き、理解が深まる展開になっています。

本時の内容の理解を評価することは重要ですが、そのみで終わるのではなく、さらに理解を深めたり、考えを発展させたりできるような確認問題を設定することで、毎時間の学習をより効果的なものとすることができます。

○振り返る活動を取り入れる

学習指導要領には、数学的な考えを深めるための活動として、「振り返る」学習活動の重要性が次のように記載されています。

各教科等の指導に当たっては、生徒が学習の見通しを立てたり学習したことを振り返ったりする活動を計画的に取り入れるようにすること。

特に、生徒が学んだ内容を、活用して考えたり判断したりすることをよりよく行うことができるよう、言葉や数、式、図、表、グラフなどの数学的な表現を用いて、論理的に考察し表現したり、その過程を振り返って考えを深めたりする学習活動を充実するように記載されています。

これらのことから、主に右のようなことを振り返ることが大切です。振り返ることで、生徒自身がどんなことが身についたのか、つまり知っていることは何かなど、確認することができるようになります。

【主に振り返るべきこと】

- 「内容」 → 何について考えたのか
- 「思考過程」 → どのように考えたのか
- 「意味」 → 何を理解したのか
- 「価値」 → 何を見いだしたのか

振り返る活動には、練習問題で確認する場合もありますが、例えば、学習したことを自分の言葉でまとめる、レポートを作成する、作問する、説明し合う、新たな疑問を持つなど、様々な例が考えられます。

【第2学年】：連立方程式 加減法による解き方

(本時の目標) 文字の消去を利用して、係数のそろっていない連立方程式の解き方を見いだす

	○教師の働きかけ ・生徒の活動 ※留意点
導 入	<p>○問題を提示する</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin-bottom: 5px;"> $\begin{cases} 2x + 3y = 13 \dots \textcircled{1} \\ 5x + 2y = 16 \dots \textcircled{2} \end{cases}$ を解くことはできるか？ </div> <ul style="list-style-type: none"> ・解くことができるかどうかを予想する。 ・係数がそろって解くことができる。 ・等式の性質を用いて両辺に何かをかけることで係数をそろえられそう。 ・課題を見いだす <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin-top: 5px;"> 等式の性質と文字の消去を利用してこの連立方程式を解く方法とは？ </div>

Before

振り返る活動をしない授業

	○教師の働きかけ ・生徒の活動 ※留意点
展 開	<ul style="list-style-type: none"> ・色々な解き方を見いだす x の係数を消去する方法 y の係数を消去する方法
終 末	<ul style="list-style-type: none"> ○x, y の係数を消去した式操作について、どのような手順で文字が消去されたのかをそれぞれ確認しよう。 ・どちらか一方の係数をそろえると文字が消去できる。 ・それぞれの式を何倍かずつして係数をそろえることができる。 ・まとめ <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 5px 0;"> <p>x や y のどちらか一方の係数をそろえるために、両方の式を何倍かして係数をそろえる。</p> </div> <ul style="list-style-type: none"> ○確認問題を提示する。

After!

振り返る活動を取り入れた授業

	○教師の働きかけ ・生徒の活動 ※留意点
	<ul style="list-style-type: none"> ・色々な解き方を見いだす x の係数を消去する方法 y の係数を消去する方法
	<ul style="list-style-type: none"> ○今日の授業を振り返る <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 5px 0;"> <p>$\begin{cases} 3x + 2y = 13 \\ 4x + 3y = 19 \end{cases}$ の解き方を、誰でもわかるように説明してみよう。</p> </div> <ul style="list-style-type: none"> ・何のために係数をそろえたのかを問い返し、式操作の意味を確認する。 ・係数を 12 や 6 にそろえた理由を問い返し、最小公倍数を用いた考えを価値づける。 ・それぞれの式に異なる数をかけても良い理由を問い返し、理解を深めさせる。 ・まとめ <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 5px 0;"> <p>それぞれの式を何倍かして、x, y のどちらかの係数を最小公倍数にそろえることで加減法が使える。</p> </div> <ul style="list-style-type: none"> ○確認問題を提示する。

【Before】の授業でも、加減法を用いて連立方程式を解くことができるようになりますが、生徒の多くは「解くためには係数をそろえればよい」という簡略化した理解に留まってしまいがちです。このような理解では、係数が 4 と 6 のときに 24 にそろえてしまったり、解くための重要なポイントである、「文字の消去」についての理解が疎かになってしまったりすることが考えられます。これは、「できた」けど「よくわかっていない」という状況とも捉えられます。授業ではできたけど、後でやってみたらできなくなっていたという状況や、すぐに忘れてしまう状況の一つの原因として考えられます。

【After!】の授業では、振り返りの場面で、加減法という文字を消去する方法を用いるために係数をそろえる必要があるという式操作の意味を確認しています。問題解決の過程で自然と行われた式操作に意味づけをすることによって、他の場面でも活用できる理解に深められたり、考えを出した生徒に有用感を感じさせたりすることができます。また、最小公倍数という言葉を用いることによって、係数をそろえる時の見通しを持たせることができるようになります。2つの式に違う数をかけても良いのかという問い返しは、等式の性質や 2元 1次方程式の意味理解の確認につながっていきます。

このように、問題解決の過程を、ポイントを絞って振り返ることによって、単に問題が「解けた」のではなく、「解き方の意味がわかった」という深い理解につなげることができます。このような理解を積み重ねることで、次時の新たな法則の発見につながったり、長い期間の定着につながったりするものと考えられます。

2. 2. 7 本時の評価

○「評価の意義」について

指導と評価の一体化という言葉をよく耳にします。評価は時に生徒の成績をつけるためのものとして扱われることもあります。本来の目的は、生徒にとって自らの学習状況を「捉える」こと、これからの学びに活かせるように「促す」ことです。したがって、教師には、常日頃から目標の確実な実現を目指す指導の在り方が求められています。

しかし、日常的に評価を行うことを重要視する一方で、多くの評価を行うことで評価に追われてしまえば、十分な指導ができなくなる恐れも危惧されます。したがって、本時の評価においては、場面や観点をしばって評価を行ったり、一単位時間での評価にとられず、単元などある程度長い区切りの中で評価したりしていくことも視野に入れていきます。

○「評価方法」について

学習指導要領にもある通り、評価方法は多様な方法が示されています。ペーパーテストは評価方法の一つとして有効ですが、ペーパーテストの結果が、目標に準拠した評価における学習状況の全てを示しているわけではありません。例えば、観察やノート、ワークシート、レポートなど複数の方法で見取ることが大切です。例えば、ノートやワークシートの記述内容は、4つのどの観点の評価にも活用することが可能であり、生徒の資質や能力を多面的に把握できる資料となります。記述内容を見取の際は、目標に合致する「B おおむね満足できる」状況だけではなく、「A 十分満足できる」状況をはっきりさせておくことも大切です。 ⇒ 授業例1

また、評価を授業のどの場面で行うのかについても考えていく必要があります。評価は、授業の終末におこなうだけではありません。1時間の授業の中で、観察などを通じて「C 努力を要する」状況の生徒への手だてを講じていき、終末段階で生徒全員が「B おおむね満足できる」状況に達することを目標としています。授業導入時や個人思考の段階で学習状況の評価し、集団の機能を生かしたり、個別に指導したりして、課題解決に必要な知識や技能を想起したり、解決の見通しがもてるようにしたりすることも「本時の評価」の1つとして位置づけます。 ⇒ 授業例3

○「関心・意欲・態度」の評価について

「関心・意欲・態度」の評価は、ペーパーテストで見取することは難しいため、授業中の観察やノート、ワークシートなどの提出物による見取りが多いと思います。ここで気をつけなければならないのは、提出物による評価についてです。単に提出の有無や見た目のきれいさを視点とした評価をしがちではないでしょうか。本来、「関心・意欲・態度」の評価の趣旨は、「数学的な事象に関心を持つとともに、数学的活動の楽しさや数学のよさを実感し、数学を活用して考えたり判断したりしようとする」ことでもあります。評価に当たっては、生徒一人一人の数学的活動をよく観察し、生徒の気づきや驚きなどの学習での内面的な動きを適切に評価することが大切です。 ⇒ 授業例2

【第1学年】：比例と反比例（反比例の定義）

授業例1

「確認問題」による「知識・理解」の評価

＜本時の目標＞

- ・面積が一定の長方形の縦の長さ x と横の長さ y の関係について調べる活動を通して、反比例の意味や特徴を理解することができる。【知】

＜主な学習活動＞

- ① ワークシート上のマス目に面積 12cm^2 の長方形をいくつかつくる
- ② ①の長方形をもとに、横の長さ x と縦の長さ y の関係を表す対応表をつくる
- ③ ②の対応表から気付くことをあげる
- ④ 考えを交流しながら、 x と y の関係を整理していく
- ⑤ まとめ後、練習問題を通じて理解を深めていく（ノートの内容を評価）

＜本時の評価＞

Before

「B」規準は示されているが、「A」規準がはっきりしていない

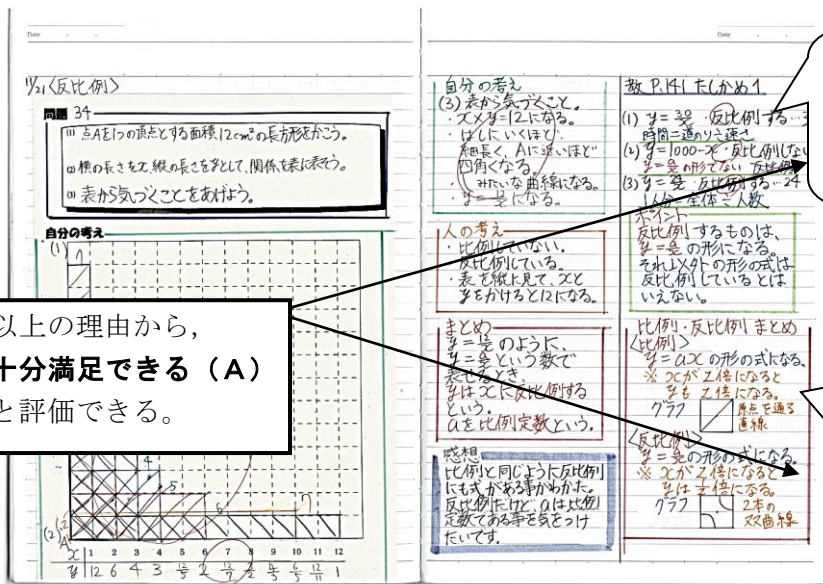
関心・意欲・態度	数学的な見方や考え方	数学的な技能	知識・理解
反比例の関係に関心をもち、既習の知識を生かしながら調べようとする。	変化や対応に着目して、反比例の関係を考えることができる。	反比例の関係を、変化や対応に着目して調べたり、表や式に表したりすることができる。	反比例の意味や特徴を理解している。

After!

「B」規準も「A」規準もはっきり示している

関心・意欲・態度	数学的な見方や考え方	数学的な技能	知識・理解
<p>本時では、授業の終末に「知識・理解」の見取りをノートに記述された「確認問題」でおこなった。A規準を明らかにすることにより、生徒の学習状況をよりの確に把握することができた。</p>			<p>○反比例の意味や特徴を理解している。 ◎既習事項と関連づけながら反比例の意味や特徴を理解している。</p>

＜実際のノート＞



以上の理由から、
十分満足できる（A）
と評価できる。

間違いを振り返ることを通して、「比例しない=反比例」ではないことに気づいている。

練習問題の振り返りから、反比例の意味を比例の式との違いからとらえ直している。

授業例 2

【第3学年】：相似な図形（相似の活用）

「振り返り」による「関心・意欲・態度」の評価

＜本時の目標＞

- ・直接測ることのできない距離や高さを求めることに関心を持ち、相似の考えを活用して問題を解決しようとする。【関】

＜主な学習活動＞

- ① テレビ塔にペンをかざした写真から、テレビ塔の高さが求められるか考える
- ② ペンの長さなどがわかれば相似を用いて求められそうと見通しをもつ
- ③ 図をつくりながら相似を探し、相似比を用いて高さを求める
- ④ 図を示しながら考えを交流し、整理していく
- ⑤ まとめ後、振り返りをおこなう（ワークシートの内容を評価）

＜本時の評価＞

Before

提出物の期日や単にしていねいさで評価している

- ・ワークシートを提出し、板書など整理されている→ (B)
- ・ワークシートを期日どおり提出し、板書など整理されている→ (A)

After!

生徒の内面を記述内容から読み取り、評価している

- ・直接測ることができない距離や高さを求めることに関心を持ち、相似の考えを活用して問題を解決しようとしている→ (B)
- ・直接測ることができない距離や高さを求めることに関心を持ち、相似の考えを積極的に活用して問題を解決しようとしている→ (A)

＜実際のワークシート＞

【学習課題】
相似を使って高さを求められるだろうか。

【自分の考え】～まずは自分で考え、ぶぶき・・・人の考えにも耳を傾け、残しておこう～

① 身長を別に考える。
 $\triangle abc \sim \triangle ade$ で。
 $\angle a$ 共通, $\angle acb = \angle aed = 90^\circ$ 対.
 $\triangle abc \sim \triangle ade$.
 $0.14m (bc) : 0.5m (ac) = x m (de) : 500m$
 $x = 140m$.
 70cm 目線の高さは考えなくていい!
 うまくいけ!

② ペンの位置をずらす。(ペンの下を地面に合わせる)
 $\triangle abc \sim \triangle adg$ で。
 $bc \parallel dg$ であるから、平行線の同位角が等しいため。
 $\angle abc = \angle agd$, 対 $\angle a$ 共通. $\angle c = \angle g$
 $\triangle abc \sim \triangle adg$
 $0.14m (bc) : 0.5m (ac) = x m (dg) : 500m (ae)$
 $x = 140m$.
 テレビ塔の高さを考えられているため!

【Master Box】～1時間の学びを振り返ることで、「自身の成長」と「新たな学び」が見えてくる～

比例式を用いて高さを求めたが、考え方は正しいかわからないという事を書き込んでいた。これでは高さや長さから相似であることを証明したが、逆に相似であることを長さから求めるという事である。だから、どの長さとも置き換えてもいいのか、又この証明が出来れば長さがわかるのかという事は考えたいから問題を解いていきたい。

以上の理由から、
十分満足できる (A)
と評価できる。

2つの図を比べて、左図が適切に相似の考えを使っていないことを示している。

相似の考えをどのように使ったのか、今後どう考えていけばよいのかを記述している。

【第2学年】：三角形と四角形（二等辺三角形の性質）

授業例3 「観察」による

「数学的な見方や考え方」の評価

<本時の目標>

- ・図の中から、二等辺三角形の性質を根拠にして二等辺三角形を見つける活動を通して、命題の逆が正しいかどうかを考えることができる。【考】

<本時の展開および評価>

Before

授業の終末のみで評価している

After!

生徒の思考過程から形成的評価をしている

主な学習活動	評価の観点
○問題を把握する。	
二等辺三角形ABCの1つの底角∠Bの二等分線とACとの交点をDとし、頂角∠A=36°とすると、二等辺三角形はいくつあるだろうか。	
○予想する。	
予想したことは正しいだろうか	
○個人思考 ○集団思考 ・定理の逆が成り立つか、問う。	・証明の記述から、命題の逆が正しいか考えることができていたか。
○まとめ ○定理の逆を証明する。	

主な学習活動	評価の観点
左記同様の流れ	
○個人思考 ・△ABC? ・△BCDも? ・△ABDは? ○集団思考 ・定理の逆が成り立つか、問う。	・二等辺三角形の性質を根拠に解決の見通しをもっているか。【評価①】 ・定理の逆を根拠にしていることを捉えているか。【評価②】
○まとめ ○定理の逆を証明する。	
	・証明の記述から、命題の逆が正しいか考えることができていたか。

<実際のノートおよび板書の一部>

問題2 つぶやきがヒントになる

AB=AC
∠A=36°
二等辺三角形はいくつあるか?

予想
3つ: △ABC, △ABD, △BCD

自分の考え
途中まで
図形問題の鍵は
わかっている事を書き出す

人の考え
2つの辺が等しいので△ABC=二等辺三角形
△ABCが二等辺三角形ということは二等辺三角形の底角は等しいので

180-36=144 144÷2=72 ∠B=∠C=72°
辺BDは△ABCの二等分線なので
∠DBC=∠ABD=36° 180-(72+72)=36°
底角が等しいから△DBCは二等辺三角形である

まとめ
2つの角が等しい⇒二等辺三角形
二等辺三角形⇒2つの角が等しい

【評価②】
定理の逆を根拠として説明していることに気付いていない生徒が多かった。
→努力を要する(C)
そこで、板書を生かして定理と比較させた(「C」への手だてを講じた)。

【評価①】
図に角度を書き込んで考えたが、途中でわからなくなっていた。→努力を要する(C)
そこで、他者の考えを拾い、板書した(「C」への手だてを講じた)。

AB=AC
∠A=36°
二等辺三角形
11<?>

2つの辺が等しいので
△ABC = 二等辺三角形
△ABCが二等辺三角形ということは二等辺三角形の底角は等しいので
180-36=144 144÷2=72
∠B=∠C=72°
辺BDは△ABCの二等分線なので
144÷2=72 ∠DBC=∠ABD=36°
180-(72+72)=36°
底角が等しいので△DBCは二等辺三角形である

2. 2. 8 板書とノート指導の工夫

○「板書」が果たす役割について

数学の授業で、生徒は板書された内容を見ながら考えます。また、板書内容を自分のノートに写しながら考えます。板書には、次の3点の意義があるからです。

①については、問題や課題が明確に板書されたり、多様な見方や考え方が板書されたりすることによって、生徒は「何を、何のために考えるのか」という目標や必要感をもつことができます。それが学習意欲にもつながります。

- ① 目標や必要感をもつきっかけとなる
- ② 問題の解決過程を把握することができる
- ③ 思考を促すきっかけとなる

②については、問題の解決過程が板書として残ることにより、生徒は解き方や公式などの結果だけでなく、過程や考え方を確かに理解することができます。

③については、生徒の思考の流れを板書として残すことにより、生徒は板書されている他の生徒の考え方をヒントにしたり、複数の考え方を比較したりしながら考えることができます。板書内容によって思考が促されるのです。

このようなことから、授業づくりにとって、板書内容の工夫は大きなウェイトを占めます。工夫のポイントは、例題の解き方や答えなどの結果だけを板書するのではなく、問題の解決過程も板書内容として残すことです。「指導と板書の一体化」を大切にするのです。「問題の解決過程を重視する学習指導」を行うならば、板書も「問題の解決過程を重視した板書」にします。

○「板書」の工夫

具体的には、次の4つの事柄を意識して意図的に板書し、板書内容として工夫するようにします。

①についてです。「～について考えてみよう」「～は正しいだろうか」「～と～はどちらが大きいか」

- ① 主な発問を板書する
- ② 考え方のポイントを板書する
- ③ 生徒の考えを板書として残す
- ④ 色チョークを活用する

このような主な発問は板書します。板書することで、「目標や必要感をもつ」「問題の解決過程を把握する」につながります。また、授業の流れがわかり、授業の様子がよみがえってくるノートづくりにもつながります。ちなみに、主な発問だけでなく、生徒の声やつぶやきを意図的に板書するのも効果的です。「なるほど!」「きれいだ!」「不思議!」「どうして?」「本当に?」このようなことを板書することで「考えること」が促されるのです。

②についてです。「考え方のポイント」とは、例えば次のようなことです。「～と～の合同を示す」「公式～を使う」「～と～を比べる」このような「考え方のポイント」を板書することで、どのような考え方なのかが明確になり、比較しながら考えやすくなります。なお、このようなことを板書するタイミングも大切です。

生徒の説明→その考え方の確認→考え方のポイントの板書

という流れを基本にします。このような板書の積み重ねは、数学的な見方や考え方を養う上でも、また、「なるほど!」「わかった!」という気持ちを引き出す上でも有効に働きます。

③についてです。「(その1), (その2), …」「(～さんの考え), (～さんの考え), …」

などのように、説明した生徒の考えを板書として残すことが大切です。それによって、右の効果が期待できます。

生徒からは、いつも正しい考えが出されるとは限りません。「途中まで」や「まちがい」もあります。それらを板書として残し、補い合っていくこともあります。なお、「発想はよいが途中まで」などのときには、その考えに二重丸(◎)と△を同時につけ、その生徒の考えを認めた上で補っていくという配慮も必要です。

生徒に自分の考えを板書させるとき、その内容として、例えば右の3つの場合があります。aのように説明や計算をすべて書かせると時間がかかります。また、すべて書かせたとしても、板書内容を見るだけで理解できる生徒は少なく、補足説明が必要です。それに対してbやcには、右のようなメリットがあります。

このようなことも配慮して、生徒に板書させるときには、「何をどの程度板書させるのか」という板書させる内容も選択し、指示することも大切です。

④についてです。白チョーク以外の3色について、原則として次のように区別して活用します。

- ・黄色→考え方（「～と～の合同を示す」など）、補助線、図への書き込み、重要な用語
- ・赤色→まとめの囲みやアンダーライン、矢印、ふきだしの囲み
- ・青色→板書の区切り線

色チョークの活用は、考え方のポイントや問題解決の過程を把握したり、生徒の思考を促したりする上でも効果的です。

以下、「板書」に関わる具体的な例を紹介します。

【第2学年】：式の計算（式の値）

Before

：「式や計算など結果や結論しかない板書」では、ノートは計算練習帳のようになってしまう

「白色チョークだけの板書」は何が大切なのかわかりずらく、生徒が考えつづけるには厳しいものがあります。また、殴り書きや筆順間違いには気をつけたいものです。例え、多少下手でも丁寧に筆圧強めで板書した方がよいと思います。

式の値を工夫して求めよう

② $(2x-y)-(x-2y)$ 確認問題
 $= 2x-y-x+2y$ $a=5, h=-3$ と2
 $= x+y$ $2(3a-4h)-4(a-3h)$
 $2+(-3)$ 値を2つに求めよ。
 $= -1$ $6a-8h-4a+12h$
 $= 2a+4h$
 $10-12$ 式の値を求めるとき、
 $= -2$ 式を簡単にしてから数を
 代入すると計算しやす
 なる場合がある。

生徒の考えを板書に残すと・・・

- ・考え方の理解につながる
- ・板書内容を見ながら思考することを促す
- ・説明した生徒の達成感につながる

生徒に板書させるときのポイント

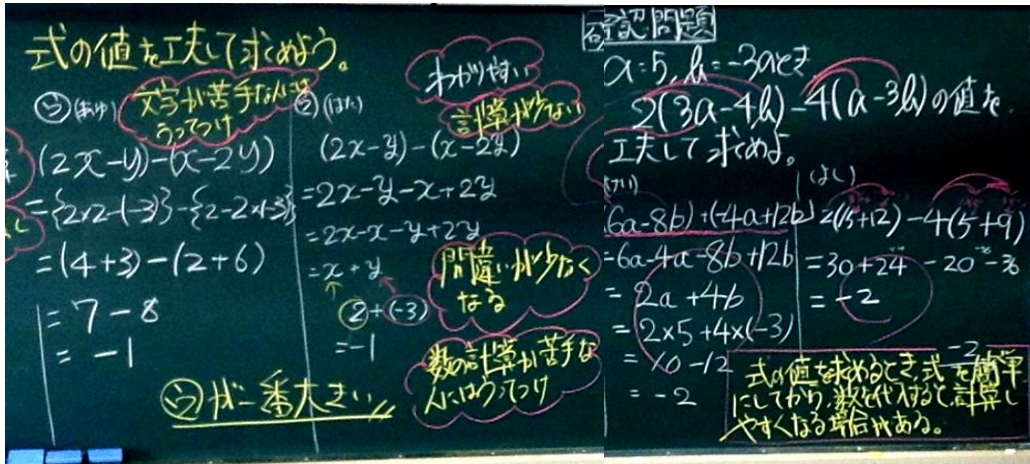
- a：説明や計算をすべて書かせる
- b：ポイントになる式だけを書かせる
- c：図に補助線を書き込ませるだけに
する

メリット

- ・生徒が板書する時間が少なくなる
- ・できなかった生徒は、式や補助線をヒントに考える
- ・式や補助線を見て、逆に「どんな考え方をしたのか」を考える

After!

: 下のような「生徒が考えつづけることを促す板書」を構成するように、日々心がけたい



⑦で最初に直接代入した考えを取りあげた後、式を簡単にしてから代入した考えを取りあげました。その後、「それぞれの考え方のよさは何？」と発問し、みんなで考えながら気づいたことなどを「吹き出し」で示しています。そして、「では一題試してみよう」と確認問題を提示。改めて式を簡単にしてから代入することのよさを確認しながら、矢印や囲みを書き加え、強調と確認をしています。さらに、考え方のキーワードや吹き出しなど、すでに板書で強調されていることを使いながら、「まとめ」を書いています。結果や結論だけでなく、考えてきた過程や、今後の数学の学習で考えるためのヒントともなる「考え方のキーワード」を意図的に板書し、生徒が「考えることって楽しい」と実感できるような「問題解決の授業」を日常的に実践していきたいものです。

先輩教師から「毎日、昨日より少し丁寧に、少し上手にと意識しつづけること」と板書上達の極意を教わりました。どんなに、板書内容が素晴らしくても、板書の文字が汚ければ、効果は半減してしまうかもしれません。ちなみに、どこが黄・赤になるのか色を塗ってみてください。

○「ノート指導」について

ノート指導が充実している学級の授業では、ノートのページをめくっている生徒の姿が多く見受けられます。そこに、考え方のヒントがあるからです。ノートはみんなで考えた、そして、考え続けた自分の足跡がある自分だけの参考書なのです。基本的には、板書内容をノートに記すことになりますが、生徒に是非とも書かせたいことは次の3つです。

- ① 自分の考え
- ② 友だちの考え
- ③ 授業中に気付いたことや思ったこと

【第2学年】：式の計算（式の値）

Before

: 式と計算、作図やグラフしかかかれていないノートでは、単なる「計算練習帳」や「作業シート」に過ぎません

このようなノートでは、振り返っても、「どのように考えて、こんな式や計算になったのか」「どのようにこんな図をかいたのか」がわからず、見返そうという気持ちにはならないのではないのでしょうか。ノートを書きながら授業を受け、自分の考えや友だちの考え、授業中の気づきや思いをかくようにすることが大切です。

After!

問題 $x=2, y=-3$ のとき、①~③の式の値はどれが一番大きいか。

① $2x+2y \rightarrow 4-6 = -2$

② $x^2-y^2 \rightarrow 4-9 = -5$ *式の値を先に求める*

③ $(2x-y)-(x-2y) \rightarrow \begin{matrix} x+y \\ 2-3 \\ =-1 \end{matrix}$

確認問題 $a=5, b=-3$ のとき、次の式を求めなさい。

① $-3a-5b = -15+15 = 0$

② $-2a^2b = -2 \times 25 \times (-3) = 150$

③ $2(3a-4b)-4(a-2b) = 6a-8b-4a+8b = 2a+4b = 10-12 = -2$

：このノートでは、「吹き出し」をかいて、授業の途中途中で生徒が気づいたことや思ったことをかくようにしています

平成26年4月30日(水) 第1時間目

問題 $x=2, y=-3$ のとき、①~③の式の値はどれが一番大きいか。

① $2x+2y$ ② x^2-y^2 ③ $(2x-y)-(x-2y)$

予想(A) 1人 26人 7人

式の値を工夫して求めよう。

① $2 \times 2 + 2 \times (-3) = 4 - 6 = -2$

② $2 \times 2 - (-3) \times (-3) = 4 - 9 = -5$

xとyに代入して...

③ (丁寧な方法) $(2x-y)-(x-2y)$ そのまま代入して求めたよ

$\{2 \times 2 - (-3)\} - \{2 - 2 \times (-3)\}$ この方法のよいところ

$= (4+3) - (2+6)$ ・文字の計算(文字が大嫌いな人)を少なく

$= 7-8 = -1$ てもいい!

代入する数が小さい時たい!

もっと早く気づいた!! (赤本先生)

北川先生が先に気づいた!!

$(2x-y)-(x-2y) \leftarrow$ 文字式をそのまま簡単にして...

$= 2x - x - y + 2y = x + y$

感想

私は今まで、問題の③のようことがあったらそのまま代入していた。しかし、今日A組で、エレカシの先生と話をすると、文字式を簡単にしてから代入する方法もあることがわかって、とても感動した。だから式が簡単にできたらどんどん簡単にしてから代入しよう。

確認問題 $a=5, b=-3$ のとき、次の式を求めなさい。

(1) $-3a-5b = -15+15 = 0$

(2) $-2a^2b = -2 \times 25 \times (-3) = 150$

(3) $2(3a-4b)-4(a-2b) = 6a-8b-4a+8b = 2a+4b = 10-12 = -2$

文字式を先に

私は北川君の方法の方が、+15+15が楽。

答え(③)が一番大きい!

生徒は、特に指示がない限り、板書した順番にノートを書き進めていくものです。板書は構造的に構成していくと思いますが、生徒のノートを意識した適切な指導が必要になります。できれば板書やノート指導については、教科担任がかわっても生徒が混乱しないよう、教科の中である程度の統一を図ることが必要であると思われます。

ノートを定期的集めて、教師がそのノートのよさを認めてコメントを書くことが、生徒のノートを教師の意図する「よいノート」にする近道です。単元末に各自のノートを見合う「ノート展覧会」を企画したり、素晴らしいノートをコピーして掲示したり、学級通信で紹介したりすることも効果的です。生徒は、ノートにかくことのイメージを具体的にでき、お互いの「よさ」を認め合っていきます。(赤本)

2. 2. 9 教科書の扱い方の工夫

○「教科書」が果たす役割について

教科書は「主たる教材」です。しかしながら、「教科書をすべて教えなければならない」「教科書通りに教えなければならない」ということではないのです。授業で教えたことと教科書の内容が結びついてこそ学力が定着します。つまり「授業と教科書をつなぐ」場면을授業に設定することが大切なのです。また、「問題解決の授業」は、“教科書を使わない授業”という誤解があるようですが、指導過程の各段階で教科書を使う授業です。『数学科「問題解決の授業」』（明治図書 1997 pp. 89~98）には、「問題解決の授業」における教科書の8つの活用例が紹介されています。

- | | |
|-------------|------------|
| ①問題提示としての活用 | ②確認としての活用 |
| ③ヒントとしての活用 | ④別解としての活用 |
| ⑤例示としての活用 | ⑥まとめとしての活用 |
| ⑦練習としての活用 | ⑧宿題としての活用 |

また、教科書は、生徒にとってはもちろんのこと、教師にとっても教材研究を行う上で大変参考になります。

現在、中学校数学の教科書は7社から出版されています。複数の教科書を比較することは「問題解決の授業」を行うためには欠かせない教材研究であると考えます。教科書の教師用指導書も活用しながら「教科書の意図をよみとって教材研究をする」ことを通して、「教科書比較を授業改善に生かす」ことが「問題解決の授業」を行う上で大切なポイントとなります。

○授業の中での教科書の扱い方

「問題解決の授業」を日常的に実践していく上で、はじめから教科書を開かせて授業を行うことは少ないです。主に教科書を使う場面は、問題の解決過程や授業の終末です。授業の中での教科書の扱い方として、次に示す2点について、具体的に説明します。

- | |
|-------------------------|
| ア ヒント、別解、例示として使う |
| イ 本時の内容を再確認したり、練習させたりする |

【ア ヒント、別解、例示として使う】

「問題解決の授業」は、「問題を理解する」→「予想する」→「課題をつかむ」→「課題を解決する」→「問題を解決する」の流れが基本となります。「課題をつかむ」→「課題を解決する」の間には、個人思考や集団解決を行う場面があります。この場面における【ヒント、別解、例示として使う】という教科書の活用法は、生徒の主體的な学びを促していくために有効です。

【第2学年】：式の計算（いろいろな多項式の計算）

問題

太郎君は次のように計算した。

$$\begin{aligned} & \frac{2a+b}{3} - \frac{a-2b}{2} \\ &= \frac{2(2a+b)}{6} - \frac{3(a-2b)}{6} \\ &= \frac{4a+2b-3a-6b}{6} \\ &= \frac{a-4b}{6} \end{aligned}$$

正しいだろうか。

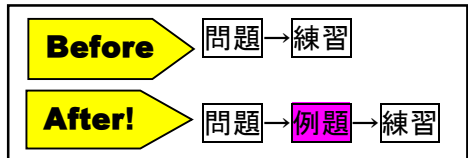
例題

$$\begin{aligned} & \frac{2a+b}{3} - \frac{a-2b}{2} \\ &= \frac{1}{3}(2a+b) - \frac{1}{2}(a-2b) \end{aligned}$$

太郎君の計算は本当に正しいのかななどと投げかけ、例題と太郎君の計算を比較させる活動に取り組みます。すると、数学を苦手とする生徒も、「間違い探し」のような活動に取り組むことができるため、主体的な学びを促すことができると考えられます。このように、ヒントとして教科書の例題を例示する活用法は効果的です。また、この太郎君の計算の間違いを確認し、問題を解決した後に、「教科書には別の解き方が載っているのを見てみよう」「教科書ではどのように書かれているのか見てみよう」と投げかけます。教科書には、例題に示すような別解が載っています。2つの解き方を比較することで、計算の仕方の理解を深めることができます。

本時の目標は、「いろいろな多項式の計算方法を理解し、その計算ができる」と設定しています。この授業では、左に示す**問題**を提示して、「正しいか」「正しくないか」について予想させます。その後、予想の根拠を明らかにするために、個人思考の場面を設定します。その際、計算の正誤について考えることができずに手が止まってしまう生徒もいます。そのような生徒に対して、教科書を開かせて、この計算の例題を例示します。「太郎君の計算は本当に正しいのかな」などと投げかけ、例題と太郎君の計算を比較させる活動に取り組みます。すると、数学を苦手とする生徒も、「間違い探し」のような活動に取り組むことができるため、主体的な学びを促すことができると考えられます。このように、ヒントとして教科書の例題を例示する活用法は効果的です。また、この太郎君の計算の間違いを確認し、問題を解決した後に、「教科書には別の解き方が載っているのを見てみよう」「教科書ではどのように書かれているのか見てみよう」と投げかけます。教科書には、例題に示すような別解が載っています。2つの解き方を比較することで、計算の仕方の理解を深めることができます。

【イ 本時の内容を再確認したり、練習させたりする。】



【第1学年】：文字の式の計算（文字式の表し方）

本時の目標は、「文字を使った式の積の表し方の約束を理解する」と設定しています。

問題

- $x \times y = x y$
 - $0.1 \times x = 0.1 x$
 - $b \times 5 \times a = 5 a b$
 - $(x+3) \times 2 = 2(x+3)$
 - $a \times a \times a = a^3$
- それぞれの式は、積をどのように表していますか。

この授業では、左の**問題**を提示して、文字式の表し方の約束について生徒に考えさせます。数分の個人思考の時間を設定すると、「×を省く」「数は文字の前にする」「0.1の1は省略できない」「1は省略できる」「累乗の指数を使うことができる」

「文字はアルファベット順」などの考えが出されるはずですが。

その後、教科書を開き、積の式の表し方の3つに線を入れ、本時の学習内容のまとめを行います。一般にということ、文字はアルファベット順にかくことと、1はどんな数をかけても積はその数自身となることから1の省略についても確認します。このように、授業で考えたことと教科書にある知識を結びつけることで、確かな理解に繋がります。

また、教科書にある「たしかめ」「問い」などの練習問題に取り組みせたり、節や章の最後にある問題を宿題として提示したりすることで、知識や技能の定着を図ることができます。

○教材研究を深めるための教科書の扱い方

「問題解決の授業」は教科書を使う授業であり、教科書を基に構築する授業です。7社ある教科書を比較して「問題解決の授業」を日常的に実践するための準備をしていくことが大切です。そこで、教材研究を深め、教師の力量を高めるための教科書の扱い方として、次の3点について具体的に説明します。

- I どのような順序で教えるのか、系統性を見いだすことができる
- II 問題づくりの参考になる
- III 教師の授業改善に生かすことができる

【I どのような順序で教えるのか、系統性を見いだすことができる】

「問題解決の授業」を行う上で複数の教科書を比較していくと、単元や章の配列や指導の順番、練習問題の質や量などが違うことに気付くことができるでしょう。

【第3学年】：二次方程式（二次方程式の解き方）

7社の教科書を比較してみると、二次方程式の解き方は、次の2つの順序で指導していることがわかりました。

〈タイプ1〉（3社）

「平方根の考え方を使った解き方」→「解の公式」→「因数分解による解き方」

〈タイプ2〉（4社）

「因数分解による解き方」→「平方根の考え方を使った解き方」→「解の公式」

〈タイプ1〉では、前の章で学習した平方根とのつながりや、一般から特殊へという考え方から、平方根を利用した解き方を先に指導するという意図が伝わってきます。これに対して、〈タイプ2〉では、まず $ax^2 + bx + c = 0$ の形に変形し、左辺が因数分解できるかを考えます。次に、 $ax^2 + c = 0$ の形や $(x \text{の1次式})^2 = k$ の形に変形できれば、平方根を利用して解くことを考えます。最後に、特殊から一般へという考え方から、二次方程式の解の公式を指導するという意図が伝わってきます。このように、指導の順序の意図をよみとって教材研究を進めることは、教師の力量を高めることに繋がります。

【II 問題づくりの参考になる】

複数の教科書を比較することは、問題づくりに大いに生かすことができます。主に、「題材」「図の向き」「数値」「問題の表現」などを参考にして、問題づくりを行っていくことが大切です。

【第3学年】：式の展開と因数分解（いろいろな因数分解）

7社の教科書を比較してみると、この指導場面では、次に示す3つのタイプの問題がありました。

Before

〈タイプ1の問題〉

「 $a x^2 + 6 a x - 16 a$ を因数分解しなさい。」(3社 ※数値は異なる)

〈タイプ2の問題〉

「 $x^2 + 6 x y + 9 y^2$ を因数分解しなさい」(3社 ※数値は異なる)

〈タイプ3の問題〉

「次の式を因数分解したい。どのように考えて因数分解すればよいだろうか。
 $-4 + x^2$ 」(1社)

このように複数の教科書を比較すると、細かい違いではあるが式や項の数など全て違うことがわかります。この3つのタイプの問題から、〈タイプ1〉の共通因数をくり出す問題と〈タイプ3〉の問題にある項を入れ替えるとともに因数分解の方法を考えさせていく表現を参考にして、右のような問題を開発することができます。

After!

問題 次の式を因数分解したい。どのように考えて因数分解すればよいだろうか。

$$-16 + 4x^2$$

このように、問題づくりでは、教科書比較を通して各教科書の問題の意図やよさをよみとることが大切です。授業で提示する問題づくりに困ったときは、7社の教科書にある問題を参考にすることから始めてはどうでしょうか。

【Ⅲ 教師の授業改善に生かすことができる】

複数の教科書を比較し、本時の目標を達成させるためにはどうしたらよいか考えることで教材研究を深めることができ、教師の授業改善に生かすことができます。

【第2学年】：連立方程式（連立方程式の利用）

連立方程式の利用を指導する場面では、方程式を用いて解く手順について確認します。手順の最後は「連立方程式の解が問題の答えに適しているかどうかを確認する」となっています。ところが、授業で「求めた解が問題に適しているのか」ということを強調しても、生徒はその大切さを実感するに至っていないと感じることが多いです。しかも、教科書の問や練習問題は「求めた解が問題に適している」ものばかりだからです。そこで、本時の目標として、「求めた解が問題に適していることを実感させる」と設定し、

問題

1個240円のケーキと1個80円のシュークリームを合わせて12個買い、代金をちょうど2000円にしたいと思います。ケーキとシュークリームを、それぞれ何個買えばよいでしょうか。

複数の教科書の問題を調べてみました。すると、左に示す**問題**がある教科書の章末問題にありました。

この問題では、解を求めると、 $x = 6.5$ 、 $y = 5.5$

となります。つまり、答えの存在しない問題です。この解の意味について考えさせることで、本時の目標を達成することができるでしょう。教科書をじっくりとよみ込むことで、このような問題に出会い、授業を改善する視点を与えてくれます。(菅原)

2. 2. 10 教育機器・ICT の活用

○ICT 機器の使用目的

最近の授業では、ICT 機器を使用する実践例が数多く紹介されるようになりました。メディア教育開発センターの調査においても、ICT 機器を使用した授業では、関心・意欲・態度だけではなく、知識・技能や思考・判断などの様々な観点で、効果的であると報告されています。

また、ICT 機器の使用については、学習指導要領解説において、配慮事項として述べられています。使用の目的として、数学的活動の楽しさを実感させるための活用や、情報収集のための通信ネットワークの活用について記述されています。ICT 機器はあくまでも数学の目標達成の補助的な道具であり、ICT 機器を使用すること自体が目的ではありません。これらを踏まえながら、使用場面を考察していく必要があります。

○具体的な使用場面

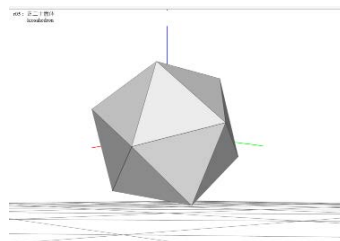
以下の項目では、様々な場面ごとのICT機器を使用した実践例について、使用していない授業と使用した授業の違いを考察します。

①問題提示から課題を見いだす場面での使用

【第1学年】：空間図形 正多面体

ここで利用するアプリケーション「多面体ギャラリー」
○インターネット上で、多面体を自由に動かすことができ、準正多面体など種類は豊富に用意されています。

(<http://flashes.goraikou.com/gallery/polyhedron3d/polyhedronFrame.html>)



Before

ICT 機器を使用しない授業

	○教師の働きかけ ・生徒の活動 ※留意点
導入	○問題を提示する 正多面体の辺の数、面の数、頂点の数などを調べよう。 ・正多面体の模型を作成し、その特徴を調べる。
展開	○辺の数や面の数、頂点の数は実際に数えて確かめるしかないのか？ ・課題を見いだす。 正多面体の辺の数、面の数、頂点の数の変化に法則はないか？

After!

ICT 機器を使用する授業

	○教師の働きかけ ・生徒の活動 ※留意点
導入	○問題を提示する 正多面体の辺の数、面の数、頂点の数などを調べよう。 ・タブレットPCを利用し、正多面体を画面上で回転させるなどの操作をしながら、その特徴を調べる。
展開	○辺の数や面の数、頂点の数は実際に数えて確かめるしかないのか？ ・課題を見いだす。 正多面体の辺の数、面の数、頂点の数の変化に法則はないか？

【Before】では、実際に5つの正多面体の模型を作成し、その特徴を調べています。模型を作成し、手にしてみることで、理解が深まるはずですが、しかし、生徒一人一人に観察する活動を保障すると、模型を作成する時間が大きくかかってしまいます。

【After!】では、タブレット PC 上で立体を様々な角度から見て、観察します。実際に手にして観察をすることよりも、理解の深まりは浅くなる傾向となりますが、実施に時間がかかりません。また、正二十角形の頂点の部分の部分を拡大したり、様々な展開図を作成したりすることも可能なので、思考を発展させていくこともできます。どちらの方法もよさがあるので、生徒の実態や単元の目標に合わせて選択する必要があります。

②課題を解決する場面での使用

【第2学年】：文字と式 図形への利用

この場面で利用できる ICT 機器

- 実物投影機→紙ではわかりにくい部分を拡大したい時に便利な機器であり、生徒が書いたワークシートの共有も容易にできます。
- タブレット PC→wifi 等の設備が整っていると、実物投影機で投影したいものを PDF 化することで、共有が容易にできます。



	○教師の働きかけ ・生徒の活動 ※留意点
導 入	<p>○問題を提示する</p> <p>図の黒く塗った部分の面積は、どちらが大きだろうか？</p> <p>・図の黒く塗った部分の特徴を考える。 ⇒全体の形、円の数、黒い部分の形・・・</p>



Before

ICT 機器を使用しない授業

	○教師の働きかけ ・生徒の活動 ※留意点
展 開	○ワークシートを配布し、特徴を考えるように指示する。

After!

ICT 機器を使用する授業

	○教師の働きかけ ・生徒の活動 ※留意点
	・実物投影機(タブレット PC)で拡大した図から特徴を捉える。

指導案のように、円を数珠状につなげ、内側の黒い部分の面積の大きさを考えていく問題です。このように、複雑な図形を問題に用いる場合、その特徴を知るために、図の一部分を拡大することで、課題発見や課題解決につながる隠された特徴を、生徒自らに発見させることができます。また、スクリーンを利用すると、生徒が自分の考えを説明する際に役立てたりすることができます。

③読み取り・深める場面での使用

【第3学年】：関数 $y = ax^2$

ここで利用するウェブサイト「中学校数学デジタル動画集」

- インターネット上で、斜面を転がる球の様子のように、同的な表現を視覚的に捉えることが効果的である場面の動画を見ることができる。他にも、空間図形や一次関数等、活用しやすい場面の動画が用意されている。

(http://www.kyoiku-shuppan.co.jp/math/c_douga/douga_index.html)

Before		ICT 機器を使用しない授業
	○教師の働きかけ ・生徒の活動 ※留意点	
展 開	○問題を提示する	
	<div style="border: 1px solid black; padding: 5px;"> 斜面を転がるボールについて、経過した時間とその時の移動距離の関係は？ </div> <ul style="list-style-type: none"> 写真を見て、経過した時間と移動距離の関係を表にまとめ、その関係を表に表し、yの変化の様子を分析する。 	

After!		ICT 機器を使用する授業
	○教師の働きかけ ・生徒の活動 ※留意点	
展 開	<ul style="list-style-type: none"> ジェットコースターが動く様子から、変化の割合が増加していくことを見いだす 	
	○問題を提示する <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 5px 0;"> 斜面を転がるボールについて、経過した時間とその時の移動距離の関係は？ </div> <ul style="list-style-type: none"> 斜面を転がるボールのシミュレーションと数値を表に表し、yの変化の様子を分析する。 	

【Before】では、静的な図から読み取った数値の変化から変化の割合の増加や、関数の式を考えていきます。したがって、正確な値や式は求めることができて、時間の変化に伴って加速していく様子がわかりにくく、イメージしながら考察するしかありません。【After!】では、ジェットコースターの動画や球が斜面を転がる様子を動的に見ることによって、時間の変化に伴って加速していく様子が見て取れます。本時の課題は、あくまでも、数値の変化から2乗に比例する様子を見いだすことなので、事象を読み取る場面のつまずきを短時間でクリアさせることによって、生徒全員を本時の課題と向き合わせることができるようになります。

④伝え合う場面での使用

【第1学年】：資料の整理

この授業で利用するソフトウェア「stadhist」

- 静岡大学で開発されたもので、度数分布表、ヒストグラムの作成ができます。

(<http://www.ipc.shizuoka.ac.jp/~esmatsu/stathist>
(Ver.2.1)/stathist(Ver.2.1).swf)



○教師の働きかけ ・生徒の活動 ※留意点	
導 入	○問題を提示する クラスを2つに分けてリレーチームを作った。各チームの特徴は？
	・課題を見いだす 度数分布表に整理するとき、階級の幅等の設定で資料はどう変わる？

Before		ICT 機器を使用しない授業
	○教師の働きかけ ・生徒の活動 ※留意点	
展 開	<ul style="list-style-type: none"> 階級の幅を自分で設定し、度数分布表とヒストグラムを1つ作成する。 ヒストグラムの形状が異なるものいくつかを選び、発表させる。 発表されたヒストグラムを比較し、分析する時の印象の違いを考える。 適切なヒストグラムを選ぶ。 	

After!		ICT 機器を使用する授業
	○教師の働きかけ ・生徒の活動 ※留意点	
展 開	<ul style="list-style-type: none"> stadhist にデータを入力し、階級の幅を変えることで度数分布表とヒストグラムがどう変わり、分析する際の印象がどう変わるのかを考える。 	
	○考えた内容を交流させる。 <ul style="list-style-type: none"> 発表を聞き、適切な階級の幅を考える。 	

この授業の目標は、階級の幅や最初の階級の値の設定で、度数分布表や、ヒストグラムからわかる傾向がどう変わるのかを考察することです。しかし【Before】では、度数分布表やヒストグラムを作成するために、多くの時間を費やすので、度数分布表を1つしか作成できません。生徒が作成したものを比較し、その違いから受ける印象を考え、その内容を伝え合い、深めていくことが目標ですが、ともすると、度数分布表やヒストグラムの作成に終始してしまいます。

【After!】では、stadhist というインターネット上のソフトウェアを利用しています。このソフトウェアは、資料の数値を入力することで、度数分布表やヒストグラムを作成し、その幅も自由に変更することができます。したがって、異なる階級の幅の度数分布表やヒストグラムを作成することができるようになります。このことから、伝え合う場面の前に、本時の課題について自分なりの考えを見いだすことができ、伝え合う場面では、階級の幅によってどう変わったのかという一歩進んだ内容を交流することができます。また、生徒が自分の考えを発表する際には、これをテレビやスクリーンに映写し、発表することもできます。

⑤家庭学習等の自力解決をする場面での使用

【課題学習】：数学史の利用

学習指導要領にも例示されているように、ICT機器によるインターネットを利用した調べ学習も大切です。次のような実践例を紹介します。

(1) 古代メソポタミアで用いられた粘土板の謎

古代メソポタミアでは、正方形の対角線の長さが2進法で刻まれたバビロニアの粘土板が存在します。その時代背景や、楔形文字の解読など、インターネットを利用して調査しながら学習を進めることができます。

(2) 算額絵馬に記された問題の解答

江戸時代に日本では、額や絵馬に数学の問題を記して神社に奉納し、その問題を数学者や数学愛好者が解答する風習が一部で見られていました。その問題を検索し、実際に解答し、当時の風習を体験してみることができます。

以上のように、発展的な課題学習（レポート作成等）で、自力解決が求められる場面において、インターネットの利用は非常に便利です。生徒の主体的な学習態度を生み出したり、促したり、継続させたりすることができます。

⑥振り返りの場面での使用

【生徒による授業評価】：どの単元でも利用できます

生徒自身が、1時間の授業でどの程度理解し力を付けたのかを自覚するために、毎時間、生徒に授業評価をさせていくことは重要ですが、従来のワークシートを用いた方法では、時間と手間が大きくかかってしまいます。しかし、wifiと一人一台タブレットPCの環境が整っていれば、指定のフォームに入力させるという簡単な方法で実施することができます。この方法だと、生徒は休み時間にも入力できるので、回収に時間がかかりません。また、見る側も、表計算ソフト等を活用することで簡単に分析できます。汎用性の高いフォームに改善していくことで、更に手間がかからなくなっていく予定です。（森）

2. 2. 11 テスト問題の工夫

○テストはなぜ行うのか

テストは、日常の授業における指導の結果、初期の目標が達成されたかどうか、目指す学力が身についたかどうかを評価するために行うものです。ですから、テストを作成するにあたり、そこで使われる問題が評価したい学力を推定するのに十分な妥当性のあるものであるかを吟味しなければいけません。テストで出題される問題の内容が、そのテスト範囲における指導目標（評価しようとする目標）を的確に捉えているかどうかを考え、作成することが重要です。また、観点別評価におけるテスト問題として作成するにあたり、数学科の4つの観点である「関心・意欲・態度」「見方・考え方」「技能」「知識・理解」が含まれる問題とする必要があります。「関心・意欲・態度」については、授業の中で評価するものとみられる傾向がありますが、問題を工夫することによって、4観点すべてをテストで評価することも可能となります。

○「数量や図形などについての知識・理解」を評価するテスト問題

「知識・理解」に分類される問題の種類としては、定義や定理に関する出題が挙げられます。定義や定理を覚えることは、知識として確かに必要な事ですが、どのような形で、テスト問題として出題することが望ましいのでしょうか。もちろん、学習事項の定着を確認することが必要ではありますが、このテスト問題が生徒の記憶力だけを試すようなものに終始されないよう工夫する必要があります。

【第2学年】：連立方程式（連立方程式の解き方）

例えば、「連立方程式の2つの解法の名前を答えなさい」とした問題を出題したとします。このような問題だと“代入法”と“加減法”という用語を覚えていれば、正解となります。これを「次の連立方程式の解き方は何と言われる方法で解かれたものか、答えなさい」と、解法を出題して“加減法”と答えるものとするのでしょうか。言葉だけを記憶しているものにならないでしょう。このように「知識・理解」の問題には「理解が伴った知識」とし、「活用することができる知識」を確認するものに、テスト問題を工夫するとよいでしょう。

Before

【問題】

連立方程式の2つの解法の名前を答えなさい。

After!

【問題】

次の連立方程式は何と言われる方法で解かれたものか、答えなさい。

$$-2x + 3y = 4 \quad \dots \textcircled{1}$$

$$2x + 5y = 12 \quad \dots \textcircled{2}$$

$$\begin{array}{r} -2x + 3y = 4 \\ +) \quad 2x + 5y = 12 \\ \hline 8y = 16 \\ y = 2 \end{array} \quad \begin{array}{r} 2x + 5 \times 2 = 12 \\ 2x = 2 \\ x = 1 \end{array}$$

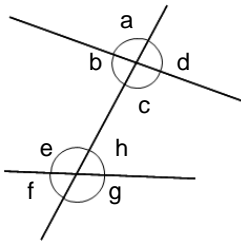
【第2学年】：平行と合同（対頂角，同位角，錯角）

第2学年図形の分野においていえば、「対頂角はどれか，答えなさい」といった問題よりも「対頂角について図を用いて説明しなさい」とした出題が考えられます。このように，図を書かせるテスト問題にすることで，言葉と図形の結びつきが，きちんと自分の頭の中で整理されて，「理解が伴った知識」が明確になっているかを見取ることができます。

Before

【問題】

右の図で，
 $\angle b$ の対頂角，
 錯角をそれぞれ答えなさい。



After!

【問題】

次の言葉について，図を用いて説明しなさい。（図は左の図を使うとよいでしょう）
 (1) 対頂角 (2) 錯角

○「数学的な技能」を評価するテスト問題

中学校数学において，学力の3つの要素のうち「基礎的・基本的な知識・技能」に対する評価の観点「数量や図形などについての知識・理解」と「数学的な技能」になります。これらを束ねずに，2つの観点を設定し評価するのは，子どもたちの学習状況を的確に把握するためです。例えば，移項を用いて一元一次方程式を解くことができるのに，移項の意味を理解していない子どもを目にすることがあると思います。それは“技能”はありますが“知識・理解”に課題があることを意味します。2つの観点から評価することで，こうした状況を的確に捉え，指導の改善に生かすことが可能になるのです。

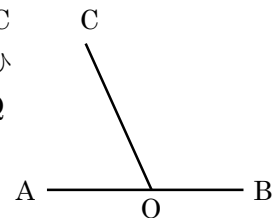
「数学的な技能」とは「事象を数量や図形などで数学的に表現し，処理する技能を身に付けている」ことといえます。そのため「数学的な技能」に分類される問題の種類としては，計算問題や作図の方法に関する出題が挙げられます。

例えば，以下の(1)，(2)のような問題は「数学的な技能」を見るものと言えます。(1)の問題は第1学年の方程式の簡単な一元一次方程式を解くことができるか，(2)の問題は，角の二等分線のような基本的な作図ができるかを評価する問題といえるでしょう。

(1) 次の方程式を解きなさい。

- ① $3x - 8 = 5x + 2$
- ② $3(x + 2) = 15$

(2) $\angle AOC$ と $\angle BOC$ の二等分線 PO 、 QO をひきなさい。また， $\angle POQ$ の大きさは何度か，答えなさい。



【第2学年】：連立方程式（加減法）

では，第2学年の連立方程式において，加減法を用いて連立方程式を解くことができることを見取るテスト問題をどのように作成することが望ましいのでしょうか。ここで

は量的に評価するのではなく、問題の難易度を工夫することによって質的に評価する例を紹介します。

例えば、右図のように2題の問題を出題するのであれば、(2)の問題では、 x か y のいずれかの係数の絶対値をそろえてから x か y のどちらか一方を消去するというように、(1)とは質的に異なる問題になるように工夫するとよいでしょう。

このようなテスト問題の作成が、評価規準を明確にすることにつながります。2問正答をすれば「十分に満足できる(A)」1問であれば「おおむね満足できる(B)」といった量的に評価するのではなく、このように出題

することで、(1)と(2)ともに正しく解を求めることができた場合には「A」、(1)のみを求めることができた場合には「B」と評価することができるのです。

Before

【問題】

$$(1) \begin{cases} 3x + y = 4 \\ x + y = -5 \end{cases} \quad (2) \begin{cases} 2x - 3y = -4 \\ 2x + 5y = 12 \end{cases}$$

After!

【問題】

$$(1) \begin{cases} 3x + y = 4 \\ x + y = -5 \end{cases} \quad (2) \begin{cases} 3x - 7y = 2 \\ 5x - 9y = 14 \end{cases}$$

○「数学的な見方・考え方」を評価するテスト問題

「数学的な見方・考え方」とは「事象を数学的にとらえて論理的に考察し表現したり、その過程を振り返って考えを深めたりするなど、数学的な見方や考え方を身に付けている」ことといえます。こうした「数学的な見方・考え方」は、問題の解決場面や問題解決の過程を振り返って再吟味する場面で多く現れます。そのためテスト問題を作成すると「数学的な見方・考え方」を評価する問題は一般に難しい問題になりがちです。問題作成にあたっては、授業を通して数学的に考える力が育まれているか把握し、事後に生かしていることを見取ることができる問題になるよう工夫する必要があります。そのためには、問題は授業の中で取り上げた内容を利用し、すべての生徒の考えを把握できる問題を出題することが望ましいでしょう。

「数学的な見方・考え方」を評価する問題には、授業で扱っていない応用問題、発展問題も考えられますが、評価規準の達成状況を把握するためには、授業と評価を別物として考えるのではなく、授業で扱った見方や考え方を問題出題することを前提に考えていくことが望まれます。そのためには、授業の中で生徒が見方や考え方を広めたり深めたりするような授業にすることです。解き方を指導し、その計算練習の時間だけの授業では「数学的な見方・考え方」を評価する問題をつくることにはつながりません。規則性や法則を発見したり、考えたりする授業や、これまでに学んだ定理や法則を利用して考えていく授業を行うことが求められます。

【第2学年】：平行と合同（三角形の内角の和）

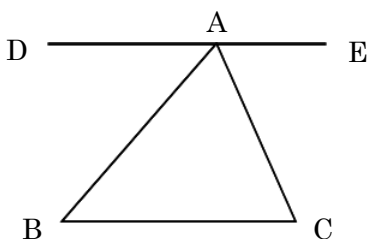
例えば、三角形の内角の和についての出題としては、下の図のような問題はどうか。中学校における三角形の内角の和の授業では、小学校で和が 180° になることに

ついて帰納的に学習してきたことを、文字などを用いながら演繹的に説明する学習が行われます。そのため、どのような三角形についても成り立つことを説明する必要性を見出しているかどうか、そのために演繹的に説明できるかどうかを評価できるテスト問題となるように工夫する必要があります。この問題は「内角の和が 180° になることを示すためには、内角を 1 つに集めた時に、直線になることを示せば良い」といった考え方を評価する問題です。このように評価問題として、授業で取り上げた角を集める所が異なっている、そこに導かれた考え方は共通していることを見取ることができるように、授業の内容とテスト問題が一体化するように工夫することが大切です。

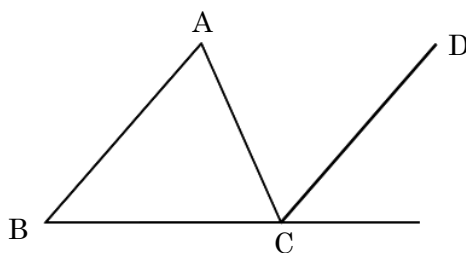
三角形の内角の和の性質を説明するために、たろうくんとはなこさんは、次のような図を用いて説明しようと考えました。

たろうくんは BC に平行で、 A を通る線分 DE を引いた。(図 1)

はなこさんは AB に平行で、 C を通る線分 CD を引いた。(図 2)



【図 1】



【図 2】

- (1) たろうくんは図 1 を用いてどのように説明したのか。図 1 を用いて、三角形の内角の和が 180° になることを説明しなさい。
- (2) はなこさんは図 2 を用いてどのように説明したのか。図 2 を用いて、三角形の内角の和が 180° になることを説明しなさい。
- (3) たろうくん、はなこさんの 2 人の説明に共通している点を挙げなさい。

○定期テストの結果の処理と活用

定期テストは、ただ行うだけではなくテストを受けた後のその後の対応がテストを行う意味を高めます。生徒がテストを受けた後に、「自己評価」をできる状況を作ることが大切です。例えば、観点別に生徒が分析できるように分析シートを配布し、何が不足しているのかがわかるようにしておくとういでしょう。また、テストを行うことの意味には、「学習の補正」ということも挙げられます。つまり、学習目標が達成しない場合に、もう一度その学習を振り返る機会を与えるとともに、どのような学習をしてきた結果なのかを自覚することです。テストを受けることによって自分のわかっているところ、わかっていないことを認識し、学習の定着の度合いに自信を持ち、学習目標を達成していない部分に対して補おうとする学習の調整がなされるように、生徒を促していくことが大切なのです。

(上田)

2. 2. 12 「日常的に書く指導案の工夫」

○「指導案」が果たす役割について

「問題解決の授業」を日常的に実践していくためには、授業毎に指導案を作成することが大切です。「問題解決の授業」は次の流れで授業を構築していくことが一般的です。

「本時の目標を決定する」→「課題を決定する」→「問題を決定する」

この3つが授業を支える骨格となります。あとは目の前にいる生徒の実態に応じるために、授業をどうデザインしていくのかを考えていくことが大切です。これらを表現することが「指導案」を作成することの大きな役割です。そのため、「指導案」を作成することの意義は、次の4点であると考えられます。

- ・見通しをもって学習指導を進めることができる
- ・指導の重点化を図ることができ、その効果を高めることができる
- ・指導を進めていく上での諸問題に適切に対処できる
- ・学習を振り返り、よりよい指導の在り方を追究していくことができる

なお、「指導案」を作成することには2つの側面があります。1つ目は、「よい授業を行うため」です。本時の目標を達成し、子どもが考えることを楽しむ授業の実現を目指すためです。2つ目は、「よりよい授業を行うため」です。「指導案」に新たな反応や反省点、改善点などをメモしておき、次の指導に生かすためです。

このように、「指導案」を作成してから授業に臨むことをライフワークにすることにより、安心して授業に臨むことができることや、「今日はこの問題で楽しい授業にしよう」とワクワクします。このような教師自身の関心・意欲が高まりがよい授業への登竜門となるのです。

○「指導案」の形態

「指導案」と聞くと、「作るのが大変ではないか」というイメージをもつのではないのでしょうか。ただ、ここでいう「指導案」は、研究授業の時に作成するような細案ではなく、「A4サイズ1ページ」「ノート1枚」程度に収まる略案を意図しています。例えば、右に示すような「指導案の形式を作成しておくこと」が大切です。初めは、時間がかかるかもしれませんが。しかし、慣れてくると、問題や課題が決まると20分程度で作成することができるようになってきます。3年間分すべての授業の「指導案」が揃えば、とても大きな財産になるはずです。

また、授業後には実践を振り返り、「指導案」に改善点などを追加・修正しておくことが大

数学科学習指導案		
第1学年 第1章	正の数・負の数	1/30
本時の目標		
学習の流れ (○教師の活動 ・生徒の活動)		留意点
導入	1. 発問	.
	2. 学問	
展開	3. 課題の追究と解決 (個人思考)	.
	4. 発展・練習 (異色解決)	
閉	5. 整理・練習	.
	6. 振り返り	
振り返り		

切です。この取組は、教師の指導力の向上や、生徒ともに楽しむことのできる授業の実現に繋がるはずです。生徒の指導内容を理解して「わかった！」と笑顔で反応したり、「今日の授業は楽しかった」という声を聞くことをイメージしたりしながら、「指導案」を作成してください。

なお、「指導案」の形態として、次に示す3点を紹介します。自分に合った方法を見つけ、「指導案」の作成をライフワークにすることで、「問題解決の授業」を日常的に実践していくことが可能となります。

- ・授業ノートを用意して手書きで作成する。
- ・板書をイメージしたプリントに手書きで作成する。

○「指導案」のつくり方

「指導案」を日常的に作成するためには、「指導案の形式を作成しておくこと」が大切であることを確認しました。これに加え、よりよい実践を目指すためには、「指導案」の内容を質的に向上させていく必要があります。そのためには、「問題解決の授業」の指導過程を理解し、指導案に盛り込むべき事項を確認していく必要があります。問題の解決過程は主に次のような流れになっています。

【問題解決の授業の指導過程】

問題解決の過程	教師の方略	生徒の思考過程
【問題把握】 問題提示 ↓ 予想	・「提示する問題」「問題提示」の工夫 ・予想させない場合もある。	・「今日はどんな問題だろうか？」 ・「…だと思う」 ・「おや？考えがわかれたぞ！」
【課題把握】 課題設定 ↓ 個人思考 ↓	・「課題設定」の工夫 ・ノート（学習シート、メモ用紙）などに考えをかかせる。	・「どうしてだろう？」「…を考えてみよう！」 ・「前の学習内容が使えないかな？」
↓ 集団解決 【課題解決】	・生徒の考えを取り上げる（多様な考え）。 ・「問い返し」により話し合いを促す。 ・発問の工夫	・「おや？違う考え方があるぞ！」 ・「もっとよい考えがあるぞ！」 ・「どれがよい考えかな」 ・「考えの共通性は何かな」
【問題解決】 【まとめ・定着】 確認問題 ↓ まとめ ↓ 練習問題 【目標の達成】	・課題と関連付いた問題を例として、全員で学習内容を振り返る。 ・まとめがない場合もある。 ・学習内容と関連付いた問題に取り組みさせて、定着を図る。	・「なるほど、納得したぞ！」 ・「なるほど、わかったぞ！」 ・「今日は…について学習したんだ！」 ・「学んだことをもとに、自分の力で問題を解くことができたぞ！」

問題解決の授業の指導過程には、「教師の方略」としての側面と「生徒の思考過程」としての2つの側面があります。授業は、「教師の指導」があって「生徒の活動」が保証されます。「指導案」には、本時の目標や問題、課題の他に、次に示す3つの視点を考慮しながら作成していく必要があります。

【「指導案」作成のポイント】

問題解決の過程	教師の方略	生徒の思考過程
Before		
すべての授業で、問題解決の過程どおりの段階を設定します。	「問題」や「課題」など、授業の流れを書き込みます。	「問題」や「課題」に対する生徒の活動の流れを書き込みます。
After!		
問題解決の過程を踏まえ、段階は設定します。必ず全ての段階が必要ではありません。指導内容に応じて柔軟に設定します。	教師の発問により生徒は考え始めます。「主な発問」や「指示」は明確に記載します。留意点の欄には、可能な限り、細かい指導方法や評価方法を書き込みます。	自然な流れで問題を解決できるように生徒の活動を設定します。「予想される生徒の反応」を明記し、それらの考えをどう生かしていくのかを書き込みます。

【第1学年】：正の数・負の数（いくつかの数の乗法）

【「指導案」例】

第1学年 数学科学習指導案		
第1学年 第1章	単元名「正の数・負の数」	7 / 30
【本時の目標】	いくつかの数の乗法では、負の符号の数によって、積の符号を決定することができることを理解する。	
○教師の指導 ・ 生徒の活動	何を指導するのかという観点を明確にして、シンプルな表現にしておく。	留意点
I 問題提示	<div style="border: 1px solid black; padding: 5px;"> <p>① $(-1) \times (+2) \times (+3) \times (-4) \times (-5)$</p> <p>② $(-1) \times (-2) \times (-3) \times (-4) \times (+5)$</p> <p>①, ②で、積が小さいのはどちらだろうか。</p> </div>	<ul style="list-style-type: none"> ・ 2つの式のみを提示し、違いについて考えさせる。 ・ 問題文をプリントしておき、配付する。
○式を板書しながら問題を提示する。		問題提示の方法について具体的に書いておく。
・ 問題を把握し、どちらの積が大きいのかを考える。		
II 予想	予想のさせ方について考えておく。	
○どちらが小さいのか挙手させる。		・ 計算をさせずに、すぐ予想させる。
・ 自分の予想した方に挙手する。(①または②)		
III 課題設定		本時の学習の中心となる発問です。表現を吟味しておく。
<div style="border: 1px solid black; padding: 5px;">積が小さくなる理由を考えよう。</div>		
IV 個人思考		・ 理由をかけない生徒に対し、計算して結果を確かめるよう個別に指導する。
○予想した理由を、ノートにかかせる。		
・ 自分の考えをノートにかく。		

<p>V 集団解決</p> <p>○生徒の考えを取り上げ、考えを説明させる。</p> <ul style="list-style-type: none"> ・「マイナスの数が多いので②の方が小さい。」 ・「計算すると①は-120, ②は+120になるので①の方が小さい」 ・「②はマイナスが4つあるので、2個ずつセットで答えの符号がプラスになる」 ・「①はマイナスが3つなので、マイナスが必ず残るから答えの符号はマイナスになる」 	<p>生徒の考えの取り上げ方・まとめ方をどうするのか計画する。</p>	<ul style="list-style-type: none"> ・②を選択した生徒の考えを取り上げる。 ・①を選択した生徒の考えを取り上げる。 ・自分の選択した理由をかけた生徒に対し、もう一方の考えが不適切である理由も考えさせる。
<p>VI 確認問題</p> <p>○$(-2) \times (+3) \times (-4) \times (-5)$などの確認の問題に取り組ませる。</p> <ul style="list-style-type: none"> ・確認の問題に取り組み、計算の仕方について理解する。 <p>VII まとめ</p> <p>○「負の符号が偶数個の時は積の符号はプラス。奇数個の時は積の符号はマイナス」になることをまとめる。</p> <ul style="list-style-type: none"> ・本時のまとめをノートにかく。 	<p>指導内容と関連付いた例題を設定し、学習の振り返りをする。</p>	<ul style="list-style-type: none"> ・積の符号から考えてから計算をすることをおさえる。 ・生徒から出された表現を生かしながらまとめる。
<p>VIII 練習問題</p> <p>○本時の学習内容を教科書で確認し、練習問題に取り組ませる。</p> <ul style="list-style-type: none"> ・練習問題に取り組む。 	<p>指導の観点と関連付いた練習問題を設定する。扱う練習の数や質を考えておく。</p>	<ul style="list-style-type: none"> ・教科書の P. ○の問3に取り組ませる。

授業実践を繰り返していくと、新たな生徒の考えに出会ったり、「こうしておけばよかった」など、授業を改善する視点に気づいたりすることでしょう。例として示した「指導案」は、細案に近い内容です。しかしながら、授業後すぐに、改善点などを「指導案」に記載し続けることで、「予想される生徒の反応」や「留意点」の欄が充実していくはずです。よい「問題解決の授業」の実現を目指すためには、このような「指導案」の作成を目指してください。

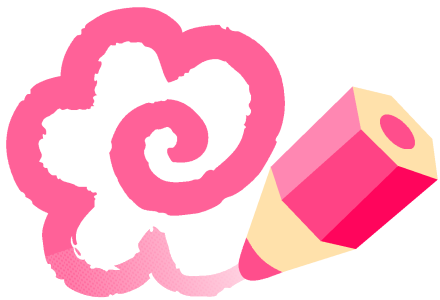
Before	指導書や教科書どおりの指導から
After!	指導案を作成した「問題解決の授業」による指導へ

○よりよい「問題解決の授業」を目指して

日常的に「指導案」を作成するためには、単元開始時に単元の流れや問題を集めておくことが大切です。旭川市の研究会では、全学年全単元の問題や評価規準などが記載されている「問題配列表」が完成しています。また、数多く出版されている事例集や雑誌などに載っている「問題」「実践例」を基に単元を通して扱う問題を配列しておくことをお勧めします。問題が配列されていることで、生徒の実態に応じた「指導案」の作成がぐっと楽になるはずです。

また、よりよい「問題解決の授業」を目指すための具体的な方法として、右に示す3点が有効です。 (菅原)

- ・ 授業後の板書をデジカメで撮影し蓄積すること
- ・ 授業記録ノートを作ること
- ・ 同じ目標でも違う問題での授業を考えること



プロジェクトメンバー

□ 札幌キャンパス

附属札幌小学校	教諭	高橋健一
	教諭	瀧ヶ平悠史
附属札幌中学校	教諭	上田雅也 [~平成26年度]
	教諭	中村隆城
札幌校	教諭	長谷川英和
	名誉教授	大久保和義
	教授	佐々祐之
	准教授	後藤俊一
	特任講師	渡会陽平

□ 函館キャンパス

附属函館小学校	教諭	冬野恒史
	教諭	神野藤均
附属函館中学校	教諭	森茂之
	教諭	大山裕之 [~平成26年度]
	教諭	木村奈々
函館校	教授	三橋功一
	講師	石井洋

□ 旭川キャンパス

附属旭川小学校	教諭	和田朋子
	教諭	西條俊介
附属旭川中学校	教諭	谷地元直樹 [中学校部会チーフ]
	教諭	菅原大彦
旭川校	教授	相馬一彦
	教授	久保良宏

□ 釧路キャンパス

附属釧路小学校	主幹教諭	野田哲史 [小学校部会チーフ]
	教諭	高瀬航平
附属釧路中学校	主幹教諭	辻川智宏
	教諭	赤本純基
釧路校	教授	杉山佳彦
	教授	関谷祐里
	准教授	早勢裕明 [プロジェクト世話役]
	准教授	西村聡 [~平成26年度]
	准教授	和地輝仁
	講師	黒川友紀
	特任講師	大滝孝治

□ 事務局・総務部

企画課	企画・研究グループ	コーディネーター	井上真二
-----	-----------	----------	------

あ と が き

このハンドブックの印刷部数には限りがあり、大変申し訳ありません。

データにつきましては、北海道教育大学の機関リポジトリにアップしてありますので、北海道教育大学附属図書館のホームページ、または、各種検索サイトでキーワードを入力するなどして検索をお願いします。

まもなく、次期学習指導要領を目の当たりにする日を迎えることとなります。

小学校の学級担任や教育局職員として、何度か学習指導要領改訂を経験しましたが、バタバタしている私に、先輩教師が放った「算数・数学の教科としての本質を見据えていさえすれば、どっしり構えていれるものだ。算数・数学科の不易と流行を自分の日常実践を通してつかんでいないのか。」という言葉が忘れられません。

特に、算数は教師にとっては、指導内容のすべてが分かってできることからか、教えやすい教科との印象が強いように感じています。しかし、子どもの多くは、算数・数学は好きではない教科であることにも大きな不幸を感じています。

- そもそも、算数・数学とは？
- 算数・数学科が子どもに育まなければならない力とは？
- そして、子どもが目的意識をもって、主体的・協働的に学ぶ授業とは？
- そのために、教師は何をすればよいのか？

今後も、私たち北海道教育大学の数学教育プロジェクトメンバーは、北海道各地の先生方とともに、よりよい算数・数学授業づくりを目指して汗をかきたいと願っています。

本ハンドブックをご覧になり、お気づきの点など、お知らせ願えますと幸いです。
(早勢)

-
- 発行年月 2016(平成28)年3月
 - 作成・発行 国立大学法人 北海道教育大学
平成25-27年度教育研究等重点政策経費(中期計画等実施経費)
若手教員のための算数・数学授業づくり支援プロジェクト
〔通称：北海道教育大学「数学教育プロジェクト」〕
 - お問合せ先 〒085-8580 北海道釧路市城山1丁目15番55号
北海道教育大学釧路校 数学第5研究室 早勢裕明
E-mail hayase.hiroaki@k.hokkyodai.ac.jp
TEL・FAX 0154(44)3337

*各附属学校へのお問い合わせはホームページを検索ください。
