



数学科学習指導を支援するための1つの教材サンプル
ソフトウェア：
「条件を満たす点の集合」の導入として

メタデータ	言語: Japanese 出版者: 北海道教育大学岩見沢分校 公開日: 2017-07-07 キーワード: 作成者: 根本, 博 メールアドレス: 所属:
URL	https://doi.org/10.32150/00009095

数学科学習指導を支援するための1つの 教材サンプルソフトウェア

——「条件を満たす点の集合」の導入として——

根本 博

1. はじめに

一時期盛んに算数数学の教授でその活用が研究され利用された教育機器に OHP がある。もちろん現在でも授業研究会などで適切かつ有効に使用されているが、以前程でないことは否定し得ない。

この OHP が学校教育に普及したのに優る大きな科学的進歩の波が教育現場に次々と押し寄せていることもその理由に挙げられよう。

マイクロコンピュータやワードプロセッサは、ハードウェアとしてはますます私たちの身近なものとなりつつある。殊にいわゆるマイコンは、記憶能力そして映像性（グラフィック）において教材提示装置としての OHP よりもはるかに優れてその潜在能力（potential application）が期待されているのである。

この潜在能力を含めて諸々の能力を充分に発揮させ各部局における教育業務を効果的に助成することによって、より一層の成果が修められるように作動させること、すなわちソフトウェアの開発は重大である。学校教育の算数数学の単位時間の学習指導における教授支援でも同じことが言える。

ここでは数学の授業で教師代行型としての利用ではなく、マイコンを活用して教師の機能を支援し拡大しながら、問題解決を通して論理的に考える能力を漸次達成できるよう試みた教材サンプルソフトウェアを例示してみることにする。

2. プログラムの意図

普段の学習指導においても素材の収集、選択、および展開案の作成には相当のこころ構えが必要であるが学習ソフトの作成でもこれは同じことである。良質のソフトを開発しようとするばなおさらのこと、これまで以上に時間が必要とされる。例えば学習資料にしても、これまでの教材提示装置にはないマイコンの機能を活用できるものを採用したいし、結果を提示するだけでなくプロセスをディスプレイすることを考えたりそのためのコースを吟味する必要がある。またなによりもそのコースが授業者のイメージする展開になるように、また児童生徒の理解を促し発展できるようにコーディングしなければならないし、実践に際しては何度か必ず試行することも必要だからである。

以下に示すプログラムは、中学校一年生を対象とする「興味、関心を高める学習指導」として、ある研究会で提案された材料にヒントを得て、とりわけ上で述べたコンピュータの持つ動画的映像性を発揮し得るように作成したものである。

内容は平面図形の「条件を満たす点の集合」である。とかく（円、平行あるいは任意角の二等分線、線分の垂直二等分線など）定義の言い換えや作図による確認、操作練習が中心になり作業をしているときには与えられた作図手続きを忠実に実行しているだけのことが多い。すなわちどのような条件を満たす点の集合を得ようとしているのかなかなか意識されにくいという問題を持っている。

図形を手際良く描くことができるという技術的側面と、描かれた図形が特定の条件を満たす点の集合であることを認識する側面との間には隔りがあるのである。

けれども扱い方によっては、

- i) 図形が条件に従って連続的に運動する点の集合として考えられる
- ii) 定規とコンパスの使用のみが許されるいわゆる作図の公法に従って条件を満たす集合を作図できる場合とそうでない場合がある
- iii) こうした構成的活動を通して数学的定義の抽象性や普遍性など知的興味を高められる

ことなど個に応じて理解を深めることができ、生徒の柔軟な思考を発揮させることができる内容である。

従って、その導入は細心かつ入念でなければならない。そして提案されたのが次のような大変興味深い学習課題である。

2つの十円玉の一方を動かさずに、そのまわりをすべらないようにもう一つの十円玉を回転させるとき、その様子を調べよう。

回転する十円玉がもとの位置に戻るまでに何回転するか、というのが本時の初発の問題でもある。十円玉の大きさ（円周の長さ）は同じだから1回転であるという反応が多いことをみても、その予想に反して2回転するという事実は生徒の心理的葛藤を生起し、学習を動機づけるのに十分であると思われる。十円玉を回転させて具体的に実験を試みればわからないことはないが即座に説明を求めるのは困難である。また授業実践でもどのような使用がなされたのか定かではないが、OHPや黒板でも相当苦勞されたのではないかと推察される。

中学生に対する証明を考えたとき、

- i) 回転角に着目する
- ii) 回転円の移動に着目する

そのいずれかによって推論を進めることが可能である。i)による推論は次のようである。(図I. 参照)

動円 O' は φ だけ回転しているのではなく (OO' に常に平行な) 基準線 TO' に対して相対的に

$\angle TO'P' = \varphi + \theta$. ($\because TO' \parallel OO'$)
 だけ回転する。 $\widehat{PQ} = r\theta = \widehat{P'Q} = \varphi r$.
 よって $\varphi = \theta$. 従って $\angle TO'P' = 2\theta$.
 $\angle TO'P'$ は $\angle QOP$ の2倍であるから、
 円 O' がもとの位置に戻るまでに (つまり $\theta = 2\pi$ のとき) $\angle TO'P' = 4\pi$.
 2回転することになるのである。

ただしこのアプローチは教材と独立するトピックとして扱う場合には適しているが教材内容および目的である「条件を満たす点の集合」の学習からともすると離れてしまうことが懸念される。

これに対して ii) は回転円の中心の移動に着目することによって解決を図ろうとするもので移動

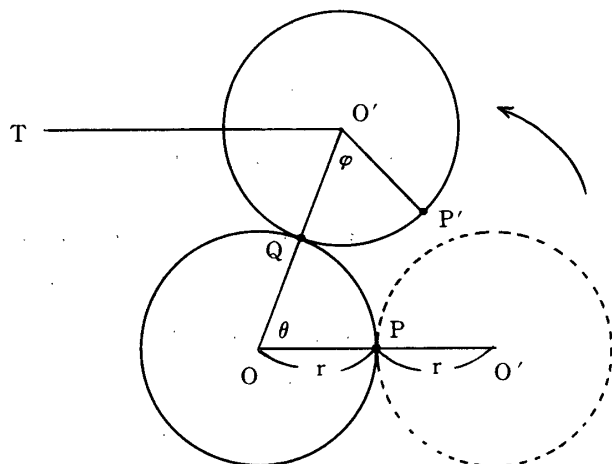


図 I.

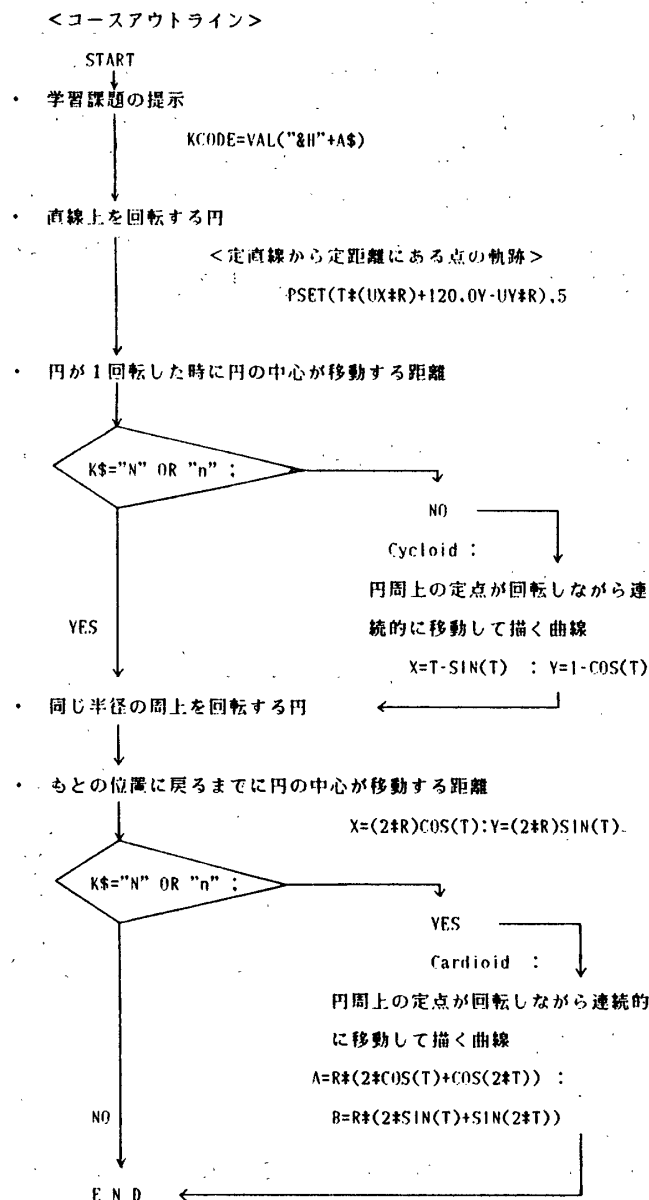
する点の軌跡の導入段階であることを考えれば i) よりも表象し易いのではないかと思われる。ただ実践に際して解決の手がかりとなる回転する十円玉の中心にどのように着眼させたのか、説明するとき数式だけで説得するようなことになってしまったのではないか、ということも心配されるころである。

以下に示すのは基本的に ii) の方針に基づくが、こうしたことを補足できるように意図して作成したものである。従ってこのプログラムはあくまで一斉指導における教師の活動を支援するものであって、全くの個別学習を期待するものではない。

3. コースウェアの作成

コースウェアの作成に必要なスクリプトを提案者に従い若干修正したものが次に示すコースアウトラインである。

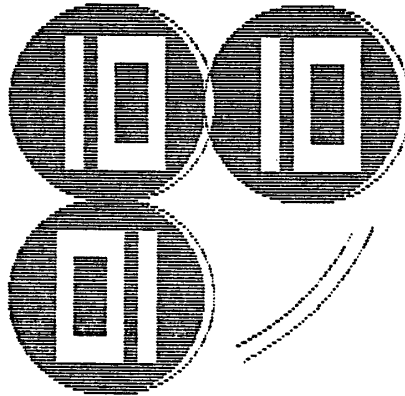
学習順序は、生徒の既得知識そして教授目標を達成するための下位目標が十分分析されていなければならないがコースアウトラインはこれを反映するいわば設計書である。



次にコースウェアの概略をディスプレイと共に示す。

(1) 学習課題の提示

2つの10円玉の一方を固定し、その周上をすべらないようにもう一つの10円玉を回転させるとき、もとの位置にもどるまでに何回転するだろうか。



授業では導入で実際に実験がなされることが望まれる。上のディスプレイは念のために必要であればプログラムするという程度に止める。

(2) 準備段階

さて課題を解決するために、その準備段階としての次のプログラムを用意する。

```
840 WIDTH 80,25 : CONSOLE 0,25,0 : CLS 3
860 PI=3.14159
880 MXG=600: MYG=199 :OX=320:OY=96:UX=16:UY=8
900 LINE(0,OY)-(639,OY)
920 LINE(120,0)-(120,MYG)
940 LOCATE 13,13 :PRINT "0"
960 LOCATE 79,13 :PRINT "X"
980 LOCATE 20,1 : PRINT "エン ラ スペラナイヨウニ コロカシテ ミマス。"
1000 LOCATE 0,1 : INPUT "ハンケイハ r=" :R
1020 IF R<3 OR R>6 THEN 1000 ELSE 1040
1040 PRINT
1060
1080 L=0
1100 FOR T=0 TO 2*PI STEP .06
1120 X=T-SIN(T) : Y=1-COS(T)
1140 IF L=INT(L/17.5)*17.5 THEN CIRCLE (T*(UX*R)+120,OY-UY*R),1,3
1160 X1=X*(UX*R)+120 : Y1=OY-Y*(UY*R)
1180 IF L=INT(L/17.5)*17.5 THEN LINE(X1,Y1)-(T*(UX*R)+120,OY-UY*R),4
1200 IF L=INT(L/17.5)*17.5 THEN CIRCLE(T*(UX*R)+120,OY-UY*R),UX*R
1220 IF L=INT(L/17.5)*17.5 THEN CIRCLE(T*(UX*R)+120,OY-UY*R),UX*R,2,-T+(3/2)*PI,(3/2)*PI
1240 PSET(T*(UX*R)+120,OY),2
1260 L=L+1
1280 NEXT T
1300 CIRCLE(2*PI*(UX*R)+120,OY-UY*R),UX*R,2
1320 LINE(2*PI*(UX*R)+120,OY-UY*R)-(2*PI*(UX*R)+120,OY),4
1340 LOCATE 30,16 : PRINT "エンカ カイデン ストキ エン チュウシンハ トノヨウニ "
1360 LOCATE 30,18 : PRINT "イトウシテ イマスカ。"
1380 BEEP
1400 A$=INKEY$ : IF A$="" THEN 1400
1420 L=0
1440 FOR T=0 TO 3*PI STEP .1
1460 X=T-SIN(T) : Y=1-COS(T)
1480 X1=X*(UX*R)+120 : Y1=OY-Y*(UY*R)
1500 PSET(T*(UX*R)+120,OY-UY*R),5
1520 L=L+1
1540 NEXT T
1560 BEEP
```

```

1580 A$=INKEY$ : IF A$="" THEN 1580
1600 LOCATE 30,16 : PRINT "
1620 LOCATE 30,18 : PRINT "
1640 LOCATE 30,16 : PRINT "1カイトン スルトキ エノ チュウシンハ トレタケノ キヨリヲ"
1660 LOCATE 30,18 : PRINT "イトウシテ イルテショウカ。"
1680 COPY 3
1700 A$=INKEY$ : IF A$="" THEN 1700
1720 L=0
1740 FOR T= 0 TO 2*PI STEP .02
1760 X=T-SIN(T) : Y=1-COS(T)
1780 X1=X*(UX*R)+120 : Y1=OY-Y*(UY*R)
1800 PSET(T*(UX*R)+120,OY-UY*R),6
1820 L=L+1
1840 NEXT T
1860 COPY 3
1880 BEEP
1900 A$=INKEY$ : IF A$="" THEN 1900
1920
1940 CIRCLE(120,OY-UY*R),UX*R
1960 LINE(120,OY-UY*R)-(2*PI*(UX*R)+120,OY-UY*R),6
1980 IF L=INT(L/17.5)*17.5 THEN LINE(120,OY)-(120,OY-UY*R),4
2000 A$=INKEY$ : IF A$="" THEN 2000
2020 LOCATE 33,20 :PRINT "スヘラスニ 1カイトン スルト"
2040 LOCATE 33,22 :PRINT "チュウシンハ エンシュウノ ナカサタケ イトウ シマス。"
2060 COPY 3

```

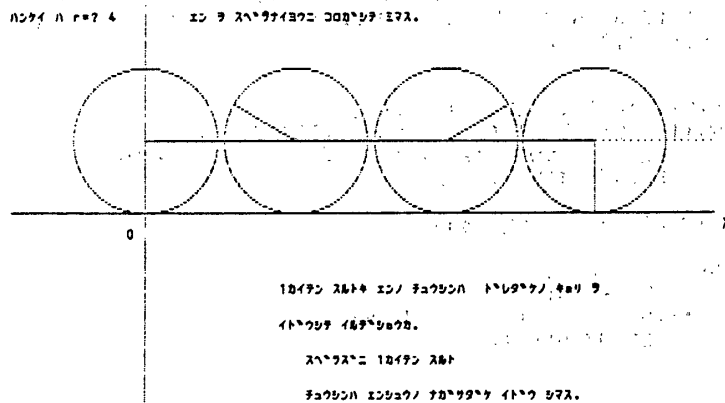
x, y 軸を設定して円を x 軸上で転がしているようにしたい。これを半径の動きと転がっただけの弧の長さにカラー指定してディスプレイする。

繁雑を避けるために1回転するまでに2箇所だけディスプレイするようにしてあるが FOR...TO...STEP 文や1140行を任意に操作して変えることも可能である。半径の動きはすでにサイクロイドを意識しないと描けない。これは1120行と1180行の LINE 文である。生徒への質問はやはり画面にカタカナで表示されるがこれは授業者が言ってもよいものである。これに対して生徒が考えたりする時間も1680行、2060行で保証している。プリントはノート代わりにもなって役立つのではないかと思われる。

1500行の PSET 文は回転円の中心が移動した時の軌跡である。ここで定直線から定距離(半径)にある点集合を意識させることもできる。あくまで条件を満たす点の集合への導入指導であるから、学習課題の解決の論理を見失わないように、授業者が軽く補足する程度でよいと思われる。

解決を目指すためには、回転円が1回転するとき移動した距離、それは明らかに円周の長さであるが同時に円の中心が移動した距離でもあることをイメージ化できるようにしたい。これは、回転角が円周の長さに比例するというものの理解にも繋がるものである。特に、円が1回転すれば円周の長さだけ移動すること、当然これに伴って中心も移動するが、それは円周の長さだけ移動すること、つまり回転円の中心が円周の長さだけ移動した時には、円は1回転する、これを十分理解できるようにしておくことが重要である。

これは1720行から1860行を工夫して繰り返せばできるのでここではプログラムを省略した。

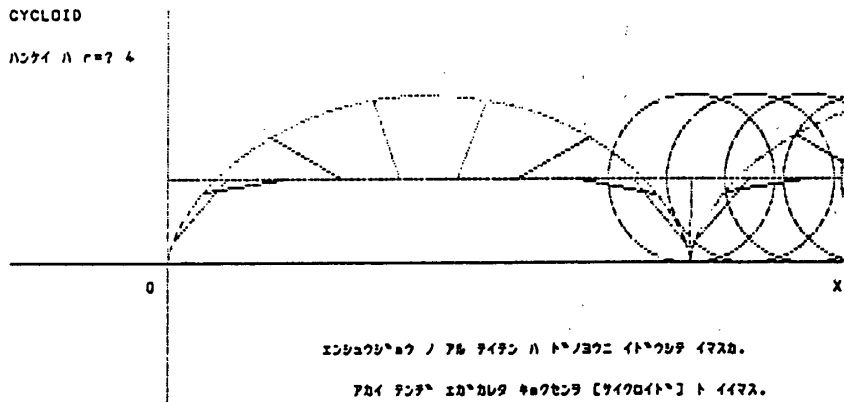


解析的というよりももっと具体的イメージでこれを確認するには、CIRCLE、PAINT 文、あるいは LINE...、BF 文でディスプレイできる。

さてこれが確認できてなおかつ余裕があれば、直線上を回転する円の周上の定点の軌跡を描くことができる。(さらにこの際サイクロイド1分枝とx軸で囲まれた部分の面積Sを予測することも興味深い。中学1年生ならば次式を導く程度の推論は可能であると思われる。 $2\pi r^2 < S < 4\pi r^2$ 。)^(注)

```

3160 CLS 3 : CONSOLE 0,25.0
3180 PRINT "CYCLOID"
3200 LINE(0,OY)-(639,OY)
3220 LINE(120,0)-(120,MYG)
3240 LOCATE 13,13 :PRINT "0"
3260 LOCATE 79,13 :PRINT "X"
3280 LOCATE 30,16 : PRINT " "
3300 LOCATE 30,18 : PRINT " "
3320 LOCATE 33,20 :PRINT " "
3340 LOCATE 33,22 :PRINT " "
3360 LOCATE 30,16 : PRINT "エンシェウシ`ヨウ ノ アル テイチン ハ ト`ノヨウニ イト`ウシテ イマスカ。"
3380 LOCATE 0,2 : INPUT "ハンケイ ハ r=" ;R
3400 IF 0<R<6 THEN 3420 ELSE 3400
3420 PRINT
3440
3460 L=0
3480 FOR T=0 TO 3*PI STEP .02
3500 X=T-SIN(T) : Y=1-COS(T)
3520 X1=X*(UX*R)+120 : Y1=OY-Y*(UY*R)
3540 PSET(X1,Y1),2
3560 IF L=INT(L/17.5)*17.5 THEN CIRCLE(T*(UX*R)+120,OY-UY*R),UX*R
3580 PSET(T*(UX*R)+120,OY-UY*R),5
3600 IF L=INT(L/17.5)*17.5 THEN LINE(X1,Y1)-(T*(UX*R)+120,OY-UY*R),4
3620 L=L+1
3640 NEXT T
3660 COPY 3
  
```

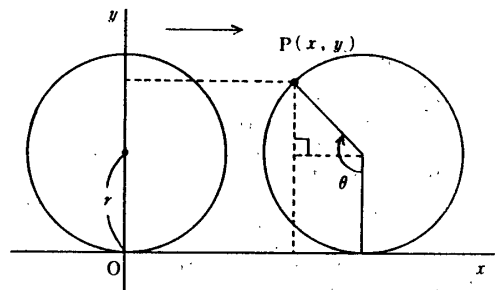


(注)

点P (x, y) はθによって、
 $x = r\theta - r\cos(\theta - \frac{\pi}{2}) = r(\theta - \sin\theta)$
 $y = r + r\sin(\theta - \frac{\pi}{2}) = r(1 - \cos\theta)$
 $\therefore x = r(\theta - \sin\theta)$
 $y = r(1 - \cos\theta)$

従って、サイクロイド一分枝とx軸で囲まれた図形の面積Sは、

$$\begin{aligned}
 \int_0^{2\pi} y dx &= \int_0^{2\pi} y \frac{dx}{d\theta} \cdot d\theta = \int_0^{2\pi} r^2 (1 - \cos\theta)^2 d\theta \quad (\because dx = (r - r\cos\theta) d\theta) \\
 &= \int_0^{2\pi} r^2 (1 - 2\cos\theta + \cos^2\theta) d\theta \\
 &= r^2 \left[\theta - 2\sin\theta + \frac{1}{2}\theta + \frac{\sin 2\theta}{4} \right]_0^{2\pi} \quad (\because \cos^2\theta = \frac{1 + \cos 2\theta}{2}) \\
 &= r^2 \left[\frac{3}{2}\theta \right]_0^{2\pi} = 3\pi r^2 \\
 \therefore S &= 3\pi r^2
 \end{aligned}$$



(3) 問題の解決

以上が課題解決のための準備である。次にいよいよ本題に入る。十円玉の周上をすべらないようにもう1つの10円玉を回転させるのであるが、これも直線上を転がした時と同様である。回転し始める円の半径を設定してそれがどのように動いていくのかをディスプレイする。下のプログラムは x 軸上にある10円玉(円)を右まわりに転がしていくように作成したものである。

```
4160 CARDIOID
4180 MXG=600: MYG=199 :OX=320:OY=96:UX=16:UY=8
4200 LINE (70,OY)-(MXG,OY)
4220 LINE (OX,0)-(OX,MYG)
4240 LOCATE 39,12 :PRINT "O"
4260 LOCATE 66,11 : PRINT "P"
4280 LOCATE 0,1 : PRINT "エンシユウシヨウヲ スヘラナイヨウニ コロカシマス。"
4300 LOCATE 0,3 : INPUT "ハンケイハ R=" :R
4320 IF R<0 THEN 4300
4340 PRINT
4360
4380 CIRCLE (OX+UY*A,OY-UY*B),UX*R
4400 LINE(OX-4*(UX*R)/7,OY-2*(UX*R)/7)-(OX-2*(UX*R)/7,OY+2*(UX*R)/7),7,BF
4420 LINE(OX+1*(UX*R)/7,OY-2*(UX*R)/7)-(OX+5*(UX*R)/7,OY+2*(UX*R)/7),7,BF
4440 LINE(OX+2*(UX*R)/7,OY-1*(UX*R)/7)-(OX+4*(UX*R)/7,OY+1*(UX*R)/7),0,BF
4460 CIRCLE(OX+UY*(4*R),OY),UX*R,4
4480 LINE(OX+10*(UX*R)/7,OY-2*(UX*R)/7)-(OX+12*(UX*R)/7,OY+2*(UX*R)/7),7,BF
4500 LINE(OX+15*(UX*R)/7,OY-2*(UX*R)/7)-(OX+19*(UX*R)/7,OY+2*(UX*R)/7),7,BF
4520 LINE(OX+16*(UX*R)/7,OY-1*(UX*R)/7)-(OX+18*(UX*R)/7,OY+1*(UX*R)/7),0,BF
4540 CIRCLE (OX,OY+UY*(2*R)),UX*R,4
4560 CIRCLE(OX-UY*(4*R),OY),UX*R,4
4580 CIRCLE(OX,OY-UY*(2*R)),UX*R,4
4600 BEEP
4620 A$=INKEY$ : IF A$="" THEN 4620
4640 CIRCLE(OX+UY*(4*R),OY),UX*R,4
4660 CIRCLE (OX,OY+UY*(2*R)),UX*R,0
4680 CIRCLE(OX-UY*(4*R),OY),UX*R,0
4700 CIRCLE(OX,OY-UY*(2*R)),UX*R,0
4720 CIRCLE (OX+UY*A,OY-UY*B),UX*R
4740 LOCATE 0,18 : PRINT "エンカ カイテン スルトキ カイテンエン ノ "
4760 LOCATE 0,20 : PRINT "チュウシン ハトノヨウニ イトウシテ イマスカ。"
4780 LOCATE 0,22 :PRINT "マタトレタケノ キヨリ ライトウ シテイマスカ。"
4800 COPY 3
4820 BEEP
4840 A$=INKEY$ : IF A$="" THEN 4840 ELSE 4860
4860 MXG=600: MYG=199 :OX=320:OY=96:UX=16:UY=8
4880 L=0
4900 FOR T=2*PI TO .04 STEP -.03
4920 X=2*R*COS(T) : Y=2*R*SIN(T)
4940 X1=X*UX+OX : Y1=OY-Y*UY
4960 A=R*(2*COS(T)+COS(2*T)) : B=R*(2*SIN(T)+SIN(2*T))
4980 A1=A*UX+OX : B1=OY-B*UY
5000 PSET(X1,Y1),3
5020 L=L+1
5040 IF L=INT(L/17.5)*17.5 THEN CIRCLE(X*UX+OX,OY-Y*UY),UX*R
5060 IF L=INT(L/17.5)*17.5 THEN LINE(X1,Y1)-(A1,B1),4
5080 NEXT T
5100 COPY 3
5120 BEEP
5140 A$=INKEY$ : IF A$="" THEN 5140
5160
5180 L=0
5200 FOR T=2*PI TO 0 STEP -.03
5220 X=(2*R)*COS(T) : Y=(2*R)*SIN(T)
5240 X1=X*UX+OX : Y1=OY-Y*UY
5260 LINE(OX,OY)-(2*R*UX+OX,OY),2
5280 PSET(X1,Y1),3
5300 L=L+1
5320 A=R*(2*COS(T)+COS(2*T)) : B=R*(2*SIN(T)+SIN(2*T))
5340 A1=A*UX+OX : B1=OY-B*UY
5360 IF L=INT(L/17.5)*17.5 THEN CIRCLE (X*UX+OX,OY-Y*UY),UX*R ,0
5380 IF L=INT(L/17.5)*17.5 THEN LINE(X1,Y1)-(A1,B1),0
5400 NEXT T
5420
5440 LINE (70,OY)-(MXG,OY)
5460 LINE(OX,0)-(OX,MYG)
5480 CIRCLE(OX+UY*(4*R),OY),UX*R,4
5500 BEEP
```

```

5520 A$=INKEY$ : IF A$="" THEN 5520
5540 LOCATE 0,18 : PRINT " "
5560 LOCATE 0,20 : PRINT " "
5580 LOCATE 0,22 :PRINT " "
5600 LOCATE 0,18 : PRINT "エンカ スヘラスニ カイテン シナカラ モトノ"
5620 LOCATE 0,20 : PRINT "イチニ モトルマデニ チュウシン ハ エンシュウノ"
5640 LOCATE 0,22 : PRINT "2 ハイノ ナカサタケ イトウ シマス。"
5660 L=0
5680 FOR T=2*PI TO 0 STEP -.03
5700 X=(2*R)*COS(T) : Y=(2*R)*SIN(T)
5720 X1=X*UX+OX : Y1=OY-Y*UY
5740 CIRCLE (OX,OY),UX*R
5760 LINE(OX,OY)-(2*R*UX+OX,OY),2
5780 PSET(X1,Y1),6
5800 L=L+1
5820 NEXT T
5840
5860 COPY 3

```

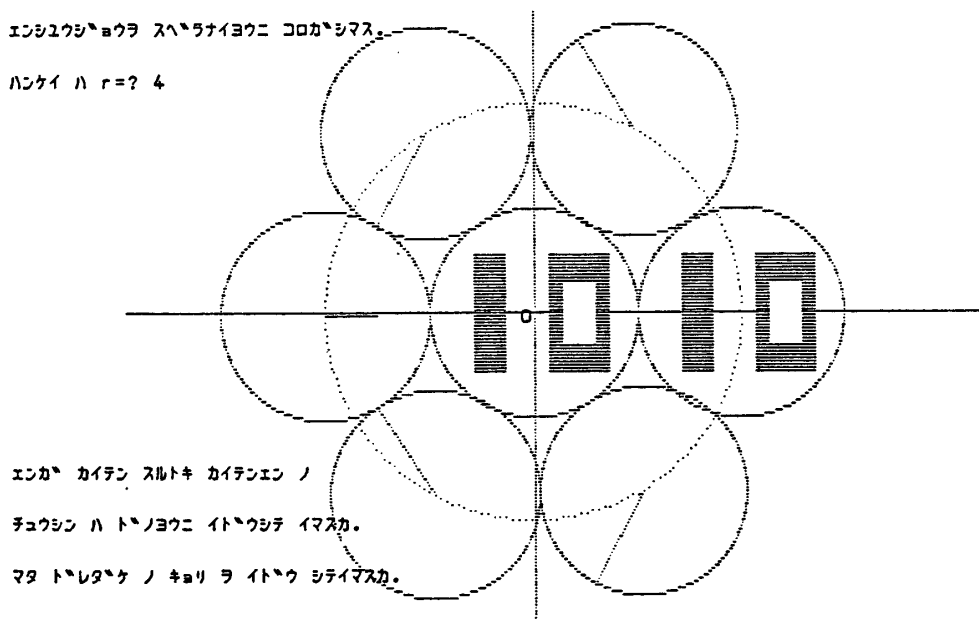
設定した半径を回転にそって連続的に動かすこともできるが、ここではもとの位置に戻るまでに5個の円がディスプレイされるようにしてある。その半径は回転円の中心(X1, Y1)、——これは固定している円の半径と回転円の半径の和を半径とする円周上にある。ここでは同じ円だから半径(r)の2倍の円周上にあることになる——と、回転円の周上の定点が移動する点(A1, B1)を結ぶ線分である。

周上に固定された点が連続的に描く曲線は、5230行の条件を満たす点の集合である。周知の通り一般に座標(x, y)は次のようにパラメーター表示される曲線図形(カージオイド)になる。

$$x = r (2 \cos \theta + \cos 2 \theta)$$

$$y = r (2 \sin \theta + \sin 2 \theta)$$

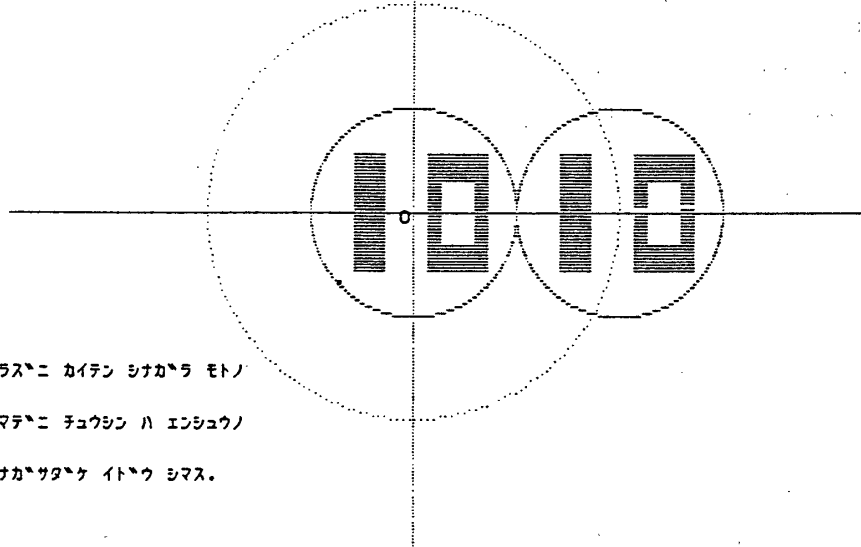
ここまでのプログラムによるディスプレイは以下のようなになる。



解決すべき質問は4740—4780行で示されているので、これに答えることができるように5180行以下が作動されることになる。5660行から5820行は回転円の中心が円周の長さの2倍だけ移動していることの確認である。5780行のPEST文は注目を促すためのプログラムである。

エンシユウシ`ヨウラ スヘ`ラナイヨウニ コロカ`シマス。

ハンケイ ハ r=? 4



エンカ` スヘ`ラス`ニ カイテン シナカ`ラ モトノ

イチニ モト`ルマテ`ニ チュウシン ハ エンシユウノ

2 ハ`イ ノ ナカ`サダ`ケ イト`ウ シマス。

回転円の中心の軌跡は、半径が2倍の円になることはディスプレイによって直観的に理解できるし、その周の長さは回転する円が移動した距離に等しいことも（直線上を転がした時のことを想起すれば）認められるであろう。

数式による説明よりもこの段階における論理的思考が肝要なのである。なぜなら数式で説得し得たとしても生徒が納得するとは限らないからである。

(4) 幾何学的関心を高める

さらに彼等の知的興味を継続させるために、次のプログラムを準備することもできる。

```

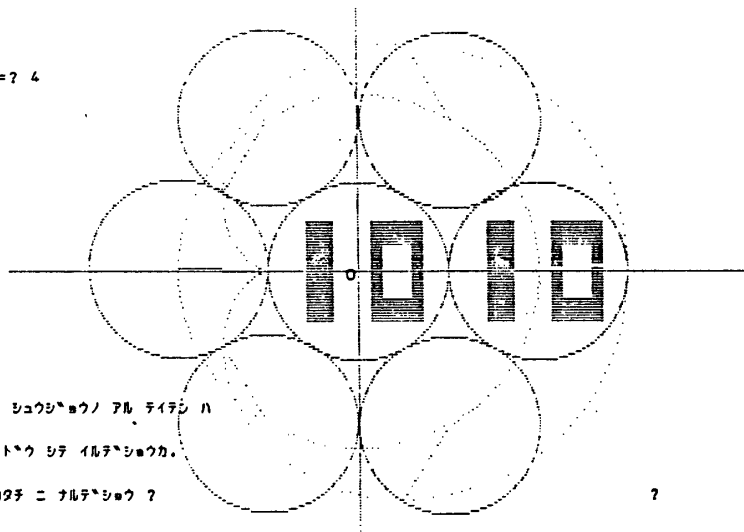
6200 LOCATE 50,20 : PRINT "ススマスカ (Y/N)?"
6220 LOCATE 53,22 : INPUT "YES , NO" : K$
6240 IF K$="N" OR K$="n" THEN 7000 ELSE 6280
6260 COPY 3
6280 LOCATE 50,20 : PRINT " " " "
6300 LOCATE 53,22 : INPUT " " " " : K$
6320 LOCATE 0,1 : PRINT " " " "
6340 LOCATE 0,0 : PRINT "CARDIOID"
6360 LOCATE 0,18 : PRINT "カイテン エンノ シユウシ`ヨウノ アル テイテン ハ"
6380 LOCATE 0,20 : PRINT "ト`ノヨウニ イト`ウ シテ イルテ`シヨウカ。"
6400 BEEP
6420 A$=INKEY$ : IF A$="" THEN 6420
6440 L=0
6460 FOR T=2*PI TO 0 STEP -.03
6480 X=(2*R)*COS(T) : Y=(2*R)*SIN(T)
6500 X1=X*UX+OX : Y1=OY-Y*UY
6520 A=R*(2*COS(T)+COS(2*T)) : B=R*(2*SIN(T)+SIN(2*T))
6540 A1=A*UX+OX : B1=OY-B*UY
6560 IF L=INT(L/17.5)*17.5 THEN CIRCLE(X*UX+OX,OY-Y*UY),UX*R
6580 IF L=INT(L/17.5)*17.5 THEN LINE(X1,Y1)-(A1,B1),4
6600 PSET(A1,B1),6
6620 L=L+1
6640 NEXT T
6660 LOCATE 2,22 : PRINT "ト`ンナ カクチ ニ ナルテ`シヨウ ?"
6680 COPY 3

```

これはプログラムにはすでに現われていたカージオイドをディスプレイするものである。正確には固定した円の周上をその外部にあるもう一つの円をすべらないように回転するとき、回転円周上のある定点が連続的に移動して描く図形ということになる。内部を接しながら移動する場合には異なる軌跡になるからである。

CARDIOID

半径 $r=4$



カイトン エノ ショウシマウノ アル タイチン ハ

トノヨウニ イトク シテ イルチシマウカ。

トノナ カダチ ニ ナルチシマウ ?

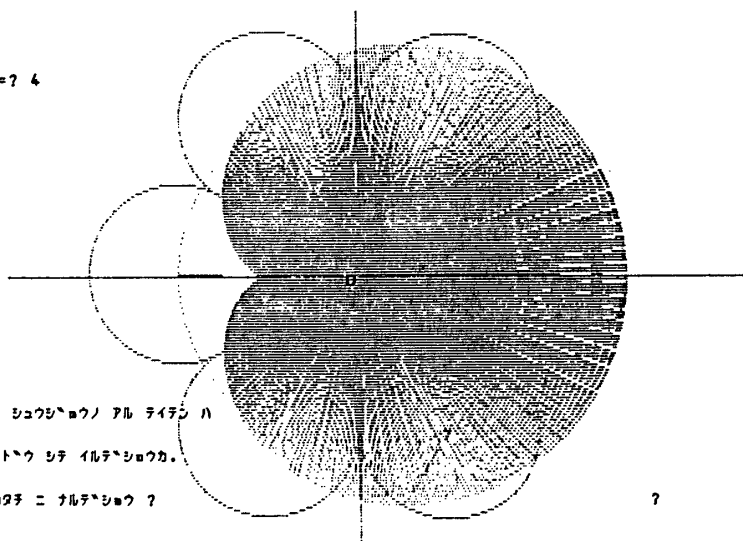
さらに幾何的関心を高めるために用意したのが次のプログラムである。

```
6700 BEEP
6720 A$=INKEY$ : IF A$="" THEN 6720
6740 L=0
6760 FOR T=2*PI TO 0 STEP -.01
6780 X=(2*R)*COS(T) : Y=(2*R)*SIN(T)
6800 X1=X*UX+OX : Y1=OY-Y*UY
6820 A=R*(2*COS(T)+COS(2*T)) : B=R*(2*SIN(T)+SIN(2*T))
6840 A1=A*UX+OX : B1=OY-B*UY
6860 IF L=INT(L/17.5)*17.5 THEN CIRCLE(X*UX+OX,OY-Y*UY),UX*R
6880 IF L=INT(L/17.5)*17.5 THEN LINE(X1,Y1)-(A1,B1),4
6900 LINE(OX,OY)-(A1,B1),2
6920 PSET(A1,B1),6
6940 L=L+1
6960 NEXT T
6980 COPY 3
7000 LOCATE 50,22 :PRINT "オワッタラ E ヲ オス"
7020 A$=INKEY$ : IF A$<>"E" THEN 7020
7040 CLS 3 : CONSOLE 0,25.1 :END
```

多少時間がかかるがカラー指定することによってきれいな模様を描くことができる。コンピュータ自体に対する関心を高め、操作意欲を喚起することも期待できるのではないかと思われる。

CARDIOID

半径 $r=4$



カイトン エノ ショウシマウノ アル タイチン ハ

トノヨウニ イトク シテ イルチシマウカ。

トノナ カダチ ニ ナルチシマウ ?

4. ま と め

ここに提示したソフトはコースウェアとはいっても高々単位時間あるいは二時間扱いの教材サンプルである。コンピュータを作動するのさえ高度の専門的知識を要するのに、リテラシーも十分でない筆者に果たしてその機能を十分に生かしたプログラミングができたかどうかいささか不安である。これについては諸先生方にリファインをお願いするしかない。

改めて振り返ってみてやはり授業の計画に相当の労力を費やしたように思われる。教材の選択、課題の設定、展開案の構想などマイコンを導入する場合でもその重要性は基本的に変わらないものなのである。

コンピュータの出現と教育改善への利用はその意味において私たち教師にかなりのインパクトを与えていることも事実である。確かに‘これは教師にとっては…教育改革の主体的実現の千載一遇の好機なのである’それだけに冒頭でも述べた通り、前轍を踏まないようにこれをむしろ箴言として受けとめなければならない。玩物喪志は今こそ避けなければならないことなのである。

〈参考文献〉

- (1) 平岡 忠編「楽しい算数・数学の授業」明治図書 1987. 3.
- (2) 教育工学研究協議会「コンピュータ利用の教育」No. 72.
- (3) 同 上 「CAI 学習ソフトの開発・設計」No. 78.
- (4) 同 上 「指導プログラムの事例集」No. 79.
- (5) グループ88編「パソコンによる初等数学」1984. 4.
- (6) 芦葉浪久「コンピュータの学校教育利用」東京書籍 教育とコンピュータ 2 1986. 4.
- (7) R. B. Davis “Learning Mathematics: The Cognitive Science Approach to Mathematics Education” Croom Helm. 1984.
- (8) N. Reed “Elementary proof of the area under a cycloid” Mathematical Gazette. pp. 290—91. VOL. 70, No. 454. 1986. 12.

※本稿で示したプログラムは、NEC. PC-8801MKII. で動かしたものです。本文中行番号がとんでいる部分は省略してあります。

(本分校 助教授 数学教育)